

N° D'ORDRE : 9605



# THÈSE DE DOCTORAT

SPÉCIALITÉ : PHYSIQUE

*École Doctorale “ Sciences et Technologies de l'Information  
des Télécommunications et des Systèmes ”*

Présentée par :

**YANNICK CHASSAGNEUX**

## **PHOTONIQUE POUR LES LASERS À CASCADE QUANTIQUE TÉRAHERTZ**

Soutenue le 2 Novembre 2009 devant les membres du jury :

<b>Raffaele COLOMBELLI</b>	Directeur de thèse
<b>Robson FERREIRA</b>	Rapporteur
<b>François JULIEN</b>	Examineur
<b>Xavier LETARTRE</b>	Rapporteur
<b>Roland TEISSIER</b>	Examineur
<b>Jérôme TIGNON</b>	Examineur



# Table des matières

<b>Remerciements</b>	<b>8</b>
<b>Introduction</b>	<b>10</b>
<b>1 Introduction</b>	<b>12</b>
1.1 Le TeraHertz	12
1.2 Domaine d'applications de la radiation THz	13
1.2.1 Spectroscopie	13
1.2.2 Imagerie	15
1.3 Détection THz	17
1.4 Sources THz	18
1.4.1 Le "Gap" THz	18
1.4.2 Laser à électrons libres	19
1.4.3 Laser à gaz	19
1.4.4 Conversion des micro-ondes vers le THz	20
1.4.5 Tubes	21
1.4.6 Photo-mélange	21
1.4.7 Laser semiconducteur THz	21
1.5 Les transitions inter-sous-bandes	22
1.5.1 Définition et historique	22
1.5.2 Principales utilisations des transitions inter-sous-bandes	23
1.5.3 Détecteur QWIP	23
1.5.4 Structures à cascade quantique	24
1.6 Etat de l'art des lasers à cascade quantique	24
<b>2 Théorie et modélisation des transitions inter-sous-bandes</b>	<b>26</b>
2.1 Niveaux électroniques dans un puits quantique	26
2.1.1 Théorème de Bloch	26
2.1.2 Modèle $\vec{k} \cdot \vec{p}$	27
2.1.3 Approximation de la fonction enveloppe	27
2.1.4 Équation de Poisson	29
2.1.5 Schrödinger - Poisson	30
2.2 Transition inter-sous-bandes	30
2.3 Transition radiative	30
2.3.1 Règle de sélection	33

2.3.2	Émission spontanée	34
2.3.3	Émission stimulée	35
2.3.4	Coefficients d' Einstein	36
2.3.5	Gain inter-sous-bande	37
2.4	Transition non radiative	38
2.4.1	Diffusion assistée par les phonons LO	38
2.4.2	Phonons acoustiques	43
2.4.3	Collisions électron-électron	43
2.4.4	Autres diffusions	44
2.5	Transport tunnel	44
2.5.1	Les matrices densités	45
2.6	Principe général des lasers à cascade quantique	50
2.6.1	Exemple 1 : "Bound to continuum"	51
2.6.2	Exemple 2 : le "phonon résonant"	52
<b>3</b>	<b>Les guides d'onde</b>	<b>56</b>
3.1	Introduction	56
3.1.1	Les matrices de transfert	56
3.1.2	Orthogonalité des modes	59
3.1.3	Confinement	60
3.1.4	Pertes et seuil laser	64
3.2	Le guide d'onde diélectrique	65
3.3	Le guide plasmonique	65
3.3.1	Modes d'interfaces	65
3.3.2	Plasmon de surface	72
3.4	Le guide métal - métal	77
3.4.1	Modes du guide métal métal	77
3.4.2	Réflexivité du guide métal - métal	80
3.4.3	Interprétation de la réflectivité en terme de largeur du mode	85
3.4.4	Comparaison guide métal métal et guide plasmonique	86
<b>4</b>	<b>Étude de la structure "3 puits quantiques"</b>	<b>88</b>
4.1	Introduction	88
4.2	Structures de bande	90
4.3	Détails de la structure à 2.7 THz	91
4.3.1	Géométrie du ruban laser	91
4.3.2	Caractéristique à basse température	93
4.3.3	Spectres	95
4.4	Étude comparative	96
4.4.1	Courant parasite	97

## TABLE DES MATIÈRES

---

4.5	Dépendance en température . . . . .	101
4.5.1	Résultats expérimentaux . . . . .	101
4.5.2	Modèle de système à deux niveaux . . . . .	103
4.5.3	Comparaison avec les résultats expérimentaux . . . . .	106
4.5.4	Transition diagonale . . . . .	109
4.6	Conclusion . . . . .	110
<b>5</b>	<b>Réduction de l'épaisseur</b>	<b>112</b>
5.1	Introduction . . . . .	112
5.2	Utilité de réduire l'épaisseur pour les structures photoniques	113
5.2.1	Guidage métallique : effet de l'épaisseur . . . . .	113
5.2.2	Gap photonique, effet de l'épaisseur . . . . .	117
5.3	Démonstration expérimentale de la réduction de l'épaisseur	118
5.3.1	Calculs des pertes en fonction de l'épaisseur . . . . .	119
5.3.2	Réduction de l'épaisseur pour une structure <i>bound to continuum</i> . . . . .	121
5.3.3	Structure fine "phonon résonant" . . . . .	124
5.4	Conclusion . . . . .	127
<b>6</b>	<b>Microcavité</b>	<b>128</b>
6.1	Introduction . . . . .	128
6.2	Mode de microcavité guidé par la géométrie du métal . . . . .	129
6.3	Équation de Maxwell en coordonnées cylindriques . . . . .	130
6.4	Les microlasers . . . . .	131
6.4.1	Structures initiales . . . . .	131
6.4.2	Micro-disque laser . . . . .	132
6.4.3	Caractéristiques spectrales des microdisques laser . . . . .	135
6.4.4	Volume sub-longueur d'onde. . . . .	137
6.5	Absorbeurs optiques pour les lasers à cascade quantique dans le THz . . . . .	138
6.6	Conclusion . . . . .	140
<b>7</b>	<b>Cristaux photoniques, théorie et modélisation</b>	<b>141</b>
7.1	Introduction . . . . .	141
7.1.1	Les cristaux photoniques . . . . .	141
7.2	Électromagnétisme : un problème aux valeurs propres . . . . .	142
7.2.1	Loi d'échelle . . . . .	144
7.2.2	Théorème de Bloch . . . . .	144
7.2.3	Structure de bande photonique . . . . .	147
7.3	Laser à cristaux photoniques . . . . .	147
7.3.1	Laser à mode de défaut . . . . .	148

7.3.2	Laser en bord de bande ( <i>band edge laser</i> ) . . . . .	149
7.4	Géométrie des cristaux photoniques utilisés . . . . .	151
7.4.1	Simulation 3D Bloch périodique. . . . .	152
7.5	Calcul de champ lointain . . . . .	154
7.6	Simplification de 3D vers 2D pour le calcul du champ lointain	158
7.7	Résumé des simulations utilisées . . . . .	160
<b>8</b>	<b>Cristaux photoniques, résultats expérimentaux</b>	<b>161</b>
8.1	Introduction . . . . .	161
8.1.1	Structures photoniques pour les structures à cascade quantique . . . . .	163
8.1.2	Photonique en guide métal métal : subtilité dans l'interprétation des résultats . . . . .	165
8.2	Effet des conditions aux bords sur les cristaux photoniques.	166
8.2.1	Introduction . . . . .	166
8.2.2	Géométrie des cristaux photoniques . . . . .	167
8.2.3	Structure de bande photonique . . . . .	169
8.2.4	Caractéristiques LIV des cristaux photoniques . . . . .	169
8.2.5	Caractéristiques spectrales . . . . .	172
8.2.6	Champs lointains . . . . .	172
8.2.7	Mode <i>pulling</i> . . . . .	176
8.2.8	Conclusion . . . . .	183
8.3	Identification et prédiction du champ lointain . . . . .	184
8.3.1	Introduction . . . . .	184
8.3.2	Identification des modes en utilisant les caractéristiques spectrales . . . . .	185
8.3.3	Accordabilité avec la température . . . . .	188
8.3.4	Identification des modes en utilisant les propriétés du champ lointain . . . . .	190
8.3.5	Identification de l'hexapole . . . . .	191
8.3.6	Identification du monopole . . . . .	191
8.3.7	Puissance crête . . . . .	194
8.3.8	Mesures de polarisation . . . . .	195
8.3.9	Conclusion . . . . .	198
8.4	Ingénierie du champ lointain et du facteur de qualité . . . . .	198
8.4.1	Introduction . . . . .	198
8.4.2	Identification du mode de bord de bande en réseau carré . . . . .	200
8.4.3	Cristaux photoniques graduels . . . . .	203
8.4.4	Le $\pi$ <i>shift</i> . . . . .	211
8.4.5	Choix du $\pi$ <i>shift</i> . . . . .	217

## TABLE DES MATIÈRES

---

8.4.6	Champ lointain des dispositifs avec un $\pi$ <i>shift</i> . . . .	224
8.4.7	Conclusion . . . . .	225
8.5	Conclusion des CPs . . . . .	225
	<b>Conclusions et Perspectives</b>	<b>228</b>
<b>A</b>	<b>Annexes</b>	<b>230</b>
A.1	Procédés de fabrication . . . . .	230
A.1.1	Introduction . . . . .	230
A.1.2	Lithographie optique . . . . .	230
A.1.3	Gravure humide . . . . .	230
A.1.4	Métallisation . . . . .	231
A.1.5	<i>Lift off</i> . . . . .	231
A.1.6	Report de substrat ( <i>wafer bonding</i> ) . . . . .	231
A.1.7	Laser à guide plasmonique . . . . .	232
A.1.8	Laser à guide métal métal . . . . .	232
A.1.9	Montage des échantillons . . . . .	232
A.2	Banc de mesure optique . . . . .	232
	<b>Publications et distinctions relatives à cette thèse</b>	<b>237</b>

# Remerciements

Je tiens tout d'abord à remercier Raffaele Colombelli, mon directeur de thèse, qui durant ces quatre années de thèse a toujours été présent pour m'encadrer, me diriger, et me soutenir. Durant toute cette thèse j'ai toujours su que je pouvais compter sur toi ! Grazie Raffaele per tutto !

Je remercie également Xavier Letartre et Robson Ferreira d'avoir accepté d'être rapporteur de cette thèse. J'aimerais aussi remercier Roland Tessier et Jérôme Tignon d'être venus assister à ma soutenance en qualité d'examineur.

Je voudrais remercier François Julien, en tant que président du jury de ma thèse mais également en tant que directeur de l'équipe. Ce fut un plaisir de travailler avec toi, pour le choix dans la date de soutenance, ainsi que pour des équations complexes, dont personne n'est jamais assez fort pour ce calcul. J'aimais bien la musique de ton téléphone, mais attention, en se branchant avec ses fils, la standardiste découvre du son dans son câble... Ne t'arrête pas François, et n'oublie pas que la contrepétrie, c'est l'art de décaler les sons. Merci, grâce à toi, j'ai réussi à faire une belle thèse...

Je remercie également toutes les personnes avec qui j'ai eu la chance de collaborer : Stefano Barbieri, Sukhy Dhillon, Wilfried Mainault et Carlo Sirtori avec qui j'ai effectué certaines mesures expérimentales que ce soit à Thales, ou dans les nouveaux locaux à l'université Paris Diderot. Je remercie aussi H. E. Beere, D.A. Ritchie pour les croissances effectuées à Cambridge, ainsi que S. P. Khanna, E. H. Linfield et A. G. Davies pour les croissances que vous avez faites à Leeds et fonctionnant si bien.

Je voudrais remercier chaleureusement tout ceux qui m'ont supporté au quotidien, c'est à dire les OPTO-gens devenus PHOTIS-gens. Je voudrais commencer par remercier Virginie qui agréablement ( ou pas) chantait Dalida, Mikl pour de nombreuses discussions, Maria, notre docteur ès vodka, Houssaine et Adel, ainsi que toutes les personnes qui les appelaient, Laurent avec qui j'ai essayé de prononcer structure en anglais, d'ailleurs je crois que l'on n'y arrivera jamais, Laetitia et Nasrin qui ont dû supporter ma technique de rangement visant à maximiser l'entropie, Gangyi always ready to help if needed, Lorenzo, Andres, Daivid, Salam et Elias qui ont su ajouter une touche internationale à l'équipe, Grégoire qui a dû me supporter, Nathalie qui fait apparaître des trucs à manger



## Remerciements

---

comme par miracle, Jean-René pour des discussions sur la salle blanche, et Elodie, Daniele, Davide et Gwenolé que je n'ai que croisés. Je voudrais aussi remercier les gens d'U2R2M avec qui nous partageons le couloir, et principalement Simon, toujours de bonne humeur !

La dernière personne que je voudrais remercier c'est toi Madame Cafetière, toujours prête à nous faire des vrais cafés, tu étais toujours là, arrivant toujours la première et partant toujours la dernière. Je ne peux pas imaginer de travailler sans toi... Tu me manqueras...

Et enfin je voudrais remercier mes amis et mes proches. Et je dédie cette thèse à ma famille.

# Introduction

La plage de fréquence du térahertz (THz) est une partie du spectre électromagnétique située entre l'électronique (microondes et radiofréquences), et la photonique (infrarouge et lumière visible). Durant les 20 dernières années le THz s'est fortement développé.

La principale difficulté dans le THz concerne le manque de sources compactes, puissantes et directives. Ce travail de thèse s'inscrit dans la recherche de techniques permettant d'atteindre ces objectifs. Pour cela nous avons utilisé une source très prometteuse dans ce domaine : les lasers à cascade quantique dans le THz. Ces derniers ont été développés pour la première fois en 2002 [1], huit ans après l'invention des lasers à cascade dans l'infrarouge moyen [2].

Les lasers à cascade quantique dans le THz ont néanmoins deux points faibles : ils ne fonctionnent qu'à des températures cryogéniques. Les températures maximales sont obtenues avec un guide double métallique fréquemment utilisé pour les microondes, or l'utilisation de ce guide engendre une émission laser fortement divergente.

Mon travail de thèse s'inscrit dans l'amélioration des performances de ces dispositifs, en essayant de comprendre les mécanismes limitant la température maximale de fonctionnement, et surtout, l'amélioration des caractéristiques optiques du laser. Pour cela nous avons utilisé des structures photoniques.

L'étude des structures photoniques pour les lasers à cascade quantique dans le THz n'est pas uniquement destinée à améliorer leurs performances, mais vise aussi à comprendre quels sont les mécanismes nécessaires pour contrôler le mode optique. Ces études cherchent dans un premier temps à transposer des structures photoniques utilisées pour de plus courtes longueurs d'onde et sous pompage optique, vers des dispositifs dans le THz et sous injection électrique. Les particularités des dispositifs THz vont nous amener à étudier de nouvelles structures photoniques, qui éventuellement pourront être transposées à de plus courtes longueur d'onde.

Ce manuscrit de thèse se divise en huit chapitres. Le premier chapitre concerne la description des radiations THz. Cette gamme spectrale est peu connue, il est important d'expliquer en quoi elle est intéressante. Le deuxième et le troisième chapitres sont des descriptions théoriques géné-

rales nécessaires pour comprendre le fonctionnement des lasers à cascade quantique. Un laser étant composé d'un milieu actif, et d'une cavité, ces deux chapitres théoriques concernent la description du milieu actif (second chapitre) et les cavités optiques (troisième chapitre).

Dans le quatrième chapitre nous étudierons une structure particulière dont la température maximale de fonctionnement ( $T_{max}$ ) est proche de l'état de l'art. Nous avons obtenu de très bonnes performances en température pour différentes structures fonctionnant de 2.3 à 3.8 THz. En outre, nous avons amélioré la compréhension des mécanismes limitant la  $T_{max}$ , principalement l'émission de phonons activés thermiquement et le courant parasite.

Les chapitres 5 à 8 concernent les structures photoniques. Dans le chapitre 5 nous montrerons que la réduction de l'épaisseur des lasers à cascade dans le THz a de nombreux avantages, et nous démontrerons expérimentalement leurs réalisations.

Dans le chapitre 6 je montrerai comment il est possible d'obtenir un laser sub-longueur d'onde défini par la géométrie du métal.

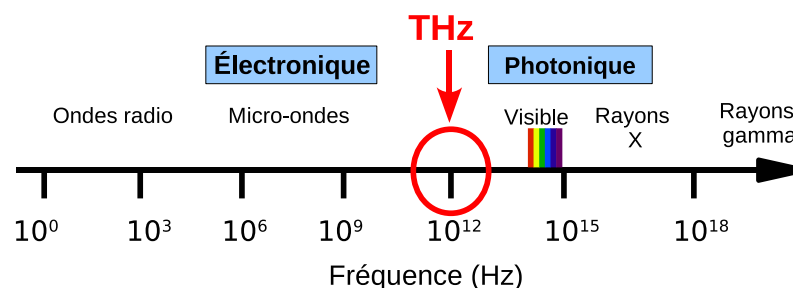
Et enfin les deux derniers chapitres correspondent à l'étude des cristaux photoniques bidimensionnels. Le chapitre 7 décrit la théorie ainsi que les méthodes numériques utilisées. Le dernier chapitre est focalisé sur les études expérimentales, et j'expliquerai comment j'ai réussi à obtenir une émission spectralement mono-mode, et accordable par lithographie optique, simultanément à une émission directive (champ lointain angulairement étroit et composé d'un seul lobe), et fonctionnant à haute température.

# Chapitre 1

## Introduction

### 1.1 Le TeraHertz

La bande de fréquence térahertz (THz) désigne une région du spectre électromagnétique située à mi-chemin entre la plage de fonctionnement des systèmes électroniques (radio-fréquence, micro-onde), et celle des systèmes optiques (infrarouge, lumière visible). Elle est généralement définie comme étant la gamme de fréquence comprise entre 300 GHz et 30 THz (la longueur d'onde étant donc comprise entre 1000  $\mu\text{m}$  et 10  $\mu\text{m}$ ). Il faut toutefois souligner que les bornes inférieures et supérieures définissant le THz varient selon les références. La désignation THz pour cette plage de fréquence n'est que très récente (une quinzaine d'années), historiquement elle était souvent appelée lointain-infrarouge, où ondes sub-millimétriques. Récemment la terminologie rayons T (T-Rays) est apparue par analogie avec les rayons X principalement en imagerie THz.

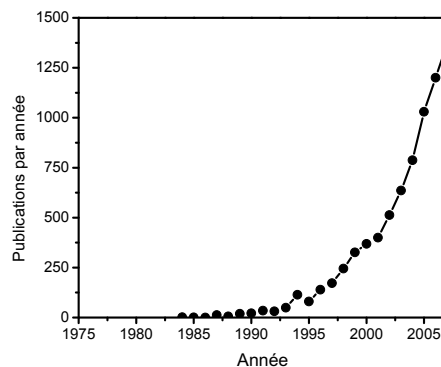


**FIG. 1.1:** Spectre électromagnétique. La gamme de fréquence THz se trouve à la jonction entre l'électronique et la photonique.

Ce domaine spectral reste fortement sous développé, principalement à cause du manque de sources puissantes et compactes. Il est cependant en expansion rapide depuis une quinzaine d'années et les applications ne devraient pas tarder à suivre (cf figure 1.2).

Fréquence	$10^{12}$ Hz
Temps	1 ps
Longueur d'onde	299.8 $\mu\text{m}$
Nombre d'onde	33.36 $\text{cm}^{-1}$
Énergie	4.136 meV
Température	47.99 K

**TAB. 1.1:** Grandeurs physiques correspondant à 1 THz.



**FIG. 1.2:** Nombre de publications comportant le mot terahertz dans le titre. Les données ont été obtenues en utilisant la base de données Google Scholar.

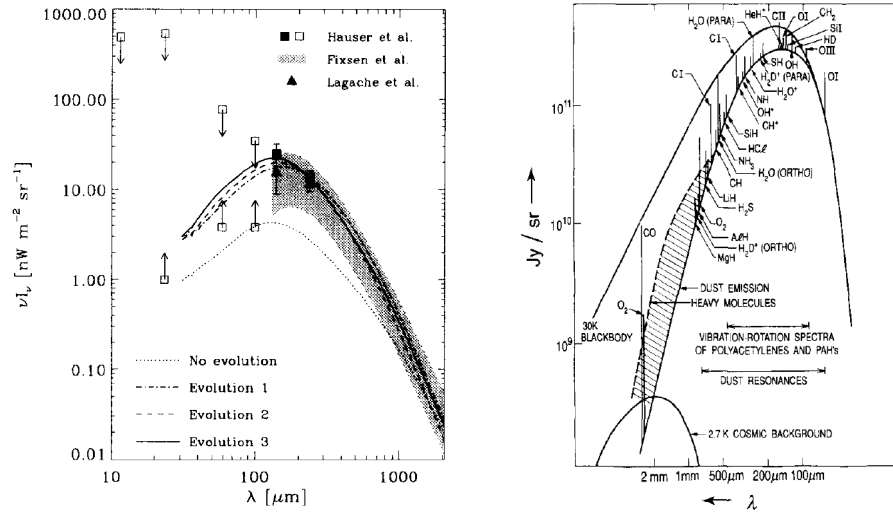
## 1.2 Domaine d'applications de la radiation THz

### 1.2.1 Spectroscopie

Les applications THz sont potentiellement nombreuses. La première et la plus ancienne est la spectroscopie. De nombreuses molécules ont des transitions de rotation ou d'inversion voire de vibration dans cette plage de fréquence. Ces transitions engendrent des raies d'absorption caractéristiques, que l'on peut facilement attribuer à une molécule spécifique.

En particulier la spectroscopie THz a un apport très bénéfique pour l'astronomie. D'après les théories actuelles en astrophysique, 98% des photons émis depuis le Big Bang ont une fréquence comprise entre 0.6 THz et 7.5 THz [3]. Cette estimation a aussi été confirmée par différentes mesures (cf fig 1.3 et [4, 5]). Dans les nuages interstellaires, de

nombreuses molécules ont des raies d'absorption caractéristiques dans le THz. La spectroscopie THz permet ainsi de les identifier, elle est donc une aide précieuse en astrophysique.

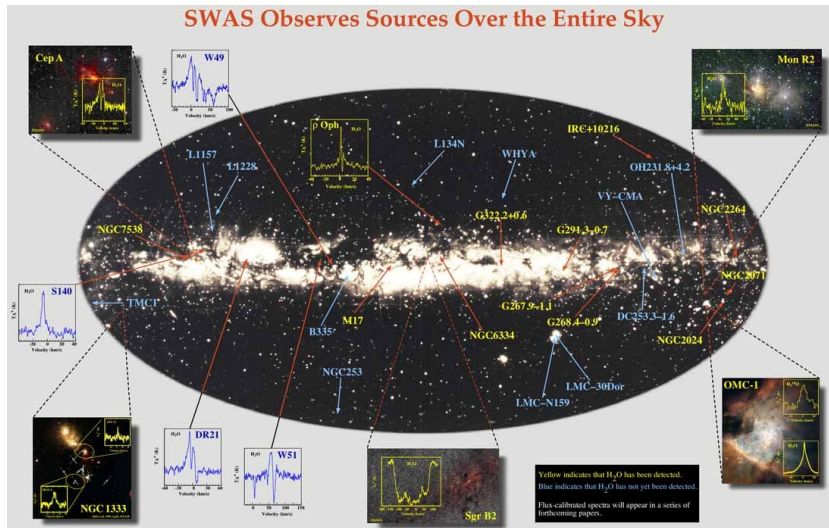


**FIG. 1.3:** Gauche : Observation et prédiction du fond cosmique (extrait de T. T. Takeuchi et al [4]). Droite : Présentation schématique des absorptions typiques dans les nuages cosmiques (extrait de T. G. Phillips et al [5]). De nombreuses raies d'absorptions sont présentes.

Malheureusement l'atmosphère terrestre absorbe fortement les radiations THz à cause de la présence de vapeur d'eau. Une solution consiste à utiliser un télescope situé à haute altitude. Par exemple, le Heinrich Hertz Submillimeter Telescope Observatory (en activité depuis 1993) est situé à plus de 3000 m d'altitude. De plus, le site a été choisi en Arizona pour son climat sec, ce qui augmente encore la transparence de l'atmosphère. Si au niveau de la mer et pour une fréquence de 0.8 THz la transmittance de l'atmosphère est de seulement 2 %, elle atteint 25 % sur le site choisi pour le télescope.

Plus récemment des satellites dédiés uniquement à l'observation THz ont été lancés. Ainsi le satellite Submillimeter Wave Astronomy Satellite (SWAS) est dans l'espace depuis une dizaine d'année. Sa mission principale est l'étude de la composition des nuages interstellaires (par exemple la détection d'eau cf fig. 1.4) et comment ils s'effondrent pour créer des étoiles ou des planètes. Un autre satellite, Herschel (anciennement appelé Far InfraRed Space Telescope (FIRST)) qui devait être lancé en 2006,

vient juste de commencer sa mission de spectroscopie THz (lancement le 14 mai 2009).



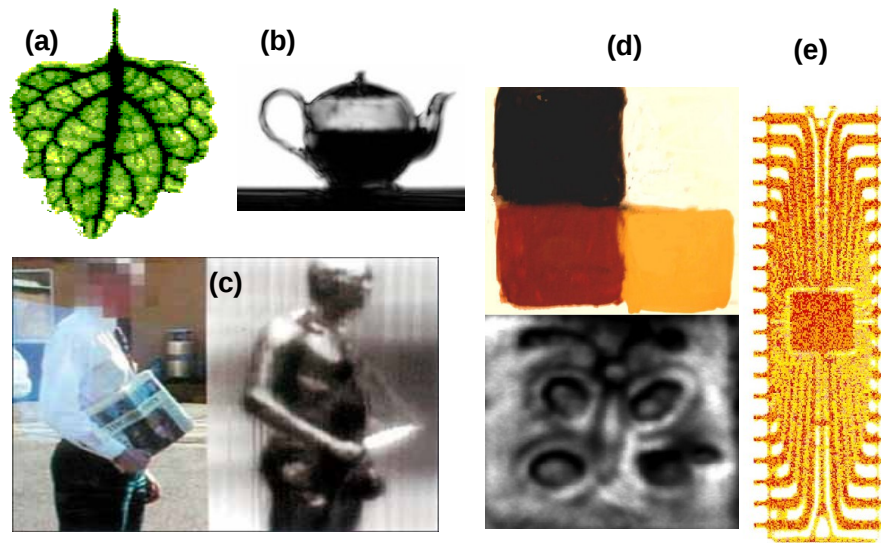
**FIG. 1.4:** Détection d'eau dans l'espace obtenue grâce au satellite SWAS. Le jaune indique que de l'eau a été détectée, et le bleu qu'elle ne l'a pas été. Cette image est tirée d'un poster présenté à l'American Astronomical Society [6].

La spectroscopie THz peut aussi être utilisée pour la détection de substances illicites ou d'explosifs. Les molécules chimiques les constituant ont des raies d'absorption intenses et caractéristiques dans le THz. Un autre avantage, et non le moindre, d'utiliser le THz pour la détection de ces substances est la transparence de certains matériaux (le papier, le plastique et les vêtements par exemple). Il est ainsi possible de détecter ces substances sans pour autant devoir ouvrir leur emballage. Par exemple, prenons une enveloppe, plaçons dedans trois sachets, le premier contenant du MDMA, le deuxième de l'aspirine, et le troisième des méthamphétamines. L'enveloppe, fermée, passe maintenant à travers un spectromètre THz (on verra plus tard en quoi il consiste). On observe directement, et sans nul doute possible, les trois substances [7].

## 1.2.2 Imagerie

La seconde principale application de la radiation THz concerne l'imagerie. Dans cette gamme de fréquence la peau, les vêtements, le papier, le

bois, et le plastique sont transparents, tandis que les métaux sont très réfléchissant, et les milieux aqueux sont complètement opaques. À l'inverse des rayons X, les photons THz sont très peu énergétiques, et n'ont pas d'effet secondaire sur les systèmes vivants (on dit qu'ils ne sont pas ionisants, c'est à dire qu'ils ne peuvent pas briser les protéines). Les images peuvent être acquises, soit en transmission, soit en réflexion.



**FIG. 1.5:** Exemple d'images THz. (a) image d'une feuille : les veines contiennent plus d'eau et donc absorbent plus le THz. (b) image d'une théière à moitié pleine. (c) L'imagerie THz révèle le couteau caché. (d) Image d'une peinture : l'artiste a commencé par dessiner un papillon, puis l'a recouvert avec de la peinture. (e) Image d'un circuit imprimé au travers de son packaging. Ces images sont extraites de [8], [9], [10], [11] et [12].

L'imagerie THz n'est pas encore utilisée à grande échelle, mais il existe de nombreuses démonstrations de principe dans des domaines très variés. Dans la figure 1.5 quelques exemples d'images obtenues dans le THz sont représentées. Le THz peut compléter les différents systèmes d'imagerie médicale. Une cavité à l'intérieur d'une dent peut ainsi être observée [13]. On peut aussi citer l'imagerie d'une feuille, le THz permet de connaître l'humidité d'une feuille de manière non destructive (cf fig.1.5). Il est ainsi possible de suivre au cours du temps la variation de l'humidité de celle-ci. Les cellules cancéreuses peuvent être mises en évidence, car elles contiennent plus d'eau et engendre un contraste dans les images



THz. Dans le domaine de la sécurité, l'imagerie THz permet de révéler des armes cachées sous les vêtements ou sous un journal [11] comme montré dans la figure 1.5.

Ces applications sont celles les plus fréquemment citées. Néanmoins il en existe d'autres, qui sont plus surprenantes. Le THz peut servir à vérifier qu'un circuit intégré ne présente pas de défaut sans devoir enlever son enveloppe en plastique (généralement noire) [12]. Le THz a aussi un intérêt pour l'art, une imagerie THz d'une peinture peut en effet révéler des détails invisibles. Il est fréquent que les artistes commencent leur peinture en faisant un schéma au graphite, puis le recouvrent de peinture. L'imagerie THz permet d'avoir accès au schéma initial en graphite [10]. Les détails de la création d'une oeuvre d'art sont ainsi révélés, ce qui est potentiellement intéressant en histoire de l'art.

### 1.3 Détection THz

La principale difficulté des détecteurs THz est due à la faible énergie des photons (typiquement inférieure à 20 meV). Cela signifie que le bruit lié au rayonnement thermique à température ambiante va être le principal facteur limitant la sensibilité des détecteurs. Historiquement la détection hétérodyne est la plus fréquemment utilisée. La détection est faite grâce à une conversion de fréquence vers les micro-ondes (150 GHz), où des amplificateurs à faible bruit sont disponibles. Plus le temps d'intégration sera long, meilleure sera la sensibilité. Le paramètre généralement utilisé comme figure de mérite est l'écart minimum de température détectable. Ce paramètre est donnée par :  $\delta T = Tr / \sqrt{B\tau}$ .  $Tr$  est le bruit thermique,  $B$  la bande passante, et  $\tau$  le temps d'intégration. Le système de conversion vers les micro-ondes utilise généralement un mixeur basé sur une diode Schottky. À température ambiante, pour un temps d'intégration d'une seconde et pour une bande passante de 1 GHz, les écarts de température sont de 0.05 K à 500 GHz et de 0.5 K à 2.5 THz.

À température cryogénique, la sensibilité des détecteurs est bien meilleure. Il existe plusieurs type de détecteurs à température cryogénique, que l'on peut classer en deux catégories : les détecteurs utilisant des systèmes hybrides supra-conducteur / semi-conducteur, où supra-conducteur / isolant, et les systèmes de type bolomètre. Les détecteurs SIS (Supra-conducteur - Isolant - Supra-conducteur) fonctionnent sur le même principe que les diodes Schottky, c'est à dire qu'ils utilisent une forte non-linéarité des caractéristiques électriques. Dans ces systèmes la limite de sensibilité est gouvernée par le principe d'Heisenberg. La fréquence limite de ce type de détecteur est lié au gap supra-conducteur  $2hf_{max} \approx 3.5kT_c$ . Le plus

souvent un système à base de Niobium (Nb-Al-oxide-Nb) est utilisé. La température critique est de 9.3 K ce qui correspond à une fréquence maximale d'utilisation d'environ 1.35 THz. D'autres matériaux comme le niobium-nitride ( $T_c = 16$  K), où les supraconducteurs à haute température critique du type YBaCuO ( $T_c > 90$  K) ont des fréquences limites d'utilisation plus élevées, toutefois la qualité des jonctions tunnels doit encore être améliorée.

Ces dernières années, le bolomètre à électron chaud (HEB, *Hot Electron Bolometer*) est apparu comme une alternative aux détecteurs THz SIS. Ils consistent en un micro pont de supra-conducteur (Niobium, ou YBaCuO) qui a une réponse thermique à la radiation THz. Ces HEBs peuvent avoir une réponse très rapide (jusqu'à GHz).

Il existe une autre famille de détecteur THz : les détecteurs directs. Ceux-ci tendent à remplacer les systèmes hétérodynes pour les applications ne nécessitant pas une très forte résolution spectrale. On peut citer par exemple, les diodes Schottky en GaAs de taille réduite, des bolomètres fonctionnant sur une absorption directe du rayonnement THz qui induit un changement de résistivité, les microbolomètres, les cellules de Golay, qui comportent une chambre remplie d'un gaz et qui détecte la variation de volume grâce à un miroir mobile.

Les détecteurs refroidis prennent différentes formes, les plus courants commercialement sont les bolomètres silicium, germanium ou InSb, qui sont refroidis à l'hélium liquide.

On peut aussi citer certains détecteurs infrarouge qui ont une réponse dans le THz par exemple les pyroélectriques ou les détecteurs germanium dopé au gallium et stressés mécaniquement.

Plus de détails sur les détecteurs THz peuvent être trouvés dans l'article de revue de P. H. Siegel [14], et les références associées.

Durant cette thèse nous avons utilisé trois détecteurs différents, un bolomètre Si refroidi à l'hélium liquide, une cellule de Golay, et un DTGS Far-IR (cf table 1.2).

## 1.4 Sources THz

Nous allons maintenant résumer les différentes sources THz, leurs puissances en fonction de la fréquence sont représentées dans la figure 1.6.

### 1.4.1 Le "Gap" THz

On définit souvent le THz comme étant le "Gap" THz. Cette notion de "Gap" provient du fait qu'il n'y a pas vraiment de sources disponibles dans

Détecteur	Délectivité $D^*$ ( $\text{cm} \cdot \text{Hz}^{1/2} \cdot \text{W}^{-1}$ )	Température d'utilisation	Avantage	Inconvénient
Bolomètre Si	$D^* \approx 10^{12}$	4 K	très sensible	4 K
Cellule de Golay	$D^* \approx 10^{10}$	300 K	sensible	
DTGS Far-IR	$D^* \approx 2 \cdot 10^8$	300 K	détecteur interne du spectromètre	peu sensible

**TAB. 1.2:** Détecteurs utilisés. La cellule de Golay utilisée est celle du groupe MPQ à l'université Paris 7 Diderot.

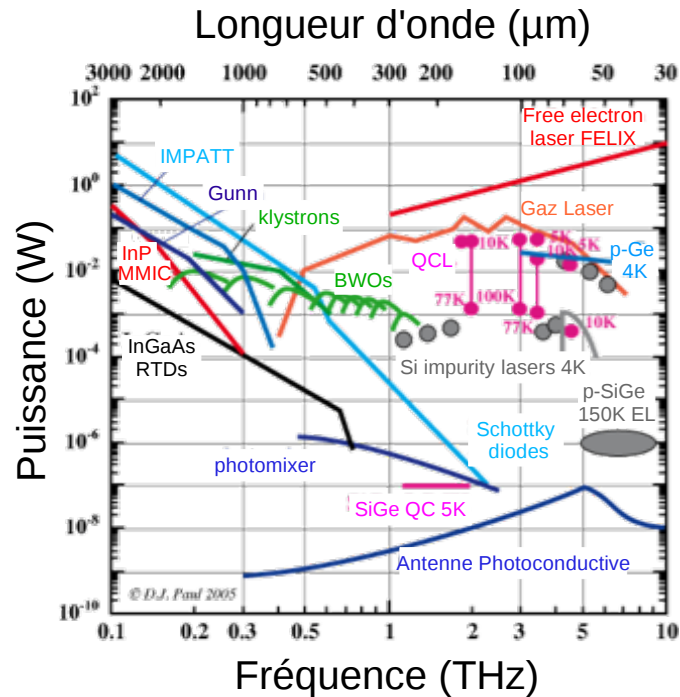
cette gamme de fréquence, alors qu'il y en a pour des fréquences plus faibles ou plus grandes. Pour les détecteurs au contraire, il y a une certaine continuité entre l'infra-rouge et les micro-ondes. Pour les éléments passifs, guides d'onde et miroirs, il n'y pas du tout de gap, au contraire le THz a l'avantage de pouvoir utiliser à la fois des éléments passifs des micro-ondes (guide métalliques) ou ceux utilisés en optique (guide diélectrique).

#### 1.4.2 Laser à électrons libres

Un laser à électrons libres, (free electron laser, *FEL*) est un type de laser qui fonctionne en utilisant des électrons qui ne sont pas liés à un atome. Les électrons sont d'abord accélérés grâce à un accélérateur de particules, puis traversent un onduleur qui permet de modifier la trajectoire des électrons en ajoutant une composante oscillatoire. La lumière émise par rayonnement synchrotron est à la fois, cohérente, intense et sa longueur d'onde est accordable dans une très large gamme spectrale allant des micro-ondes jusqu'aux rayons X durs, en passant évidemment par le THz. Cette source de rayonnement THz est très performante, mais des installations de grande dimension sont nécessaires à son fonctionnement.

#### 1.4.3 Laser à gaz

Historiquement les lasers à gaz sont la source de rayonnement THz la plus couramment utilisée. Ils sont constitués de deux parties : un premier laser, généralement un laser  $CO_2$ , délivrant typiquement 50 W de puissance en continu à une longueur d'onde d'environ  $10 \mu\text{m}$  est injecté dans un second laser à gaz. Le type de gaz utilisé dans ce dernier va



**FIG. 1.6:** Sources THz (extrait de [www.sp.phy.cam.ac.uk/~SiGe/THz.html](http://www.sp.phy.cam.ac.uk/~SiGe/THz.html)). Cette courbe correspond à un recueil de données publiées avant Juin 2005.

déterminer la fréquence THz d'émission. Par exemple le plus courant, le méthanol, donne lieu à une émission de  $118.834 \mu\text{m}$  de longueur d'onde avec une puissance de sortie qui peut atteindre la centaine de mW.

#### 1.4.4 Conversion des micro-ondes vers le THz

La génération de radiation THz peut être obtenue en utilisant une multiplication non-linéaire de fréquence d'un oscillateur fonctionnant dans les micro-ondes (typiquement autour de 100 GHz). La multiplication de fréquence utilise des chaînes de doubleurs ou de tripleurs Schottky [14]. Pour des fréquences désirées inférieures à 0.5 THz cette technique est efficace, mais plus la fréquences souhaitée est élevée plus la puissance obtenue est faible (la décroissance varie avec la racine carrée de la fréquence). Cependant même si à 1 THz la puissance est déjà inférieure à une trentaine de  $\mu\text{W}$ , celle-ci reste néanmoins suffisante pour un oscillateur local.

Plus récemment, une méthode alternative pour la génération de rayonnement sub-THz et THz a été démontrée par W. Knap et ses collègues [15] en utilisant un transistor à électrons à haute mobilité. L'émission est interprétée comme provenant d'une instabilité du courant qui génère une oscillation de plasma dans le canal du transistor (instabilité de Dyakonov-Shur [16]).

#### 1.4.5 Tubes

Les tubes (par exemples les carcinotrons aussi appelés BWO *Backward Wave Oscillator*) peuvent générer des mW de puissance jusqu'à 1.2 THz, mais ils ne fonctionnent que sous fort champ magnétique. Ces sources présentent une grande accordabilité, mais leur durée de vie limitée réduit fortement leur utilisation [14].

#### 1.4.6 Photo-mélange

La technique du photo-mélange consiste à illuminer une antenne photoconductive très rapide par deux lasers dont la différence de fréquence correspond à la fréquence THz désirée. Cette technique produit une émission THz étroite spectralement, facile d'utilisation, et fonctionne à température ambiante. La fréquence THz est accordable en changeant la fréquence d'un des deux lasers sources [17]. Toutefois, le rendement est faible : les puissances typiques sont de l'ordre de quelques  $\mu\text{W}$  pour des fréquences inférieures à 1 THz et en dessous du  $\mu\text{W}$  à 1 THz.

En imagerie une autre technique est souvent utilisée pour générer du rayonnement THz large bande. Un cristal non-linéaire ou une antenne photoconductive est soumise à une impulsion ultra-courte. La largeur de bande est directement déterminée par la durée de l'impulsion. La puissance typique est de l'ordre du nW au  $\mu\text{W}$ . Le livre de K. Sakai [18] traite le sujet de manière très précise. Cette technique est très importante pour les applications puisque la majorité des systèmes d'imagerie l'utilise.

#### 1.4.7 Laser semiconducteur THz

Historiquement les seuls lasers semiconducteurs fonctionnant dans la gamme spectrale du THz étaient les lasers p-Ge. L'effet laser provient d'une inversion de population en bande de valence qui se produit par l'application d'un champ magnétique et d'un champ électrique croisé. La puissance peut atteindre plusieurs W en puissance crête. Le gain est large, puisque il peut y avoir émission laser entre 1 et 4 THz. Toutefois la néces-

sité de forts champs électrique et magnétique limite fortement son utilisation à cause de la puissance nécessaire.

Les lasers à cascade quantique fonctionnant dans les THz sont l'autre type de lasers semi-conducteurs THz. Le gain est obtenu par des transitions des entres niveaux confinés de la bande de conduction dans des hétéro-structures semi-conductrices. Ils ont le principal avantage de ne pas nécessiter de champ magnétique. Ils seront le coeur de cette thèse.

## 1.5 Les transitions inter-sous-bandes

### 1.5.1 Définition et historique

Dans les semi-conducteurs, un puits quantique peut être obtenu par l'empilement de couches planes de différents matériaux, par exemple un matériau de petit gap entouré de chaque côté d'un matériau de gap plus grand. Dans le cas le plus simple ( puits quantique de type I), la bande de conduction et la bande de valence du matériau central vont se trouver à l'intérieur du gap du matériau de plus grand gap. Ainsi les bandes de conduction et de valence vont présenter un profil de puits quantique. Dans la direction perpendiculaire au plan des couches, des niveaux confinés vont apparaître : ce sont les sous-bandes. Ils existent plusieurs types de sous-bandes, celles de la bande de valence et celle de la bande de conduction.

Une transition inter-sous-bande est un transition entre deux sous-bandes de la bandes de conduction, ou deux sous-bandes de la bande de valence. Ces transitions sont aussi appelées unipolaires car ne mettant en jeu qu'un seul type de charge, soit que des électrons, soit que des trous. Ils existent aussi des transitions inter-sous-bandes dans les fils quantiques ainsi que les boîtes quantiques.

Les transitions inter-sous-bande sont en opposition avec les transitions interbandes qui ont lieu entre des électrons et des trous dans un semi-conducteur. La plus grande majorité des DELs (diodes electro-luminescentes) et des lasers semiconducteurs font intervenir des transitions interbandes.

Les pionniers des transitions inter-sous-bandes sont Esaki et Tsu [19]. En 1970 ils ont proposé la structure de super-réseau. Le super-réseau est un empilement périodique de deux semi-conducteurs différents, c'est à dire, un enchaînement de puits et de barrières quantiques. Un an plus tard, R. F. Kazarinov et Suris [20] ont proposé une structure pour amplifier le champ électromagnétique grâce à des transitions inter-sous-bandes d'un super-réseau. Ce n'est qu'en 1985 [21] qu'a été observé la première absorption inter-sous-bande suivi de près, en 1986 [22], par le premier

transport tunnel résonnant. Le transport tunnel résonnant correspond à la transition des électrons entre deux niveaux électroniques, chacun des niveaux étant confinés dans un puits quantique différent, de tel sorte qu'ils aient la même énergie. C'est la brique de base pour tous les phénomènes de transport électronique dans les structures inter-sous-bandes.

## 1.5.2 Principales utilisations des transitions inter-sous-bandes

### 1.5.3 Détecteur QWIP

Le QWIP (*Quantum Well Infrared Photo-detector*), démontré en 1987 [23] est un détecteur infrarouge mettant en jeu une transition inter-sous-bande. La structure d'un QWIP est la suivante : un puits quantique est conçu pour avoir deux niveaux électroniques confinés, le deuxième étant assez proche en énergie du *continuum*. Sous l'application d'un champ électrique, le niveau excité va être alors couplé (par transport tunnel) au *continuum*. Le QWIP peut fonctionner de la même manière pour les électrons ou les trous, mais nous ne nous concentrerons que sur les électrons. Si le système est dopé n (excès d'électrons), alors ceux ci vont principalement peupler le niveau fondamental du puits quantique.

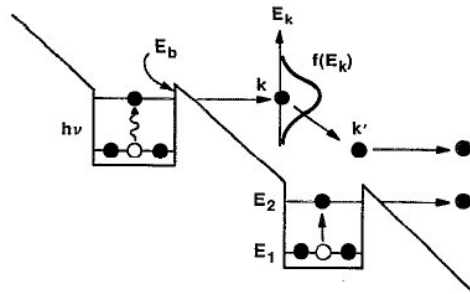


FIG. 1.7: Principe général d'un QWIP. (extrait de [24]).

Si un photon résonant avec l'écart énergétique entre les deux niveaux arrive sur la structure, il sera absorbé, et par conséquent un électron sera excité dans le niveau supérieur. L'électron a alors une probabilité non nulle de passer par transport tunnel dans le continuum. Il pourra alors générer un courant électrique, qui sera alors mesuré.

Afin d'augmenter le courant généré dans le QWIP plusieurs puits quantiques en série sont utilisés. De plus ample détails sur les QWIPs peuvent être trouvées dans l'article de revue de B. F. Levine [24].

Actuellement des matrices de QWIPs sont disponibles commercialement, et forment des caméras thermiques très sensibles.

### 1.5.4 Structures à cascade quantique

Les structures à cascade quantique, détecteurs ou lasers, sont des dispositifs inter-sous-bande, où l'ingénierie quantique touche son degré de sophistication le plus élevé. Ces dispositifs sont constitués de plusieurs périodes (entre 1 et 200) d'une série de puits quantiques multiples. Les électrons présent dans le système peuvent effectuer une transition d'un état confiné à un autre soit par effet tunnel, soit par émission ou absorption d'un phonon, soit par collision électron électron, soit en absorbant ou en émettant un photon. Grâce à la flexibilité intrinsèque des transitions inter-sous-bandes, les dispositifs à cascade quantique couvrent une large plage de longueur d'onde. Notamment entre 1 et 4  $\mu\text{m}$  pour les systèmes à base de GaN/AlN ; les systèmes à base de InAs/AlSb sont plutôt utilisés autour de 3–5  $\mu\text{m}$  de longueur d'onde, tandis que le système InGaAs/AlInAs couvre tout l'infrarouge moyen. Entre 24  $\mu\text{m}$  et 60  $\mu\text{m}$  il n'y a pas de dispositifs inter-sous-bande (à cause de la bande d'absorption des phonons dans les systèmes à base de GaAs ou d' InGaAs). Cette gamme spectrale pourrait être couverte par les nitrures. Enfin les structures à cascade couvrent la gamme spectrale du THz en utilisant principalement le système GaAs/AlGaAs.

## 1.6 Etat de l'art des lasers à cascade quantique

Le premier laser à cascade quantique a été démontré par Jérôme Faist en 1994 au Bells Labs dans le groupe de Federico Capasso [2]. Ce premier laser à cascade, démontré pour une longueur d'onde de 4.2  $\mu\text{m}$ , ne fonctionnait qu'à température cryogénique, en mode pulsé et avec une densité de courant de seuil laser élevée ( $J_{th} = 14 \text{ kA} \cdot \text{cm}^{-2}$ ). L'inversion de population est obtenue grâce à la diffusion électron - phonon LO, qui est un processus très rapide. On verra un peu plus loin quelques exemples de structures à cascade. Elles concerneront des lasers THz, mais le principe est similaire. Dans l'infrarouge moyen l'énergie de la transition radiative est plus grande que l'énergie du phonon optique, et plus petite dans le THz.

À l'heure actuelle, dans l'infra-rouge moyen (*Mid-IR*), les lasers à cascade quantique couvrent la gamme spectrale de 2.75  $\mu\text{m}$  jusqu' à 24  $\mu\text{m}$  [25, 26]. Dans cette gamme de nombreux lasers fonctionnent à température ambiante, en régime continu avec des puissances optiques qui



peuvent atteindre le W et des rendements à la prise qui montent jusqu'à 28 % à l'azote liquide. La maturité des lasers à cascade fonctionnant dans l'infra rouge moyen est donc suffisante pour l'industrie et ils sont largement commercialisés.

Dans la gamme spectrale du THz, le premier laser à cascade quantique a été démontré en 2002 par Ruedeger Köhler, à la *Scuola Normale Superiore* de Pise, dans le groupe d'Alessandro Tredicucci [1].

À l'heure actuelle les lasers à cascade THz (hors champ magnétique) couvrent la gamme de fréquences de 1.2 à 4.9 THz (250  $\mu\text{m}$  à 61  $\mu\text{m}$ ) [27] [28]. La température maximale est de 186 K [29]. La puissance crête maximale est de 248 mW à 10 K [30].

Les lasers à cascade quantique seront le coeur du sujet de ce manuscrit. Nous étudierons leurs structures électroniques, ainsi que différents types de cavités photoniques.

# Chapitre 2

## Théorie et modélisation des transitions inter-sous-bandes

Dans ce chapitre je décrirai les théories et les modèles nécessaires pour la compréhension de la structure électronique d'un système à base de puits quantiques. Je mettrai l'accent sur les transitions inter-sous-bandes (radiatives ou non). Le but de ce chapitre est de donner les outils nécessaires pour la compréhension du fonctionnement des lasers à cascade quantique. Je conclurai ce chapitre par deux exemples de lasers à cascade quantique dans le THz. Ces deux structures correspondent aux deux principaux schémas de région active utilisés durant cette thèse et elles sont représentatives des différents types de région active utilisées dans ce domaine spectral.

### 2.1 Niveaux électroniques dans un puits quantique

Nous allons décrire de manière succinctes les étapes qui permettent de calculer les niveaux électroniques dans un système de puits quantiques multiples.

#### 2.1.1 Théorème de Bloch

Le théorème de Bloch est un théorème général qui s'applique à un milieu périodique. Ici nous l'utiliserons pour un cristal, la périodicité étant liée à l'arrangement périodique des atomes.

L'équation de Schrödinger pour un électron dans le cristal s'écrit :

$$H|\psi\rangle = E|\psi\rangle$$

L'Hamiltonien  $H$  étant :

$$H = \frac{\vec{p}^2}{2m_{e-}} + V$$

$m_{e^-}$  dénote la masse de l'électron et  $V$  est le potentiel périodique associé au cristal. D'après le théorème de Bloch, les vecteurs propres peuvent s'écrire :

$$\langle \vec{r} | \psi_{n\vec{k}} \rangle = U_{n\vec{k}}(\vec{r}) \exp(i\vec{k} \cdot \vec{r})$$

où  $U_{n\vec{k}}$  est une fonction avec la même périodicité que le réseau de Bravais.  $n$  correspond au numéro de la bande, et  $\vec{k}$  le vecteur d'onde d'un électron dans la première zone de Brillouin (la première zone de Brillouin est la maille primitive du réseau réciproque [31]).

Les fonctions d'onde  $|\psi_{n\vec{k}}\rangle$  sont des vecteurs propres de l'équation de Schrödinger, elles forment donc une base orthonormale :

$$\langle \psi_{n\vec{k}} | \psi_{n'\vec{k}'} \rangle = \delta_{nn'} \delta_{\vec{k}\vec{k}'}$$

### 2.1.2 Modèle $\vec{k} \cdot \vec{p}$

Réécrivons l'équation de Schrödinger en utilisant les fonctions d'onde de Bloch. On obtient :

$$\left( -\frac{\hbar^2}{2m_{e^-}} \nabla^2 + \frac{\hbar}{m_{e^-}} \vec{k} \cdot \vec{p} + \frac{\hbar^2 \vec{k}^2}{2m_{e^-}} + V(\vec{r}) \right) U_{n\vec{k}}(\vec{r}) = E_{n\vec{k}}(\vec{r}) U_{n\vec{k}}(\vec{r}) \quad (2.1)$$

Le modèle  $\vec{k} \cdot \vec{p}$  tient son nom du deuxième terme de l'équation. Je ne développerai pas ici les détails des calculs dans le modèle  $\vec{k} \cdot \vec{p}$ , mais je vais en résumer les grandes lignes.

Le terme  $\vec{k} \cdot \vec{p}$  contient un couplage entre les différentes bandes du semi-conducteur. Dans le cadre le plus simple on se limite à quatre bandes. On doit alors diagonaliser une matrice 8 fois 8 (8=4\*2 à cause du spin). On se rend alors compte que l'énergie varie de manière quadratique avec le vecteur d'onde  $\vec{k}$ . On peut alors associer une masse effective à chacune des bandes. Cette masse effective se note  $m^*$ . Par exemple pour la bande de conduction du GaAs la masse effective est égale à 0.067 fois la masse de l'électron libre. Dans la majorité des propriétés du semi-conducteur, la masse effective remplace la masse de l'électron.

### 2.1.3 Approximation de la fonction enveloppe

Dans le cadre de l'approximation de la masse effective l'équation de Schrödinger s'écrit :

$$\left( -\frac{\hbar^2}{2m^*} \nabla_{\parallel}^2 - \frac{\hbar^2}{2m^*} \frac{\partial^2}{\partial z^2} + E_c(z) \right) \psi(\vec{r}) = E\psi(\vec{r}) \quad (2.2)$$

## 2.1 . NIVEAUX ÉLECTRONIQUES DANS UN Puits QUANTIQUE

---

Dans cette équation nous avons séparé la variation dans le plan des puits quantiques et dans la direction normale. Dans ce manuscrit de thèse, la direction normale sera la direction  $\vec{z}$ . Dans cette équation  $E_c(z)$  représente le profil de la bande de conduction. Le potentiel ne dépendant pas de  $x$  et  $y$ , la fonction d'onde va être une onde plane dans le plan  $xOy$ , ainsi :

$$\psi(\vec{r}) = \frac{1}{\sqrt{S}}\phi(z)\exp(i\vec{k}_{\parallel}\vec{\rho}) \quad (2.3)$$

Le vecteur  $\vec{\rho}$  correspond à la projection du vecteur  $\vec{r}$  sur le plan  $(xOy)$ ,  $\vec{k}_{\parallel}$  est le vecteur d'onde dans le plan et  $S$  la surface de normalisation.

La fonction enveloppe  $\phi(z)$  vérifie l'équation de Schrödinger unidimensionnelle :

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2m^*}\frac{d^2}{dz^2} + E_c(z)\right)\phi(z) = E_0\phi(z) \quad (2.4)$$

L'énergie totale est alors la somme :

$$E = E_0 + \frac{\hbar^2\vec{k}_{\parallel}^2}{2m^*}$$

L'équation 2.4 correspond à un matériau donné, c'est à dire pour un puits ou une barrière quantique. Lors d'un changement de matériau, la masse effective change, ainsi que le profil de bande de conduction (on parle de discontinuité de la bande de conduction). À priori pour obtenir la fonction d'onde finale, il faut résoudre cette équation dans chaque matériau et utiliser les relations de continuités afin d'obtenir la solution finale. Afin de ne résoudre qu'une seule équation on va introduire une masse effective dépendant de la position. Pour commencer intégrons l'équation de Schrödinger :

$$-\frac{\hbar^2}{2m_i^*}\frac{d}{dz}\phi(z) = \int (E_0 - E_{c_i}(z))\phi(z)dz \quad z \in ]z_i, z_{i+1}[$$

Cette équation n'est valable que pour un matériau  $i$  donné entre les abscisses  $z_i$  et  $z_{i+1}$ . Si on étend cette équation au changement de matériau, alors on aura le potentiel  $E_c(z)$  qui va être continu par morceaux. Le membre de droite est une fonction continue. Il s'en suit que  $\frac{1}{m^*}\frac{d}{dz}\phi(z)$  est aussi une fonction continue. Réécrivons l'équation de Schrödinger intégrée :

$$-\frac{\hbar^2}{2m^*(z)}\frac{d}{dz}\phi(z) = \int (E_0 - E_c(z))\phi(z)dz \quad z \in \mathbb{R}$$

Et en dérivant cette équation on trouve :

$$\left( -\frac{\hbar^2}{2} \frac{d}{dz} \frac{1}{m(z)} \frac{d}{dz} + E_c(z) \right) \phi(z) = E_0 \phi(z) \quad (2.5)$$

Sous cette forme, dans chaque milieu on vérifie bien l'équation 2.4 et aux interfaces on conserve les relations de continuité.

### 2.1.4 Équation de Poisson

Les électrons vont peupler les différents états électroniques ce qui va entraîner une distribution spatiale de charge. Celle-ci va alors perturber le profil de bande de conduction  $E_c(z)$ . Pour cette raison il faut résoudre l'équation de Poisson :

$$\frac{d}{dz} \left( \epsilon(z) \frac{d}{dz} V(z) \right) = -\rho(z) \quad (2.6)$$

$V(z)$  est le potentiel électrostatique,  $\epsilon(z)$  la permittivité et  $\rho(z)$  la densité de charge. Le profil de bande de conduction est lié au potentiel par :

$$E_c(z) = E_{c,0}(z) - eV(z)$$

$E_{c,0}$  est le profil de bande de conduction intrinsèque et  $e$  la charge élémentaire (positive).

La densité de charge est liée aux fonctions d'onde :

$$\rho(z) = -e \left( \sum_i n_i |\phi(z)|^2 - N_D(z) \right) \quad (2.7)$$

Le premier terme correspond à la somme de la densité électronique  $n_i$  pour chaque niveau, multiplié par la probabilité de présence  $|\phi(z)|^2$ , et le deuxième terme  $N_D(z)$  est le profil de densité de dopant dans la structure.

Généralement dans les structures à cascade le dopage est relativement faible ( $\approx 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ ), et la correction liée à l'équation de Poisson ne change pas la position des niveaux de plus de quelques pourcents. Si on néglige la contribution des effets de distribution spatiale de charge, on obtiendra une bonne approximation de la structure de bande. L'inclusion des effets de charge peut être vue comme un perfectionnement du modèle. Il existe néanmoins des systèmes où le dopage est important et la résolution de l'équation de Poisson ne peut être omise, par exemple les structures à polaritons inter-sous-bandes [32] ou certaines structures de lasers à cascade quantique [1].

### 2.1.5 Schrödinger - Poisson

Pour résumer les deux équations couplées qu'il faut résoudre simultanément pour obtenir les niveaux électroniques sont :

$$\left\{ \begin{array}{l} \left( -\frac{\hbar^2}{2} \frac{d}{dz} \frac{1}{m(z)} \frac{d}{dz} + E_{c,0}(z) + E_{Poisson}(z) \right) \phi(z) = E_0 \phi(z) \\ \frac{d}{dz} \left( \epsilon(z) \frac{d}{dz} E_{Poisson}(z) \right) = -e^2 \left( \sum_i n_i |\phi(z)|^2 - N_D(z) \right) \end{array} \right. \quad (2.8)$$

## 2.2 Transition inter-sous-bandes

Nous avons décrit le formalisme utilisé pour calculer les énergies des niveaux dans les systèmes à puits quantiques. Nous allons maintenant étudier les transitions que les électrons peuvent effectuer entre ces niveaux. Dans un premier temps nous étudierons les transitions mettant en jeu des photons. Nous allons ainsi calculer, dans le cadre de la seconde quantification, l'émission stimulée, l'absorption et l'émission spontanée de photons. Ce raisonnement n'est valable que si le couplage lumière - matière est faible, ce qui est le cas dans les systèmes étudiés dans ce manuscrit. Dans le cas contraire, les états électroniques et photoniques ne peuvent pas être découplés, c'est le cas par exemple des polaritons inter-sous-bandes [33].

## 2.3 Transition radiative

Le taux de transition entre deux états peut être déterminé en utilisant la règle d'or de Fermi :

$$W_{i \rightarrow f} = \frac{2\pi}{\hbar} \left| \langle \psi_f | H_{int} | \psi_i \rangle \right|^2 \delta(E_f - E_i) \quad (2.9)$$

$H_{int}$  est l'Hamiltonien d'interaction,  $|\psi_i\rangle$  et  $|\psi_f\rangle$  sont les états initial et final.

Dans le cas d'une transition optique inter-sous-bande, les états initial et final s'écrivent :

$$|\psi_i\rangle = |i, \vec{k}_i\rangle \otimes |n_{\vec{q},\sigma}^i\rangle$$

$$|\psi_f\rangle = |f, \vec{k}_f\rangle \otimes |n_{\vec{q},\sigma}^f\rangle$$

où  $i$  correspond à la sous-bande, et  $\vec{k}_i$  représente le vecteur dans le plan associé.  $n_{\vec{q},\sigma}^i$  est l'état photonique contenant  $n^i$  photons de vecteur d'onde

$\vec{q}$  et de polarisation  $\sigma$  ( $\sigma$  peut prendre deux valeurs selon la polarisation, nous les noterons 1 ou 2).

L'Hamiltonien total s'écrit :

$$\begin{aligned} H &= \frac{(\vec{p} - e\vec{A})^2}{2m^*} + V \\ &= \left( \frac{\vec{p}^2}{2m^*} + V \right) + \left( -\frac{e}{m^*} \frac{\vec{A} \cdot \vec{p} + \vec{p} \cdot \vec{A}}{2} \right) + \left( \frac{e^2 \vec{A}^2}{2m^*} \right) \end{aligned} \quad (2.10)$$

On reconnaît le premier terme qui est le l'hamiltonien qui nous a servit à calculer les états électroniques. Le troisième terme est un terme non linéaire, que nous allons négliger (ce terme peut être important dans le cas de champs intenses, par exemple en optique non linéaire). Le deuxième terme est l'Hamiltonien d'interaction. On va se placer dans le cadre de la jauge de Coulomb  $\vec{\nabla} \cdot \vec{A} = 0$  : dans ce cas  $\vec{p}$  et  $\vec{A}$  commutent, on peut alors écrire l'Hamiltonien d'interaction :

$$H_{int} = -\frac{e}{m^*} \vec{A} \cdot \vec{p} \quad (2.11)$$

En jauge de Coulomb le potentiel vecteur  $\vec{A}$  est donné par [34] :

$$\vec{A} = \sqrt{\frac{\hbar}{2\epsilon\omega_{\vec{q}}V}} \vec{e}_{\vec{q},\sigma} \left( a_{\vec{q},\sigma} e^{i\vec{q}\vec{r}} + a_{\vec{q},\sigma}^\dagger e^{-i\vec{q}\vec{r}} \right) \quad (2.12)$$

Dans cette expression  $\epsilon$  est la permittivité,  $V$  le volume de la cavité et  $\vec{e}_{\vec{q},\sigma}$  le vecteur de polarisation,  $a$  et  $a^\dagger$  sont les opérateurs d'annihilation et de création de photon.  $\hbar\omega_{\vec{q}}$  est l'énergie d'un photon de vecteur d'onde  $\vec{q}$ .

On rappelle que l'action de l'opérateur création  $a^\dagger$  sur un état à  $n$  photons est  $a^\dagger|n\rangle = \sqrt{n+1}|n+1\rangle$  et pour l'opérateur annihilation  $a|n\rangle = \sqrt{n}|n-1\rangle$ . En appliquant ces relations et en tenant compte que les états de photons sont orthonormés on trouve :

$$\begin{aligned} \langle \psi_f | H_{int} | \psi_i \rangle &= -\sqrt{\frac{\hbar e^2}{2m^{*2}\epsilon\omega_{\vec{q}}V}} \left( \langle f, \vec{k}_f | e^{i\vec{q}\vec{r}} \vec{e}_{\vec{q},\sigma} \cdot \vec{p} | i, \vec{k}_i \rangle \sqrt{n_i} \delta_{n_i-1, n_f} \right. \\ &\quad \left. + \langle f, \vec{k}_f | e^{-i\vec{q}\vec{r}} \vec{e}_{\vec{q},\sigma} \cdot \vec{p} | i, \vec{k}_i \rangle \sqrt{n_i + 1} \delta_{n_i+1, n_f} \right) \end{aligned} \quad (2.13)$$

Le premier terme correspond à l'absorption d'un photon, et le deuxième à l'émission.

La longueur d'onde des photons est quatre ordres de grandeur plus grande que la largeur typique des puits quantiques, on a donc  $\exp(i\vec{q}\vec{r}) \approx 1$ . Cela implique que l'on peut négliger le terme  $\exp(i\vec{q}\vec{r}) \approx 1$ . Le problème se réduit à calculer les termes  $\langle f, \vec{k}_f | \vec{u} \cdot \vec{p} | i, \vec{k}_i \rangle$ , où  $\vec{u}$  est soit  $\vec{x}$ ,  $\vec{y}$  ou  $\vec{z}$ .

Comme on l'a déterminé plus haut les fonctions d'onde sont données par l'expression :

$$\langle \vec{r} | i, \vec{k}_i \rangle = \frac{1}{\sqrt{S_{\parallel}}} e^{i\vec{k}_{\parallel,i}\vec{r}} \phi_i(z)$$

$S_{\parallel}$  est la surface de normalisation et  $\vec{k}_{\parallel,i}$  est la projection du vecteur  $\vec{k}_i$  sur le plan  $x0y$ . On obtient alors facilement :

$$\langle f, \vec{k}_f | p_x | i, \vec{k}_i \rangle = \frac{\hbar k_{x,i}}{S_{\parallel}} \int dx dy e^{i(\vec{k}_{\parallel,i} - \vec{k}_{\parallel,f})z} \int dz \phi_f^*(z) \phi_i(z)$$

Les fonctions enveloppes  $\phi$  étant orthogonales on a alors :

$$\langle f, \vec{k}_f | p_x | i, \vec{k}_i \rangle = \langle f, \vec{k}_f | p_y | i, \vec{k}_i \rangle = 0$$

De la même manière on a :

$$\langle f, \vec{k}_f | p_z | i, \vec{k}_i \rangle = -i\hbar \delta_{\vec{k}_{\parallel,i}, \vec{k}_{\parallel,f}} \int dz \phi_f^*(z) \frac{d\phi_i(z)}{dz}$$

Ce terme est non nul. On peut le réécrire :

$$\langle f, \vec{k}_f | p_z | i, \vec{k}_i \rangle = \delta_{\vec{k}_{\parallel,i}, \vec{k}_{\parallel,f}} \langle \phi_f | p_z | \phi_i \rangle$$

Afin de mettre ce résultat sous une forme plus habituelle, on note d'abord que l'on a la relation :

$$p_z = i \frac{m^*}{\hbar} [H_0, z]$$

$H_0 = \frac{p_z^2}{2m^*} + E_c(z)$  est l'Hamiltonien unidimensionnel qui est utilisé pour calculer les fonctions enveloppes. Ainsi on obtient :

$$\begin{aligned} \langle \phi_f | p_z | \phi_i \rangle &= \frac{im^*}{\hbar} \left( \langle \phi_f | H_0 z | \phi_i \rangle - \langle \phi_f | z H_0 | \phi_i \rangle \right) \\ &= \frac{im^*}{\hbar} (E_{0,f} - E_{0,i}) \langle \phi_f | z | \phi_i \rangle \\ &= \frac{im^*}{\hbar} (E_{0,f} - E_{0,i}) z_{i \rightarrow f} \end{aligned} \quad (2.14)$$

L'élément  $z_{i \rightarrow f} = \langle \phi_f | z | \phi_i \rangle$  est la largeur du dipôle.



D'après les équations 2.9, 2.13 et 2.14 le taux de transition, pour un mode de photon est égal à :

$$\begin{aligned}
 W_{i \rightarrow f} &= W_{i \rightarrow f}^{abs} + W_{i \rightarrow f}^{spo} + W_{i \rightarrow f}^{sti} \\
 W_{i \rightarrow f}^{abs} &= \frac{\pi e^2 \omega_{\vec{q}}}{\epsilon V} |\vec{e}_{\vec{q}, \sigma} \cdot \vec{z}|^2 \delta_{\vec{k} // i, \vec{k} // f} |z_{i \rightarrow f}|^2 \delta(E_{0, f} - E_{0, i} - \hbar \omega_{\vec{q}}) n_i \\
 W_{i \rightarrow f}^{spo} &= \frac{\pi e^2 \omega_{\vec{q}}}{\epsilon V} |\vec{e}_{\vec{q}, \sigma} \cdot \vec{z}|^2 \delta_{\vec{k} // i, \vec{k} // f} |z_{i \rightarrow f}|^2 \delta(E_{0, f} - E_{0, i} + \hbar \omega_{\vec{q}}) \\
 W_{i \rightarrow f}^{sti} &= \frac{\pi e^2 \omega_{\vec{q}}}{\epsilon V} |\vec{e}_{\vec{q}, \sigma} \cdot \vec{z}|^2 \delta_{\vec{k} // i, \vec{k} // f} |z_{i \rightarrow f}|^2 \delta(E_{0, f} - E_{0, i} + \hbar \omega_{\vec{q}}) n_i
 \end{aligned} \tag{2.15}$$

Les trois termes correspondent respectivement à l'absorption ( $W_{i \rightarrow f}^{abs}$ ), l'émission spontanée ( $W_{i \rightarrow f}^{spo}$ ) et l'émission stimulée ( $W_{i \rightarrow f}^{sti}$ ) d'un photon.

### 2.3.1 Règle de sélection

Dans les taux de transitions (équations 2.15) il y a un terme crucial pour les transitions inter-sous-bandes. Ce terme est :

$$|\vec{e}_{\vec{q}, \sigma} \cdot \vec{z}|^2$$

On rappelle que  $\vec{e}$  est le vecteur de norme unité et colinéaire au potentiel vecteur  $\vec{A}$ . Ce dernier est lié au champ magnétique par :

$$\vec{B} = \vec{\nabla} \wedge \vec{A}$$

La jauge de Coulomb est :

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{A} = 0$$

et elle implique que le champ électrique est donné par :

$$\vec{E} = -\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \tag{2.16}$$

Le terme  $\vec{e} \cdot \vec{z}$  signifie donc que seul la composante du champ électrique selon la direction  $\vec{z}$  se couple avec les transitions inter-sous-bandes. Cette règle est souvent appelé règle de sélection des transitions inter-sous-bandes.

Bien que formellement inexacte, on dit souvent que les dispositifs inter-sous-bandes sont polarisés TM (transverse magnétique). On doit toutefois garder en mémoire que cela signifie en fait que seul le champ électrique

perpendiculaire aux puits quantiques se couple aux transitions inter-sous-bandes. <sup>1</sup>

**Les transitions inter-sous-bandes ne se couplent  
qu'avec la composante du champ électrique  
perpendiculaire au plan des puits quantiques.**

### 2.3.2 Émission spontanée

Précédemment nous avons obtenu le taux d'émission spontanée (eq. 2.15) pour un mode de photons. Si on veut le taux d'émission spontanée total pour la transition d'un niveau électronique  $i$  vers un niveau  $f$ , il va falloir faire la somme sur tous les modes de photons possibles.

$$W_{i \rightarrow f}^{total(spo)} = \sum_{\sigma=1,2} \sum_{\vec{q}} W_{i \rightarrow f}^{spo} \quad (2.17)$$

La somme sur  $\sigma$  correspond aux deux polarisations possibles et celle sur  $\vec{q}$  sur tous les modes possibles dans le volume  $V$  (en espace réciproque). Dans le cas d'une cavité dont les dimensions sont beaucoup plus grandes que la longueur d'onde, on remplace la somme par une intégrale en introduisant une densité d'état photonique  $P(\vec{q})$  tels que  $P(\vec{q})d^3\vec{q}$  représente le nombre de modes photoniques dont le vecteur d'onde est compris entre  $\vec{q}$  et  $\vec{q} + d\vec{q}$ . On trouve facilement (en utilisant un volume  $V$  parallélépipède rectangle) que cette densité d'états photoniques est :

$$P(\vec{q}) = \frac{V}{8\pi^3} \quad (2.18)$$

On peut simplifier la somme sur  $\sigma$  en choisissant (arbitrairement), que  $\sigma = 2$  correspond à la polarisation dont la composante du champ électrique selon  $z$  est nulle. On a alors, si  $\theta$  correspond à l'angle entre le vecteur  $\vec{q}$  et la direction  $\vec{z}$

$$\begin{aligned} |\vec{e}_{\vec{q},\sigma=1} \cdot \vec{z}|^2 &= \sin^2(\theta) \\ |\vec{e}_{\vec{q},\sigma=2} \cdot \vec{z}|^2 &= 0 \end{aligned} \quad (2.19)$$

<sup>1</sup> C'est un abus de langage puisqu'il existe des situations où l'onde peut être polarisée TM, sans pour autant se coupler aux transitions inter-sous-bandes. Par exemple lors d'une émission verticale, similaire aux VECSELS, dans ce cas la lumière se propage verticalement (perpendiculairement aux plans des couches), la lumière peut être TE ou TM, mais la composante du champ électrique dans la direction verticale est nulle, et donc le couplage aux transitions inter-sous-bandes aussi. Bien qu'inexacte, nous continuerons à dire que les transitions inter-sous-bandes sont polarisées TM, en gardant en mémoire que cela sous entend en fait que seul le champ électrique perpendiculaire aux puits quantiques se couple aux transitions inter-sous-bandes.

On peut alors réécrire l'équation 2.17 et en utilisant l'équation 2.15 :

$$\begin{aligned}
 W_{i \rightarrow f}^{total(spo)} &= \frac{\pi e^2 |z_{i \rightarrow f}|^2}{\epsilon V} \iiint \omega_q \sin^2 \theta \delta(E_f - E_i + \hbar \omega_q) P(\vec{q}) q^2 dq \sin \theta d\theta d\phi \\
 &= \frac{e^2 |z_{i \rightarrow f}|^2 n \omega_{if}^3}{3\pi \epsilon_0 \hbar c^3}
 \end{aligned} \tag{2.20}$$

$n$  est l'indice de réfraction et  $\hbar \omega_{if}$  est la différence d'énergie entre la sous-bande finale et initiale.

Dans les lasers à cascade quantique dans le THz, le dipôle est de l'ordre de quelques nanomètre. À 3 THz et pour un dipôle de 5 nm, on obtient la durée de vie d'émission spontanée égale à  $\tau^{spo} \approx 15 \mu s$ . Ce temps est très long en comparaison aux autres temps de transitions, ainsi l'émission spontanée n'aura un rôle que très limité.

La variation de la fréquence à la puissance trois dans le taux d'émission spontanée, explique pourquoi le temps d'émission spontanée est aussi long. Dans l'infrarouge moyen le taux d'émission spontanée sera un peu plus grand, mais reste néanmoins négligeable.

Plus loin, nous étudierons différentes cavités optiques dont la taille ne peut plus être supposée beaucoup plus grande que la longueur d'onde. Le taux d'émission spontanée sera augmenté d'un facteur de Purcell [35], mais restera néanmoins très faible par rapport aux autres phénomènes mis en jeu.

### 2.3.3 Émission stimulée

Il est pratique d'introduire la densité spectrale d'énergie  $\rho(\nu)$  (en  $Jm^{-3}/Hz$ ). La relation qui lie la densité spectrale d'énergie au nombre de photons  $n_{\nu_i}$  de fréquence  $\nu_i$  est (on rappelle que l'on est toujours dans une cavité de volume  $V$ , les fréquences permises sont donc discrètes, et d'indice  $i$ , dans ce cas  $\rho(\nu)$  va être une série de pic de Dirac) :

$$\int_{\nu_{i-1/2}}^{\nu_{i+1/2}} \rho(\nu) d\nu = \frac{1}{V} n_{\nu_i} h \nu_i \tag{2.21}$$

où  $V$  est toujours le volume de la cavité,  $\nu_{i-1/2}$  correspond à la fréquence médiane entre  $\nu_i$  et  $\nu_{i-1}$ . En faisant ce choix on a bien l'intégrale sur toutes les fréquences de  $\rho(\nu)$  qui est égale à l'énergie volumique totale.

Intégrons maintenant le taux de transition d'émission stimulée obtenu plus précédemment (on suppose pour simplifier que le champ électrique

est perpendiculaire au plan des couches, alors dans l'équation 2.15 on a alors  $|\vec{e}_{\vec{q},\sigma} \cdot \vec{z}| = 1$  :

$$\begin{aligned} \int_{\nu_{i-1/2}}^{\nu_{i+1/2}} W_{i \rightarrow f}^{sti} d\nu &= \int_{\nu_{i-1/2}}^{\nu_{i+1/2}} \frac{2\pi^2 e^2 \nu_i}{\epsilon V} |z_{if}|^2 \delta(E_f - E_i + h\nu_i) n_{\nu_i} \\ &= \frac{2\pi^2 e^2}{\epsilon h^2} |z_{if}|^2 \frac{n_{\nu_i} h\nu_i}{V} \end{aligned} \quad (2.22)$$

En comparant les équations 2.21 et 2.22, on peut alors réécrire le taux d'émission stimulée :

$$W_{i \rightarrow f}^{sti} = \frac{2\pi^2 e^2}{\epsilon_0 n^2 h^2} |z_{if}|^2 \rho(\nu) \quad (2.23)$$

$\epsilon$  a été remplacé par  $\epsilon_0 n^2$  ou  $n$  est l'indice de réfraction.

### 2.3.4 Coefficients d' Einstein

L'évolution de la population inter-sous-bande du niveau 2 vers le niveau 1 peut être écrite en fonction des coefficients d'Einstein A et B :

$$\begin{aligned} \frac{dn_2}{dt} &= - A n_2 - B \rho(\nu) n_2 + B \rho(\nu) n_1 \\ \frac{dn_1}{dt} &= + A n_2 + B \rho(\nu) n_2 - B \rho(\nu) n_1 \end{aligned} \quad (2.24)$$

Les trois termes de la partie droite de l'équation correspondent à l'émission spontanée, l'émission stimulée et l'absorption<sup>2</sup>. D'après les équations 2.20 et 2.23 on a

$$\begin{aligned} A &= \frac{e^2 n \omega_0^3}{3\pi \epsilon_0 \hbar c^3} |z_{if}|^2 \\ B &= \frac{2\pi^2 e^2}{\epsilon_0 n^2 h^2} |z_{if}|^2 \end{aligned} \quad (2.25)$$

Le rapport du coefficient d'émission spontanée et stimulée  $A/B$  est égal à :

$$\frac{A}{B} = \frac{8\pi h\nu^3 n^3}{3c^3} \quad (2.26)$$

<sup>2</sup>Dans le cas général, les coefficients d'Enstein d'émission stimulée  $B_{21}$  et d'absorption  $B_{12}$  sont différents. Ils sont liés par la relation  $B_{12}/B_{21} = g_b/g_a$  où  $g_a$  et  $g_b$  sont les poids statistiques des niveaux d'énergie, c'est à dire le nombre d'état quantiques distincts correspondant à la même énergie. Pour les transitions intersousbandes, la dégénérescence est la même ainsi  $B_{12} = B_{21} = B$ .

Ce rapport est égal à un tiers de celui généralement obtenu. Le facteur 3 vient du fait que les transitions inter-sous-bandes ne se couplent qu'avec une seule composante du champ électrique. Le nombre de possibilités d'émission spontanée est donc réduit d'un facteur 3.

### 2.3.5 Gain inter-sous-bande

Si  $x$  est la direction de propagation de l'onde électromagnétique, le gain  $g(\nu)$  est donné par :

$$\frac{dI_\nu}{dx} = g(\nu)I_\nu \quad (2.27)$$

ou  $I_\nu$  est l'intensité de l'onde de fréquence  $\nu$ . Un bilan d'énergie dans une boîte de taille  $dx L_y L_z$  pendant une durée  $dt$  nous donne ( $I$  est l'intensité arrivant en  $x$  et  $I + dI$  l'intensité sortant en  $x + dx$ ) :

$$I_\nu dt L_y L_z + B \Delta \tilde{n} \rho(\nu) h \nu dx L_y L_z dt - (I + dI)_\nu dt L_y L_z = 0 \quad (2.28)$$

ou  $\Delta \tilde{n} = (n_2 - n_1)$  est la différence de population entre les deux niveaux (positive dans le cas d'une inversion de population).  $B$  est le coefficient d'Einstein lié à l'émission stimulée. On a négligé le terme d'émission spontanée qui n'a qu'une contribution mineure. On a donc :

$$\frac{dI_\nu}{dx} = B \Delta \tilde{n} \rho(\nu) h \nu \quad (2.29)$$

Nous allons chercher le lien entre  $\rho(\nu)$  et  $I_\nu$  afin d'obtenir une formule exprimant le gain. Jusqu'à présent on a traité la transition entre deux niveaux d'énergies discrètes. Typiquement la forme de raie de la transition est une lorentzienne :

$$\gamma(\nu) = \frac{1}{\pi} \frac{(\Delta\nu/2)}{(\nu - \nu_0)^2 + (\Delta\nu/2)^2} \quad (2.30)$$

Cette lorentzienne centrée en  $\nu_0$  est normalisée à 1 ( $\int \gamma(\nu) d\nu = 1$ ), et sa largeur à mi-hauteur (FWHM) est  $\Delta\nu$ .

On peut alors écrire la densité spectrale d'énergie  $\rho(\nu)$  en fonction de cette lorentzienne et de l'intensité :

$$\begin{aligned} \rho(\nu) &= \gamma(\nu) (\text{densité volumique d'énergie}) \\ &= \gamma(\nu) \left( \frac{n}{c} I_\nu \right) = \gamma(\nu) \left( \frac{\sqrt{\epsilon}}{c} I_\nu \right) \end{aligned} \quad (2.31)$$

Pour éviter les confusions entre l'inversion de population  $\Delta \tilde{n}$  et l'indice optique  $n$ , nous écrivons l'indice optique sous la forme  $\sqrt{\epsilon}$ .

On peut alors réécrire l'équation 2.29 :

$$\frac{dI_\nu}{dx} = B \frac{\sqrt{\epsilon} \Delta\tilde{n}}{c} h\nu \gamma(\nu) I_\nu \quad (2.32)$$

Le gain est ainsi donné par :

$$\begin{aligned} g(\nu) &= \frac{B \sqrt{\epsilon} \Delta\tilde{n} h\nu}{c} \gamma(\nu) \\ &= \frac{2\pi^2 e^2 \Delta\tilde{n} \nu |z_{if}|^2}{\epsilon_0 \sqrt{\epsilon} hc} \gamma(\nu) \end{aligned} \quad (2.33)$$

Et le gain maximal par :

$$\begin{aligned} g(\nu_0) &= \frac{4\pi e^2 \Delta\tilde{n} |z_{if}|^2}{\epsilon_0 \sqrt{\epsilon} hc \Delta\nu/\nu_0} \\ &\approx \frac{1}{\sqrt{\epsilon}} 0.1834 \frac{\Delta\tilde{n} |z_{if}|^2}{\Delta\nu/\nu_0} \end{aligned} \quad (2.34)$$

## 2.4 Transition non radiative

Les transitions non radiatives ont deux rôles opposés dans le fonctionnement des lasers à cascade quantique. D'une part elles permettent d'obtenir l'inversion de population puisque elles peuvent être très rapides, et vont servir à dépeupler efficacement le niveau fondamental de la transition optique, ce qui va permettre l'inversion de population. D'autre part, elles vont aussi limiter les performances des lasers, en permettant des transitions non désirées. On peut citer par exemple l'émission de phonons activés thermiquement, qui réduit fortement l'inversion de population en augmentant la température de la région active. La compréhension de ces mécanismes est donc très importante.

À la différence des transitions radiatives, les transitions non radiatives ne conservent pas le moment des électrons dans le plan. Ainsi les transitions non radiatives peuvent être soit inter-sous-bande, soit intra-sous-bande où un électron (ou plusieurs) va changer de vecteur d'onde dans le plan en restant dans la même sous bande.

### 2.4.1 Diffusion assistée par les phonons LO

Dans cette partie je décrirai brièvement la couplage des électrons avec les phonons polaires longitudinaux. Le formalisme utilisé peut être trouvé dans le livre de Yu et Cardona [36] où dans l'article de Jurgen H. Smet

[37], qui est dédié plus précisément aux structures inter-sous-bandes (attention dans cet article les unités cgs sont utilisées). Bien que nous utilisons des structures à base de puits quantiques, pour ces calculs nous nous restreindrons aux phonons du GaAs massif. Prendre en compte les phonons d'interfaces ne donne lieu, dans la plupart des cas, qu'à des petites corrections. Afin de simplifier les calculs, nous ne ferons pas intervenir d'écrantage.

L'interaction se calcule en utilisant l'Hamiltonien de Fröhlich [36] :

$$H_{Fro} = \sum_{\vec{q}} \frac{iC_F}{q} \left( e^{i\vec{q}\vec{r}} b_{\vec{q}} - e^{-i\vec{q}\vec{r}} b_{\vec{q}}^\dagger \right) \quad (2.35)$$

où  $q$  est le vecteur d'onde du phonon,  $b_{\vec{q}}$  et  $b_{\vec{q}}^\dagger$  sont les opérateurs annihilation et création de phonon de vecteur d'onde  $\vec{q}$ , et  $C_F$  la constante de Fröhlich, elle est donnée pour une interaction avec les phonons LO :

$$C_F = \sqrt{\frac{\hbar\omega_{LO}e^2}{2V} \left( \frac{1}{\epsilon_\infty} - \frac{1}{\epsilon_s} \right)} \quad (2.36)$$

$\epsilon_\infty$  et  $\epsilon_s$  sont les constantes diélectriques pour les hautes fréquences et en statique. Dans le GaAs ces valeurs sont  $\epsilon_\infty = 10.94\epsilon_0$  et  $\epsilon_s = 12.91\epsilon_0$ .

En appliquant la règle d'or de Fermi, le taux de transition mettant en jeu un phonon LO est donné par :

$$W_{i \rightarrow f}(\vec{k}_i, \vec{k}_f) = \frac{2\pi}{\hbar} \left| \langle f, \vec{k}_f | H_{Fro} | i, \vec{k}_i \rangle \right|^2 \delta(E_f(\vec{k}_f) - E_i(\vec{k}_i) \pm \hbar\omega_{LO}) \quad (2.37)$$

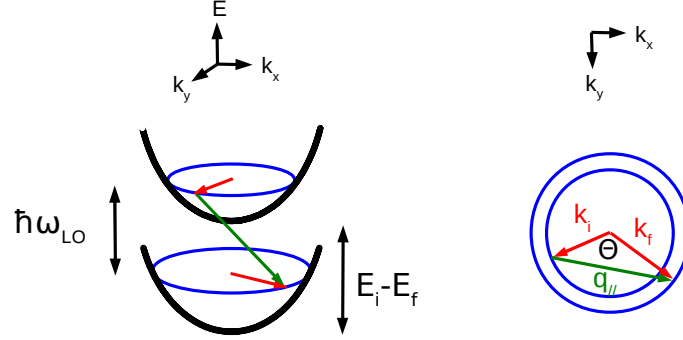
En utilisant la forme des fonctions d'ondes utilisée précédemment (cf eq. 2.3), on obtient :

$$\left| \langle f, \vec{k}_f | H_{Fro} | i, \vec{k}_i \rangle \right|^2 = C_F^2 \frac{1}{q_{\parallel}^2 + q_z^2} |A_{i,f}(q_z)|^2 \delta_{\vec{k}_i, \vec{k}_f \mp \vec{q}_{\parallel}} (n_{\omega_{LO}} + 1/2 \mp 1/2) \quad (2.38)$$

où  $q_{\parallel}$  et  $q_z$  sont les composantes du vecteur d'onde du phonon parallèlement et perpendiculairement aux plans des couches.  $n_{\omega_{LO}}$  est l'occupation de phonon. Le signe moins correspond à l'absorption de phonon et le terme plus à l'émission.  $A_{i,f}$  est un facteur de forme donné par :

$$A_{i,f}(q_z) = \int \phi_f(z)^* \phi_i(z) \exp(\pm iq_z z) \quad (2.39)$$

Deux règles de sélection apparaissent dans la règle d'or de Fermi, la conservation de l'énergie et la conservation du moment dans le plan. En



**FIG. 2.1:** Schéma de l'émission de phonon lors d'une transition inter-sous-bande. À droite est représentée la conservation du moment dans le plan, en espace réciproque.  $\theta$  est l'angle entre les vecteurs d'onde dans le plan initial et final.

négligeant la non parabolicité des bandes, la conservation de l'énergie s'écrit :

$$E_{final} = E_{initial}$$

$$\left( E_f + \frac{\hbar^2 \vec{k}_f^2}{2m^*} \right) \pm \hbar\omega_{LO} = \left( E_i + \frac{\hbar^2 \vec{k}_i^2}{2m^*} \right) \quad (2.40)$$

Cette équation signifie que le vecteur d'onde (dans le plan) final est sur un cercle tel que (cf figure 2.1) :

$$k_f^2 = k_i^2 + \frac{2m^*}{\hbar^2} (E_{0,i} - E_{0,f} \mp \hbar\omega_{LO}) \quad (2.41)$$

La deuxième règle de sélection est la conservation du moment :

$$\vec{k}_i \pm \vec{q}_{||} = \vec{k}_f \quad (2.42)$$

En introduisant l'angle  $\theta$  entre les vecteurs  $\vec{k}_i$  et  $\vec{k}_f$  on a alors (relation d'Al-Kashi ou de Pythagore généralisée) :

$$q_{||}^2 = k_i^2 + k_f^2 - 2k_i k_f \cos(\theta) \quad (2.43)$$

En faisant la somme sur tous les vecteurs d'onde du phonon ( $\vec{q}_{||}$ ,  $q_z$ ) possibles ainsi que tous les états finaux  $\vec{k}_f$ , les taux de transition sont



donnés par :

$$W_{i \rightarrow f}(\vec{k}_i, \vec{k}_f) = \sum_{\vec{k}_f} \sum_{\vec{q}_{\parallel}} \sum_{q_z} \frac{2\pi}{\hbar} C_F^2 \frac{1}{q_{\parallel}^2 + q_z^2} |A_{i,f}(q_z)|^2 \delta_{\vec{k}_i, \vec{k}_f \mp \vec{q}_{\parallel}} \quad (2.44)$$

$$* (n_{\omega_{LO}} + 1/2 \mp 1/2) \delta(E_f(\vec{k}_f) - E_i(\vec{k}_i) \pm \hbar\omega_{LO})$$

Le passage de somme à intégrale se fait très facilement puisque la courbe de dispersion des phonons LO est plate (la densité d'état est alors  $\rho(\vec{q})d\vec{q} = \frac{S}{4\pi^2} d\vec{q}_{\parallel} \frac{L_z}{2\pi} dq_z$ ). En utilisant la relation :  $\int \frac{exp(ix)}{a^2+x^2} = \pi e^{-|a|}/|a|$ , la somme sur  $q_z$  donne :

$$\sum_{q_z} \frac{1}{q_{\parallel}^2 + q_z^2} |A_{i,f}(q_z)| = \frac{L_z}{2} B_{i,f}(q_{\parallel}) \quad (2.45)$$

Où  $L_z$  est une longueur de normalisation et  $B_{i,f}$  est donné par :

$$B_{i,f}(q_{\parallel}) = \iint dz dz' \phi_f^*(z) \phi_i(z) \frac{1}{q_{\parallel}} e^{-q_{\parallel}|z-z'|} \phi_i^*(z') \phi_f(z') \quad (2.46)$$

On obtient alors les taux de transition (en utilisant la forme de  $C_F$ , cf. équation 2.36) :

$$W_{i \rightarrow f}^{abs}(\vec{k}_i) = \frac{m^* e^2 \omega_{LO}}{8\pi \hbar^2} \left( \frac{1}{\epsilon_{\infty}} - \frac{1}{\epsilon_s} \right) n_{\omega_{LO}} \int_0^{2\pi} d\theta B_{i,f}(q_{\parallel})$$

$$W_{i \rightarrow f}^{emi}(\vec{k}_i) = \frac{m^* e^2 \omega_{LO}}{8\pi \hbar^2} \left( \frac{1}{\epsilon_{\infty}} - \frac{1}{\epsilon_s} \right) (n_{\omega_{LO}} + 1) \int_0^{2\pi} d\theta B_{i,f}(q_{\parallel}) \quad (2.47)$$

$$B_{i,f}(q_{\parallel}) = \iint dz dz' \phi_f^*(z) \phi_i(z) \frac{1}{q_{\parallel}} e^{-q_{\parallel}|z-z'|} \phi_i^*(z') \phi_f(z')$$

$n_{\omega_{LO}}$  est la distribution de Bose-Einstein des phonons LO :

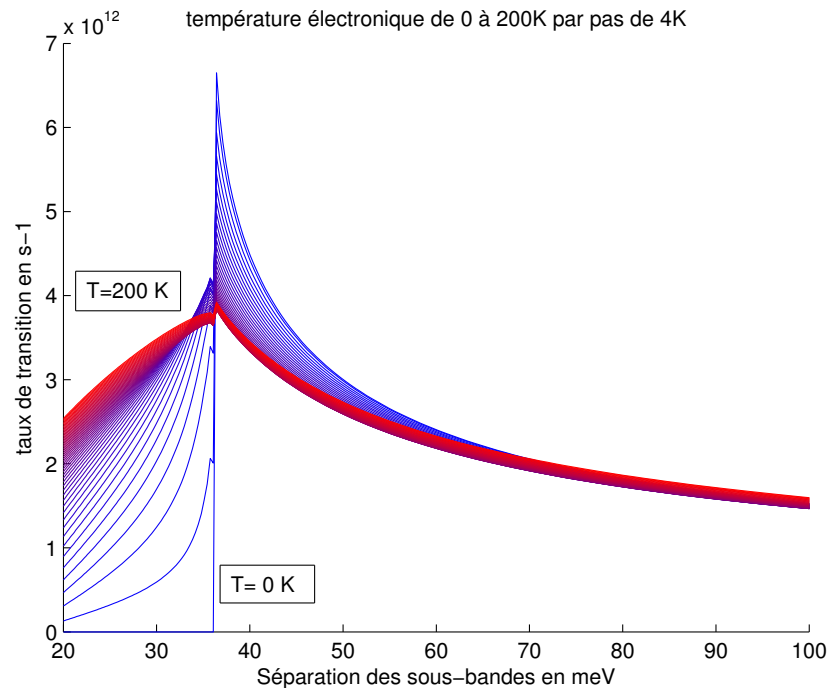
$$n_{\omega_{LO}} = \frac{1}{e^{\hbar\omega_{LO}/kT} - 1} \quad (2.48)$$

Le taux d'émission en fonction de la température, peut être obtenu en utilisant une distribution de Fermi-Dirac pour les électrons :

$$W^{emi}(T) = \frac{\int dE_k W^{emi}(\vec{k}) f_{FD}(E_k)}{\int dE_k f_{FD}(E_k)} \quad (2.49)$$

où  $E_k = \hbar^2 k^2 / 2m^*$  est l'énergie cinétique de l'électron dans le plan.

À titre d'exemple, la figure 2.2 décrit le taux d'émission de phonon ainsi obtenu en fonction de la séparation entre les deux niveaux mis en jeu. Pour



**FIG. 2.2:** Taux d'émission de phonon entre le deuxième et le premier niveau d'un puits quantique en GaAs avec des barrières infinies (en utilisant 2.49).

cette simulation, un puits quantique en GaAs avec des barrières infinies a été utilisé. Ici la transition étudiée est entre le deuxième et le premier niveau du puits quantique. En variant la largeur du puits on change la différence d'énergie entre les deux premiers niveaux. Pour ce calcul, les populations des états initiaux et finaux ont été considérés comme presque nulles.

À température nulle, l'émission n'est permise que pour une séparation supérieure à l'énergie du phonon (36.25 meV dans le GaAs). Dès que la température augmente un peu, l'émission de phonon va être permise grâce à l'énergie dans le plan des électrons "chauds". On parle alors d'émission de phonon activée thermiquement.

Il est important de noter ici que pour les dispositifs fonctionnant sous injection électrique, les électrons ont généralement une température significativement plus grande que la température du réseau, qui peut atteindre une centaine de degrés Kelvin.

### 2.4.2 Phonons acoustiques

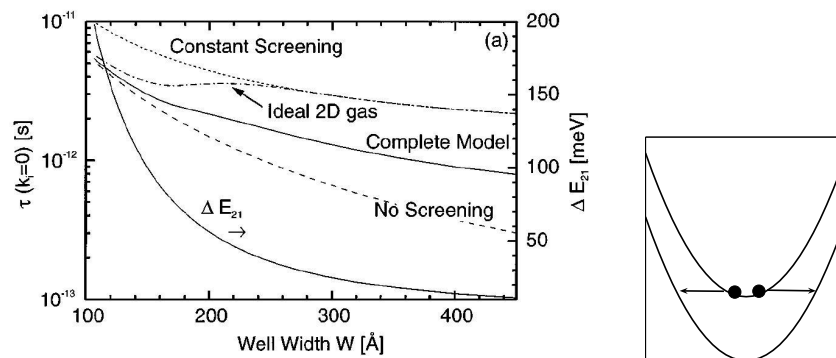
L'effet de la relaxation assistée par les phonons acoustiques ne va pas avoir un rôle important dans les transitions inter-sous-bandes, particulièrement à basse température où la population de phonon est faible. Les durées de vie typiques des diffusions par les phonons acoustiques est de l'ordre de 100 ps [37].

### 2.4.3 Collisions électron-électron

En dessous de l'énergie du phonon LO, et à basse température quand l'émission de phonons activés thermiquement est interdite, le processus dominant de relaxation va être la diffusion par collision électron électron.

Expérimentalement il est difficile de mesurer les durées de vie associées aux transitions par collision électron électron, car il est difficile d'attribuer sans ambiguïté les durées de vie mesurés à des collisions électron électron. Dans la littérature les durées de vie ont été mesurés [38, 39, 40, 41, 42], mais il reste néanmoins une grande incertitude sur le rôle exact de l'interaction électron électron. Les exemples comprennent l'absorption et les mesures de photovoltage faite par Heyman et collaborateurs, en utilisant un laser infrarouge lointain pour un système constitué de deux niveaux énergétiques séparés de 11 meV. En fonction de l'intensité du laser de pompe, la durée de vie à 10 K varie de 15 ps à  $10^{-3}$  ps ! Toutefois il est difficile de corrélérer ces résultats avec la population des sous bandes. Des durées de vie plus courtes ont été mesurées par Hartig et collaborateurs [41] en observant la photoluminescence résolue dans le temps pour une structure avec un écart énergétique de 28 meV. Des durées de vie de l'ordre de 2 ps ont été mesurées pour des densités de population de  $5 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-2}$ . Il est difficile d'attribuer ces durées de vie aux collisions électron électron et non pas à une émission de phonons activée thermiquement (l'écart énergétique est proche de celle du phonon LO). Il est probable que l'utilisation d'un laser interbande pour pomper la structure crée une population "chaude" d'électrons dans l'état excité et ainsi favorise l'émission de phonons activée thermiquement. Des simulations Monte-Carlo faites par Dür et collaborateurs [43] ont confirmé cette conclusion.

Du point de vue théorique, il est tout aussi difficile d'estimer les taux de transitions, car un calcul de type N corps est nécessaire. On peut cependant fournir une interprétation semi-quantitative : ces transitions sont liées à l'interaction entre électrons créée par le potentiel de Coulomb qui est lui même modifié par la présence des électrons.



**FIG. 2.3:** Taux de transition électron-électron. Cette courbe est extraite de [37].

La figure 2.3 correspond à différentes simulations avec différents types d'écrantage pour la transition électron-électron. Cette figure est extraite de [37] et correspond à une transition où deux électrons dans la deuxième sous-bande se désexcitent tous les deux dans la première sous-bande. Le puits quantique utilisé est supposé infini.

Cette figure montre que le taux de transition lié à une collision électron-électron est de l'ordre de la ps. En outre, plus les niveaux sont proches, plus ce processus de relaxation est efficace.

#### 2.4.4 Autres diffusions

D'autres mécanismes de diffusion sont possibles dans les structures à cascade, par exemple la diffusion sur les impuretés ionisées ou sur les défauts d'interface. Les taux de transition sont approximativement d'un ordre de grandeur plus faibles que pour la transition électron-électron et l'émission de phonons LO. Néanmoins ces diffusions jouent sûrement un rôle dans l'élargissement des transitions optiques. Ainsi pour limiter l'effet des impuretés ionisées, le dopage dans les hétéro-structures à cascade est généralement introduit le plus loin possible de la région où la transition optique a lieu, afin de limiter l'élargissement spectral de la raie optique, qui selon l'équation 2.34 aurait pour effet de réduire le gain maximal.

## 2.5 Transport tunnel

Les lasers à cascade quantique sont des lasers pompés électriquement. Le transport des électrons à travers la structure est un mécanisme

compliqué, et difficile à simuler. Une analyse complète dépasse largement le cadre de cette thèse. Néanmoins puisque c'est un mécanisme fondamental pour les lasers à cascade quantique, dans cette partie je présenterai une méthode simplifiée pour l'analyser en utilisant les matrices densités dans une approche de type *tight binding*.

Le but est de trouver une expression du courant électrique qui traverse une structure à cascade quantique. Pour ne pas alourdir les calculs, nous avons simplifiée la structure à cascade au maximum, c'est à dire qu'elle ne contient qu'un seul puits quantique par période.

### 2.5.1 Les matrices densités

Avant de décrire le transport dans les structures à cascade, je vais rappeler les principales caractéristiques de la matrice densité [44, 45]. La matrice densité est définie par :

$$\rho = \sum P_\psi |\psi\rangle\langle\psi| \quad (2.50)$$

où  $P_\psi$  est la probabilité d'être dans un état  $|\psi\rangle$ . Afin de comprendre un peu mieux les caractéristiques de la matrice densité nous allons étudier un système simple composé de deux niveaux ( $|1\rangle$  et  $|2\rangle$ ) de même énergie. Supposons que l'on prépare un état cohérent entre les niveaux 1 et 2, que l'on appelle aussi chat de Schrödinger.

$$|\psi_1\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|1\rangle + |2\rangle) \quad (2.51)$$

Cet état est un état pur donc  $P_{\psi_1} = 1$ . La matrice densité pour le chat de Schrödinger s'écrit alors :

$$\rho = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 \\ 1/2 & 1/2 \end{pmatrix} \quad \text{mélange cohérent} \quad (2.52)$$

Supposons maintenant que l'on a un mélange statistique de chats vivants et de chats morts avec la même probabilité. Cette situation est très différente de la première : avant on avait des chats en même temps mort et en même temps vivant, et maintenant, si on a 10 chats, 5 sont vivants et 5 sont morts. on a alors :

$$|\psi_1\rangle = |1\rangle \quad |\psi_2\rangle = |2\rangle \quad (2.53)$$

avec les probabilités :

$$P_{\psi_1} = P_{\psi_2} = 1/2 \quad (2.54)$$

Dans ce cas la matrice densité s'écrit :

$$\rho = \begin{pmatrix} 1/2 & 0 \\ 0 & 1/2 \end{pmatrix} \quad \text{mélange statistique} \quad (2.55)$$

On note avec cet exemple simple ( et qui reste vrai dans le cas général) que

- les éléments diagonaux de la matrice densité correspondent aux probabilités de présence.
- les éléments non diagonaux représentent le degré de cohérence.

La matrice densité vérifie les relations suivantes :

- La matrice densité est une matrice hermitienne :

$$\rho = \rho^\dagger$$

- Conservation de la probabilité :

$$Tr(\rho) = 1$$

- Pour un état pur (état de Schrödinger) on a :

$$\rho^2 = \rho$$

- Et la relation suivante est vérifiée avec égalité si et seulement si on est dans un état pur :

$$Tr(\rho^2) \leq 1$$

### Évolution temporelle de la matrice densité

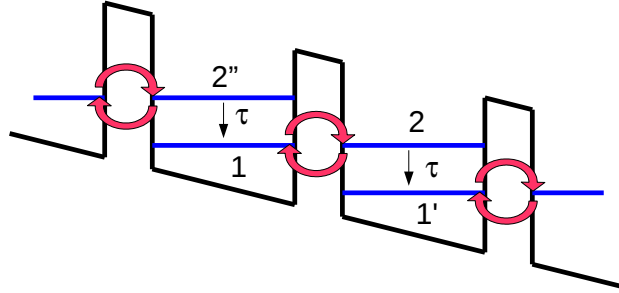
L'évolution temporelle de la matrice densité est donnée par :

$$\frac{d\rho}{dt} = -\frac{i}{\hbar}[H, \rho] \quad (2.56)$$

On ajoute de manière phénoménologique des termes d'amortissements [46, 47] :

$$\left. \frac{d\rho}{dt} \right|_{ij} = -\frac{i}{\hbar}[H, \rho]_{ij} - \gamma_{ij}\rho_{ij} \quad (2.57)$$

Il est important de souligner que cette équation n'est pas une équation matricielle, elle explicite les variations temporelles de chaque éléments  $ij$  de la matrice densité. Les éléments diagonaux  $\gamma_{ii}$  d'amortissement correspondent à l'inverse du temps de vie des niveaux. Les termes non diagonaux d'amortissement correspondent à la perte de cohérence, qui peut provenir soit d'une transition entre les deux niveaux, soit d'un déphasage.



**FIG. 2.4:** Schéma de la structure à deux niveaux. Le niveau 2'' est le niveau 2 de la période précédente.

### Structure à deux niveaux

Dans le cas de la structure à deux niveaux (cf fig 2.4), considérons le transport tunnel résonnant entre le niveau 1 et le niveau 2. Le couplage entre ces deux niveaux est  $\Delta_0/2$ . Donc dans la base diagonalisé les états propres (symétrique et antisymétrique) de l'hamiltonien sont séparés d'une énergie  $\Delta_0$ . Dans la base des niveaux 1 et 2 (non diagonalisé), l'hamiltonien s'écrit :

$$H = \begin{pmatrix} E_1 & -\Delta_0/2 \\ -\Delta_0/2 & E_2 \end{pmatrix} \quad (2.58)$$

L'évolution des éléments de la matrice densité est donnée par (on rappelle que  $\rho_{12}^* = \rho_{21}$ ) :

$$\begin{aligned} \frac{d\rho_{11}}{dt} &= \frac{i\Delta_0}{2\hbar}(\rho_{21} - \rho_{21}^*) + \frac{\rho_{2''2''}}{\tau} \\ \frac{d\rho_{22}}{dt} &= \frac{-i\Delta_0}{2\hbar}(\rho_{21} - \rho_{21}^*) - \frac{\rho_{22}}{\tau} \\ \frac{d\rho_{21}}{dt} &= \frac{i\Delta_0}{2\hbar}(\rho_{11} - \rho_{22}) - \frac{iE_{21}}{\hbar}\rho_{21} - \frac{\rho_{21}}{\tau_{//}} \end{aligned} \quad (2.59)$$

où  $E_{21} = E_2 - E_1$ ,  $\tau$  est le temps total de transition du niveau 2 vers le niveau 1, et  $\tau_{//}$  le temps de pertes de cohérence. Ce dernier comprend les effets de la relaxation des populations et un terme de déphasage pur. Les états 2'' et 1' correspondent à l'état 2 de la période précédente, et l'état 1 de la période suivante (cf schéma 2.4).

Pour séparer dans  $\tau_{//}$  le terme de déphasage pur nous allons étudier l'évolution temporelle d'un état pur créé à  $t = 0$ . On note pour commencer

que  $Tr(\rho^2) \leq 1$  peut se réécrire comme <sup>3</sup> :

$$|\rho_{ij}|^2 \leq \rho_{ii}\rho_{jj} \quad (2.60)$$

L'égalité se produisant pour un état pur. À  $t = 0$  on prépare le système dans un état pur 1 et 2, tous les autres niveaux étant vides ( $\rho_{1'1'} = \rho_{2'2'} = 0$ ). On a :

$$\begin{cases} |\rho_{12}|^2 = \rho_{11}\rho_{22} & \text{si } t = 0 \\ |\rho_{12}|^2 \leq \rho_{11}\rho_{22} & \text{si } t > 0 \end{cases} \quad (2.61)$$

La deuxième équation étant vraie aussi pour un temps  $t=dt$ . On en déduit que :

$$\left. \frac{d|\rho_{12}|^2}{dt} \right|_{t=0} \leq \left. \frac{d\rho_{22}\rho_{11}}{dt} \right|_{t=0} \quad (2.62)$$

On en déduit en utilisant les équations 2.59 que :

$$\frac{i\Delta_0}{2\hbar}(\rho_{21} - \rho_{21}^*)(\rho_{22} - \rho_{11}) - \frac{2|\rho_{21}|^2}{\tau_{//}} \leq \frac{i\Delta_0}{2\hbar}(\rho_{21} - \rho_{21}^*)(\rho_{22} - \rho_{11}) - \frac{\rho_{22}\rho_{11}}{\tau} \quad (2.63)$$

Tous les  $\rho_{ij}$  dans cette équation étant à  $t = 0$ , entre autres on a  $|\rho_{12}|^2 = \rho_{11}\rho_{22}$ . Ainsi cela entraîne que :

$$\frac{1}{\tau_{//}} \geq \frac{1}{2\tau} \quad (2.64)$$

Le signe "plus grand que" permet l'ajout d'un terme de déphasage pur  $T_2^*$  défini par :

$$\frac{1}{\tau_{//}} = \frac{1}{2\tau} + \frac{1}{T_2^*} \quad (2.65)$$

Ce temps de déphasage pur  $T_2^*$  joue un rôle important dans le transport comme nous allons le voir, son estimation théorique reste cependant difficile.

### Courant électrique

Nous allons étudier le système en régime continu afin de calculer le courant donné par :

$$J = \frac{eN\rho_{22}}{\tau} \quad (2.66)$$

---

<sup>3</sup> $Tr(\rho^2) = (\rho_{11}^2 + \rho_{21}\rho_{12}) + (\rho_{22}^2 + \rho_{12}\rho_{21}) = \rho_{11}(1 - \rho_{22}) + \rho_{22}(1 - \rho_{11}) + 2|\rho_{12}|^2 = 1 - 2\rho_{11}\rho_{22} + 2|\rho_{12}|^2$



où  $N$  est densité surfacique d'électron par période, et  $J$  la densité de courant injectée dans le système.

En régime continu, les dérivées temporelles s'annulent, et chaque période est identique, ainsi  $\rho_{2'2''} = \rho_{22}$ . Les équations 2.59 impliquent alors que :

$$J = \frac{eN}{2} \frac{\left(\frac{\Delta_0}{\hbar}\right)^2 \tau_{//}}{1 + \left(\frac{E_{21}}{\hbar}\right)^2 \tau_{//}^2 + \left(\frac{\Delta_0}{\hbar}\right)^2 \tau_{//}\tau} \quad (2.67)$$

Cette expression du courant, équivalente à celle décrite par R.F. Kazarinov et R.A. Suris [20] et C. Sirtori et collaborateurs [48] décrit le courant résonnant en fonction de l'écart énergétique  $E_{21} = E_2 - E_1$ , comme une lorentzienne de largeur à mi-hauteur :

$$\Delta E_{21,FWHM} = \frac{2\hbar}{\tau_{//}} \sqrt{1 + \left(\frac{\Delta_0}{\hbar}\right)^2 \tau_{//}\tau} \quad (2.68)$$

Le courant est maximal quand l'écart énergétique  $E_{21}$  entre  $E_2$  et  $E_1$  est nul. Celui-ci est donné par :

$$J_{max} = \frac{eN}{2} \frac{\left(\frac{\Delta_0}{\hbar}\right)^2 \tau_{//}}{1 + \left(\frac{\Delta_0}{\hbar}\right)^2 \tau_{//}\tau} \quad (2.69)$$

On voit apparaître deux régimes selon la valeur de  $\left(\frac{\Delta_0}{\hbar}\right)^2 \tau_{//}\tau$ .

- Si  $\left(\frac{\Delta_0}{\hbar}\right)^2 \tau_{//}\tau \gg 1$  on parle de couplage fort. Le transport est alors dominé par un transport tunnel résonant. Le courant maximal est alors donné par :  $J_{max} = eN/(2\tau)$ . Le facteur 2 provenant du fait que les populations transitent très rapidement entre les deux niveaux couplés et donc ils se trouvent seulement la moitié du temps dans le niveau 2, ou il peuvent se désexciter avec le temps  $\tau$
- Le deuxième régime a lieu pour  $\left(\frac{\Delta_0}{\hbar}\right)^2 \tau_{//}\tau \ll 1$ . Le transport est dominé par le transport tunnel incohérent (c'est à dire dominé par les diffusions).

### Lien entre $T_2^*$ et la largeur des niveaux

Le développement précédent est formellement équivalent à l'étude d'un système à 2 niveaux soumis à un champ électrique oscillant. Les détails peuvent être trouvés dans les livres de A. Yariv [49], de B. Cagnac, de J.P. Faroux [50] et de R. Paiella [51] et dans de nombreux autres ouvrages.

Dans ce cadre il est montré que la largeur de raie à mi-hauteur (élargissement homogène) est lié au temps  $T_2$  par :

$$\Delta\nu_{1/2} = \frac{1}{\pi T_2} \quad (2.70)$$

Ce temps  $T_2$  comprend un terme de déphasage pur  $T_2^*$  et le temps de vie de la transition. Généralement le terme dominant dans  $T_2$  va être le déphasage pur. Ainsi

$$T_2^* \approx \frac{1}{\pi \Delta\nu_{1/2}} \quad (2.71)$$

Une mesure de la largeur de raie d'émission spontanée de la structure, permet d'obtenir une estimation du temps de déphasage pur  $T_2^*$

## 2.6 Principe général des lasers à cascade quantique

Nous avons maintenant tous les éléments nécessaires pour la compréhension de la structure électronique des lasers à cascades quantique :

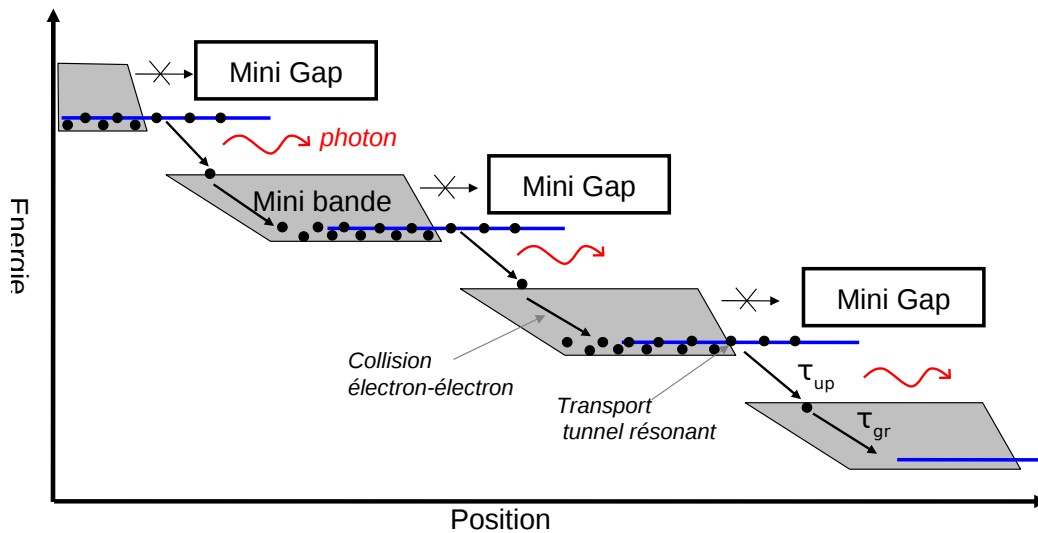
- 1) Ce sont des lasers unipolaires, c'est à dire qu'un seul type de porteur de charge est présent dans la structure (généralement des électrons).
- 2) Ils sont pompés électriquement. Les électrons traversent la structure sous l'action d'un champ électrique. Le transport entre les différents puits quantiques se fait par transport tunnel résonant.
- 3) La région active est composée de nombreuses périodes identiques. L'électron peut ainsi, dans le cas d'une structure idéale, émettre un photon par période. Chaque période est constituée d'un extracteur-injecteur, et d'une partie où se fera l'inversion de population nécessaire pour le laser. L'extracteur-injecteur sert à extraire rapidement les électrons du niveau bas de la transition optique afin de maximiser l'inversion de population puis à injecter sélectivement les électrons dans le niveau haut de la transition optique. Ainsi les électrons sont recyclés pour la période suivante.

Afin de comprendre plus en détail le principe de fonctionnement d'un laser à cascade quantique, nous décrirons deux exemples de structure. Ces deux structures sont celles qui ont été principalement utilisées pendant cette thèse. Pour les lasers à cascade quantique dans l'infrarouge moyen, différents types de structures quantiques peuvent être trouvés dans les références suivantes [52, 47].

### 2.6.1 Exemple 1 : "Bound to continuum"

La structure *bound to continuum* (BTC) que nous allons décrire est celle proposée par Stefano Barbieri et collaborateurs dans l'article [53].

La figure 2.5 décrit un schéma simplifié de la structure de bande d'une région active *bound to continuum*. La structure à cascade consiste en une



**FIG. 2.5:** Schéma de principe d'un laser cascade *bound to continuum*. La figure représente l'énergie des niveaux électroniques en fonction de la position. La partie grise correspond à une minibande (*continuum*), c'est à dire un ensemble de niveaux rapprochés. Les électrons traversent rapidement la minibande par collision électron-électron. Par transport tunnel résonant, les électrons vont se retrouver dans le niveau confiné (niveau bleu, *bound*), qui est le niveau excité de la transition optique.  $\tau_{up}$  correspond au temps de vie dans le niveau lié, et  $\tau_{gr}$  au temps de vie dans le niveau excité de la minibande suivante.

répétition d'une même période. Dans un schéma BTC, chaque période est composée d'une minibande (*continuum*) et d'un état lié (*bound*). Un électron dans la structure va d'abord être injecté dans la minibande, pour ensuite relaxer rapidement au fond de cette minibande par collision électron-électron. Il passe ensuite rapidement dans le niveau lié par transport tunnel résonant. La transition vers la minibande suivante se fait en émettant un photon, et ainsi de suite. En regardant le schéma 2.5, en remplaçant les électrons par des gouttes d'eau, et éventuellement en ajoutant quelques

saumons qui remontent la structure, le nom cascade donné à ce type de structure semble très bien choisi...

L'explication précédente décrit le principe général de fonctionnement d'un laser à cascade quantique. Nous allons maintenant décrire de manière plus précise tous les éléments de cette structure. Comme dans tous les lasers, le gain optique est proportionnel à l'inversion de population qu'il faut donc maximiser. Dans les structures BTC, la transition optique se fait à partir du niveau lié vers l'état excité de la minibande suivante. Afin d'obtenir l'inversion de population il faut que la durée de vie  $\tau_{up}$  du niveau lié soit plus longue que celle du niveau excité de la minibande  $\tau_{gr}$ . Le processus de collisions électrons électrons dans la minibande, assure une relaxation rapide des électrons, qui entraîne que  $\tau_{up} > \tau_{gr}$ .

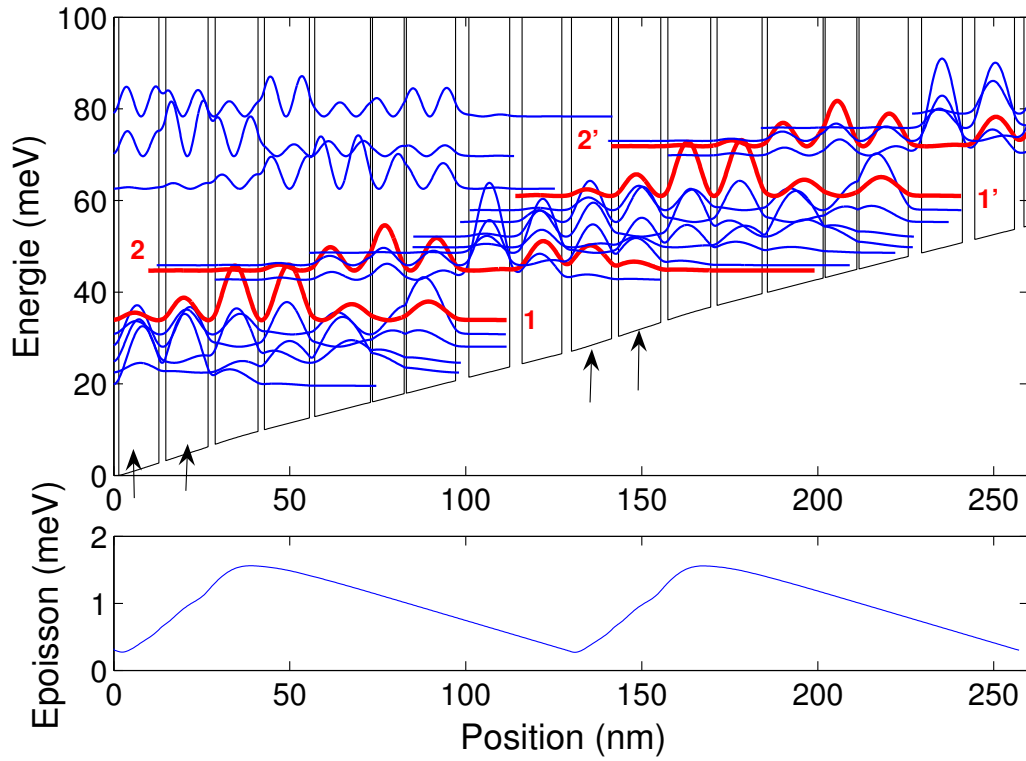
La position du niveau lié est aussi très importante, comme le montre le schéma 2.5 elle correspond à une énergie légèrement supérieure à celle de l'état fondamental de la minibande. Cet écart vise à minimiser le temps de transport tunnel résonnant. Généralement cet écart doit être de l'ordre de l'énergie de Fermi [48], qui dépend du dopage introduit dans le système.

Afin d'éviter que les électrons fuient vers le "vrai" continuum (au dessus des barrières des puits quantiques), les structures doivent présenter un mini gap. Celui-ci est défini comme étant un domaine d'énergie ne contenant pas de niveau électronique. La probabilité que les électrons le traverse est alors très faible.

La figure 2.6 représente la structure bound to continuum dessinée par Stefano Barbieri et collaborateurs [53]. La transition radiative se fait du niveau 2 vers le niveau 1. La simulation a été faite en résolvant les équations couplées de Schrödinger Poisson (équation 2.8). La transition entre le niveau 2 et le niveau 1 a une énergie de 10.8 meV, et le dipôle optique associé est de 6.43 nm. La résolution de l'équation de Schrödinger seule donne 11.2 meV et 6.24 nm. Même si l'équation de Poisson n'engendre que des variations faibles, la différence n'est tout de même pas négligeable.

### 2.6.2 Exemple 2 : le "phonon résonant"

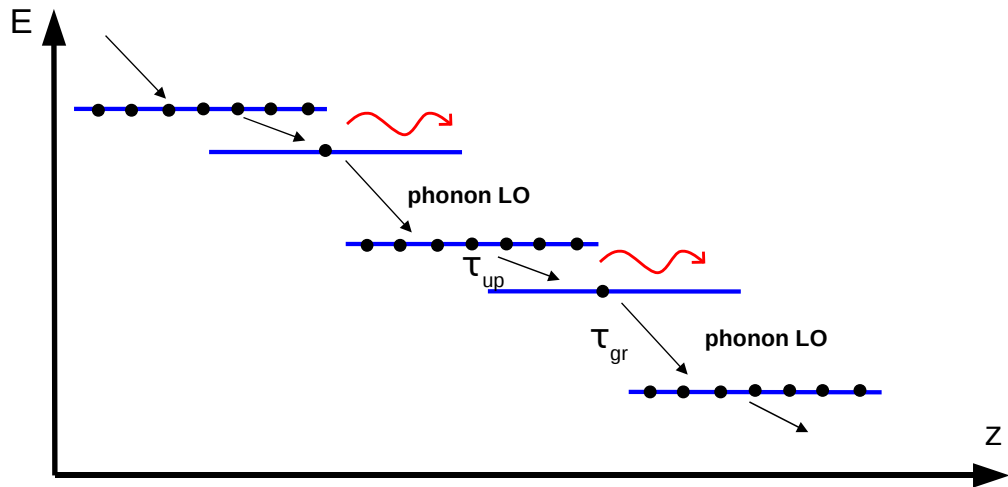
Les structures de type "phonon résonant" sont constituées principalement de deux niveaux par période (cf fig 2.7). Les écarts entre les niveaux sont égaux à l'énergie du phonon et à l'énergie de la transition optique voulue. L'inversion de population (c'est à dire  $\tau_{up} > \tau_{gr}$ ) est obtenue grâce à la diffusion résonante très rapide de l'électron par un phonon LO. D'après la figure 2.2, lorsque l'écart énergétique entre deux niveaux est proche



**FIG. 2.6:** Diagramme de bande d'un laser à cascade quantique THz *bound to continuum* [53]. Deux périodes de la région active du laser à cascade quantique sont représentées. La courbe noire correspond au profil de bande de conduction. En couleur est représenté le module carré des fonctions d'onde plus leur énergie associée. Le champ électrique appliqué est de 2.1 kV/cm. La structure est constituée de puits de GaAs et de barrières de  $\text{Al}_{0.15}\text{Ga}_{0.85}\text{As}$ . La largeur des puits et barrières ( en nm et en commençant de la barrière d'injection et de droite vers la gauche) est **3.8 / 14.0 / 0.6 / 9.0 / 0.6 / 15.8 / 1.5 / 12.8 / 1.8 / 12.2 / 2.0 / 12.0 / 2.0 / 11.4 / 2.7 / 11.3 / 3.5 / 11.6**. Les barrières d'AlGaAs sont en caractères gras. Les flèches indiquent les puits de 12.0 et 11.4 nm qui sont dopés n à hauteur de  $1.6 \cdot 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ . En dessous est représentée la correction du profil de bande de conduction  $E_{\text{Poisson}}(z)$  liée à l'équation de Poisson.

de l'énergie du phonon LO, le taux de transition est maximal, ainsi, par le dessin quantique, on cherchera à avoir l'écart énergétique égal à l'énergie du phonon LO, ce qui assurera l'inversion de population.

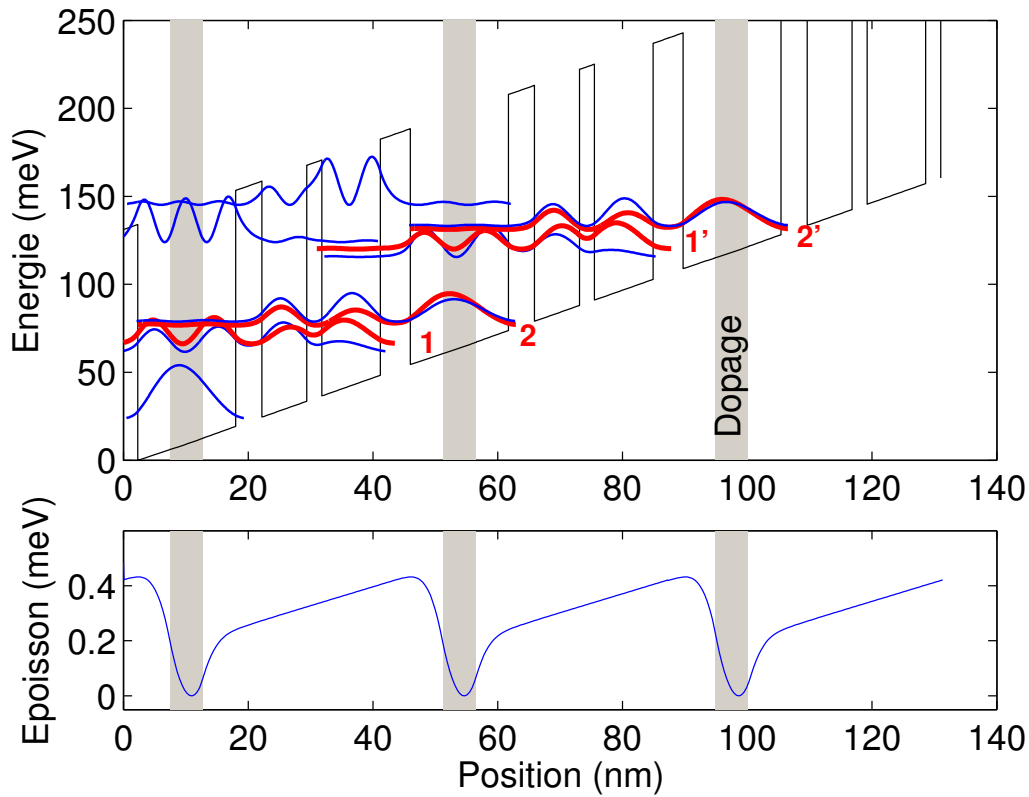
La structure exacte qui est montrée dans la figure 2.8 est plus com-



**FIG. 2.7:** Schéma de principe d'un laser cascade THz de type phonon résonnant.

plexe. La principale difficulté est d'éviter que le niveau excité de la transition optique ne se couple avec le niveau excité de la période suivante. L'écart énergétique entre ces deux niveaux est approximativement égal à la somme de l'énergie du phonon plus celle de la transition optique :  $\hbar\omega_{LO} + h\nu$ , c'est à dire environ 25 % de plus que l'énergie du phonon seul. Or d'après la figure 2.2, cet écart par rapport à l'énergie du phonon, ne suffit pas à empêcher l'émission de phonon LO. Ce couplage indésirable peut être diminué en réduisant le recouvrement des fonctions d'onde. Une solution est de séparer spatialement l'émission du phonon de celle du photon désirée. En dédoublant les niveaux, on peut positionner spatialement les niveaux électroniques plus facilement et ainsi réduire le recouvrement des fonctions d'onde.

Dans le cas de la structure nommée "3 puits quantiques" (car une période de cette structure n'est constitué que de trois puits quantiques [54]), la séparation des niveaux liés à la transition optique est obtenue grâce à l'écart entre deux niveaux couplés par une barrière de potentiel fine. La largeur de cette barrière quantique est l'élément crucial qui détermine la longueur d'onde d'émission. Dans la figure 2.8 l'épaisseur de cette barrière est de 2.4 nm. D'après les calculs la transition entre le niveau 2 et le niveau 1 (respectivement 3 vers 1) a une énergie de 11.15 meV (13.17



**FIG. 2.8:** Structure électronique d'un laser à cascade quantique utilisant un schéma phonon résonnant avec trois puits quantique par période. La structure a été modifiée à partir de l'article [54] pour obtenir une émission laser à environ 2.7 THz. La séquence des épaisseurs en nm est : **4.2** / 7.2 / **2.4** / 9.4 / **4.8** / 15.7. Les barrières sont en caractères gras et les 5.5 nm au centre du puits de 15.7 nm sont dopés à  $5 \cdot 10^{16} \text{ cm}^{-3}$  (représenté par la bande grise sur la figure). Le champ électrique appliqué est de 12.5 kV/cm. L'émission du photon se fait entre le niveau 2 et le niveau 1. L'émission de phonon se fait dans le puits large.

meV), pour un dipôle de 5.12 nm (4.04 nm)<sup>4</sup>.

<sup>4</sup>11.15 meV correspond à une fréquence de 2.69 THz ou une longueur d'onde de 111  $\mu\text{m}$ .

# Chapitre 3

## Les guides d'onde

### 3.1 Introduction

Un laser est composé de deux parties : un milieu avec du gain optique et un résonateur. Nous avons étudié précédemment la structure électronique des lasers à cascade quantique. Nous allons maintenant nous intéresser à la partie photonique, c'est à dire la cavité. Dans ce chapitre, je décrirai les cavités les plus simples, constituées d'un guide d'onde unidimensionnel. Pour calculer les modes optiques dans ces guides d'onde nous utiliserons la méthode des matrices de transfert. Certaines parties sont inspirés du livre de Pochi Yeh [55] et de celui de Allan W. Snyder et John D. Love [56].

#### 3.1.1 Les matrices de transfert

Pour toutes les études du champ électromagnétique, nous choisirons la notation complexe et nous prendrons comme convention que les champs varient dans le temps comme :

$$\vec{E}, \vec{H} \propto e^{-i\omega t} \quad (3.1)$$

Avec cette convention un matériau d'indice  $n = n' + in''$  aura des pertes si  $n'' > 0$  et du gain si  $n'' < 0$ .

Les équations de Maxwell s'écrivent dans un matériau donné (isotrope et non magnétique) :

$$\begin{aligned} \vec{\nabla} \cdot \vec{E} &= 0 \\ \vec{\nabla} \cdot \vec{H} &= 0 \\ \vec{\nabla} \wedge \vec{E} &= i\omega\mu_0\vec{H} \\ \vec{\nabla} \wedge \vec{H} &= -i\omega\epsilon_0\epsilon_r\vec{E} \end{aligned} \quad (3.2)$$

Les relations de continuité entre deux matériaux non magnétiques 1 et 2



sont :

$$\begin{aligned}
 \epsilon_2 E_{no,2} &= \epsilon_1 E_{no,1} \\
 E_{tr,2} &= E_{tr,1} \\
 \vec{H}_2 &= \vec{H}_1
 \end{aligned} \tag{3.3}$$

où  $E_{no}$  ( $E_{tr}$ ) est le champ électrique normal (transverse) à l'interface.

La structure que nous étudions, est composée de différentes couches perpendiculaires à l'axe  $\vec{z}$ . Chaque couche à un indice optique  $n_i$  et se situe entre  $z_i$  et  $z_{i+1}$  (cf schéma 3.1).

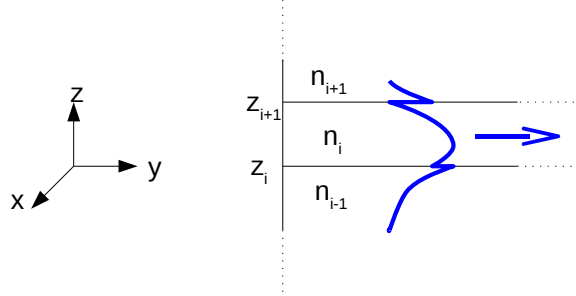


FIG. 3.1: Conventions utilisées pour les axes du guide d'onde 1D.

Soit  $\vec{y}$  la direction de propagation. Dans chaque matériau  $i$ , on peut écrire les solutions des équations de Maxwell sous la forme :

$$\begin{aligned}
 \text{en TE : } \vec{E} &= (E_x, 0, 0) \quad \vec{H} = (0, H_y, H_z) \\
 E_x &= \left[ A_i e^{k_i(z-z_i)} + B_i e^{-k_i(z-z_i)} \right] e^{i\beta y} \\
 H_y &= \frac{k_i}{i\omega\mu_0} \left[ A_i e^{k_i(z-z_i)} - B_i e^{-k_i(z-z_i)} \right] e^{i\beta y} \\
 H_z &= \frac{-\beta}{\omega\mu_0} \left[ A_i e^{k_i(z-z_i)} + B_i e^{-k_i(z-z_i)} \right] e^{i\beta y}
 \end{aligned} \tag{3.4}$$

$$\begin{aligned}
 \text{en TM : } \vec{E} &= (0, E_y, E_z) \quad \vec{H} = (H_x, 0, 0) \\
 E_y &= \left[ A_i e^{k_i(z-z_i)} + B_i e^{-k_i(z-z_i)} \right] e^{i\beta y} \\
 E_z &= \frac{-i\beta}{k_i} \left[ A_i e^{k_i(z-z_i)} - B_i e^{-k_i(z-z_i)} \right] e^{i\beta y} \\
 H_x &= \frac{k_0^2 \epsilon_i}{i\omega\mu_0 k_i} \left[ A_i e^{k_i(z-z_i)} - B_i e^{-k_i(z-z_i)} \right] e^{i\beta y}
 \end{aligned}$$

avec

$$\begin{aligned} k_i &= \sqrt{\beta^2 - k_0^2 \epsilon_i} \\ k_0 &= \frac{\omega}{c} \\ \beta &= k_0 n_{eff} \end{aligned} \quad (3.5)$$

Dans tous les calculs nous rencontrerons souvent des racines carrés. Celles-ci étant définies dans le plan complexe, tel que la partie réelle de  $\sqrt{z}$  soit positive.

$n_{eff}$  est l'indice effectif du mode, c'est à dire que le mode se propage à la même vitesse que dans un matériau d'indice  $n_{eff}$ . Cet indice effectif est l'inconnue à trouver. On l'obtient en utilisant les relations de continuités qui peuvent s'écrire en fonction des matrices de transfert reliant les champs entre deux matériaux successifs :

$$\begin{pmatrix} A_{j+1} \\ B_{j+1} \end{pmatrix} = T_j \begin{pmatrix} A_j \\ B_j \end{pmatrix} \quad (3.6)$$

$$T_j = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} (1 + \xi_j) e^{k_j(z_{j+1}-z_j)} & (1 - \xi_j) e^{-k_j(z_{j+1}-z_j)} \\ (1 - \xi_j) e^{k_j(z_{j+1}-z_j)} & (1 + \xi_j) e^{-k_j(z_{j+1}-z_j)} \end{pmatrix} \quad (3.7)$$

$$\xi_j = \begin{cases} \frac{k_j}{k_{j+1}} & \text{en TE} \\ \frac{k_{j+1} \epsilon_j}{k_j \epsilon_{j+1}} & \text{en TM} \end{cases} \quad (3.8)$$

Un mode est guidé si ses champs tendent exponentiellement vers zéro à l'infini. Cela impose (avec les notations utilisées) que :

$$\begin{aligned} B_1 &= 0 \\ A_N &= 0 \end{aligned} \quad (3.9)$$

Cela équivaut à annuler l'élément (1, 1) de la matrice T définie par :

$$T = T_{N-1} T_{N-2} \dots T_2 T_1 \quad (3.10)$$

Les modes propres du guide sont donc les solutions de l'équation à une inconnue ( $n_{eff}$ ) :

$$T(1, 1) = 0 \quad (3.11)$$

Il n'y a généralement pas de solution simple à cette équation. Pour la résoudre il faut chercher les zéros d'une fonction dans le plan complexe.

Cela se fait assez facilement en utilisant des suites définies par récurrence, par exemple en utilisant la méthode de Newton, ou la méthode Regula Falsi définie par la suite récurrente :

$$u_{n+1} = \frac{u_n f(u_{n-1}) - u_{n-1} f(u_n)}{f(u_{n-1}) - f(u_n)} \quad (3.12)$$

Cette suite de Regula Falsi converge rapidement vers les zéros de la fonction  $f$  (complexe). Dans notre cas, nous utiliserons comme fonction  $f$ , l'élément de la matrice  $T(1, 1)$ , en fonction d'une suite  $u_n$  qui est initialisée avec un indice optique quelconque. La suite  $u_n$  tend alors rapidement vers l'indice effectif d'un des modes propres du guide. En changeant la valeur d'initialisation on peut alors trouver les différents modes du guide d'onde.

### 3.1.2 Orthogonalité des modes

Les modes supportés par un guide d'onde sont orthogonaux entre eux. Nous allons maintenant démontrer cette relation d'orthogonalité [56]. Dans le guide d'onde les champs s'écrivent (en utilisant les mêmes notations que précédemment) :

$$\begin{aligned} \vec{E}(\vec{r}) &= \vec{e}(\vec{r}_{\parallel}) e^{i\beta y} \\ \vec{H}(\vec{r}) &= \vec{h}(\vec{r}_{\parallel}) e^{i\beta y} \end{aligned} \quad (3.13)$$

$\vec{r}_{\parallel}$  étant la projection de  $\vec{r}$  sur le plan (x0z).  $\vec{e}$  et  $\vec{h}$  vérifie l'équation de Helmholtz projetée sur le plan (x0z) :

$$\begin{aligned} (\vec{\Delta}_{\parallel} + k_0^2 \epsilon(\vec{r}_{\parallel})) \vec{e} &= \beta^2 \vec{e} \\ (\vec{\Delta}_{\parallel} + k_0^2 \epsilon(\vec{r}_{\parallel})) \vec{h} &= \beta^2 \vec{h} \end{aligned} \quad (3.14)$$

En utilisant ces relations il est facile de montrer que :

$$(\vec{e}_i \wedge \vec{\Delta}_{\parallel} \vec{h}_j) - (\vec{\Delta}_{\parallel} \vec{e}_i \wedge \vec{h}_j) = (\beta_j^2 - \beta_i^2) (\vec{e}_i \wedge \vec{h}_j) \quad (3.15)$$

En utilisant la seconde identité de Green :

$$\iiint_V (\psi \Delta \phi - \phi \Delta \psi) dV = \iint_S (\psi \vec{\nabla} \phi - \phi \vec{\nabla} \psi) \cdot d\vec{S} \quad (3.16)$$

et en intégrant sur un contour infini, où les champs deviennent nuls, on obtient (le volume d'intégration est  $V = S dy$ ,  $S$  étant le plan infini  $x0z$ ) :

$$\iint d\vec{S} \cdot (\vec{e}_i \wedge \vec{\Delta}_{\parallel} \vec{h}_j - \vec{\Delta}_{\parallel} \vec{e}_i \wedge \vec{h}_j) = 0 \quad (3.17)$$

Ce qui entraîne que :

$$\left(\beta_j^2 - \beta_i^2\right) \iint \left(\vec{e}_i \wedge \vec{h}_j\right) \cdot d\vec{S} = 0 \quad (3.18)$$

Ce qui donne la formule d'orthogonalité des modes :

$$\iint \left(\vec{e}_i \wedge \vec{h}_j\right) \cdot d\vec{S} = \delta_{i,j} \quad (3.19)$$

Dans le cas de mode dégénéré :  $\beta_i = \beta_j$ , la démonstration précédente est fautive, mais il est toujours possible de choisir une combinaison linéaire des modes dégénérés afin de former une base orthogonale. Et alors on peut encore utiliser cette formule. Celle-ci est la forme la plus générale de la formule d'orthogonalité des modes. Elle est encore valable pour des modes bidimensionnels comprenant des pertes [56].

Dans le cas d'un guide d'onde sans pertes (alors on a  $h = h^*$ ) on peut réécrire la relation d'orthogonalité sous la forme :

$$\iint \left(\vec{e}_i \wedge \vec{h}_j^*\right) \cdot d\vec{S} = \delta_{i,j} \quad (3.20)$$

Cette relation d'orthogonalité pour les guides sans pertes signifie que chaque mode transporte de l'énergie indépendamment des autres modes.

### 3.1.3 Confinement

Le laser est constitué d'un milieu actif (où il y a du gain), et d'un résonateur. Latéralement la région active se situera à l'intérieur du guide d'onde. Seulement une partie du mode va chevaucher la région active contenant le gain. Plus le recouvrement du mode optique avec la région active sera important plus l'onde sera amplifiée. Le confinement  $\Gamma$  est le paramètre qui décrit l'interaction entre le mode optique et la région active présentant du gain. Le gain modal  $g_{mod}$  est lié au gain du matériau massif  $g_0$  et il est défini comme :

$$g_{mod} = \Gamma g_0 \quad (3.21)$$

Le gain modal correspond au gain vu par le mode du guide d'onde.

Pour déterminer l'expression du confinement, nous allons étudier un guide d'onde, et considérer le gain comme une petite perturbation du guide.

Considérons un guide d'onde défini par un indice  $n(z)$  (réel) et supposons que les champs  $(\vec{E}(y, z), \vec{H}(y, z))$  soient connus. Le guide d'onde est soumis à une perturbation d'une partie imaginaire de l'indice optique

$\delta n(z)$  (la perturbation sur la constante diélectrique est  $\delta\epsilon(z) = 2n(z) \delta n(z)$ , et est imaginaire pur). Cette perturbation va entraîner une perturbation sur les champs, que l'on peut écrire en fonction des 2 équations de Maxwell :

$$\begin{aligned}\nabla \wedge \delta \vec{E} &= i\omega\mu_0 \delta \vec{H} \\ \nabla \wedge \delta \vec{H} &= -i\omega\epsilon_0 \epsilon \delta \vec{E} - i\omega\epsilon_0 \delta\epsilon \vec{E}\end{aligned}\quad (3.22)$$

Le vecteur de Poynting :  $\vec{\Pi} = \frac{1}{2} \text{Re}(\vec{E} \wedge \vec{H}^*)$  et sa variation est donnée par :

$$\delta \vec{\Pi} = \frac{1}{4} \left( \delta \vec{E} \wedge \vec{H}^* + \vec{E}^* \wedge \delta \vec{H} \right) + cc \quad (3.23)$$

où  $cc$  est le complexe conjugué.

En utilisant le théorème de Green-Ostrogradski :

$$\iiint_V \vec{\nabla} \cdot \vec{f} dV = \iint_S \vec{f} \cdot d\vec{S}$$

sur une surface infinie et perpendiculaire aux plans des couches on a :

$$\iint \vec{\nabla} \cdot \delta \vec{\Pi} dS = \frac{\partial}{\partial y} \iint \delta \vec{\Pi} \cdot d\vec{S} \quad (3.24)$$

Le premier terme  $\vec{\nabla} \cdot \delta \vec{\Pi}$  peut être calculé en utilisant la relation,

$$\vec{\nabla} \cdot (\vec{A} \wedge \vec{B}) = -\vec{A} \cdot (\vec{\nabla} \wedge \vec{B}) + \vec{B} \cdot (\vec{\nabla} \wedge \vec{A})$$

et les équations de Maxwell perturbées 3.22, on obtient (pour des milieux sans pertes) :

$$\vec{\nabla} \cdot \delta \vec{\Pi} = \frac{1}{4} \left( i\omega\epsilon_0 \delta\epsilon |\vec{E}|^2 \right) + cc \quad (3.25)$$

Le deuxième terme  $\frac{\partial}{\partial y} \delta \vec{\Pi}$  peut être obtenu en se rappelant que l'on utilise un guide d'onde unidimensionnel, on peut alors écrire :

$$\begin{aligned}\vec{E}(y, z) &= \vec{e}(z)e^{i\beta y} \\ \vec{H}(y, z) &= \vec{h}(z)e^{i\beta y}\end{aligned}\quad (3.26)$$

on en déduit aisément que :

$$\begin{aligned}\delta \vec{E}(y, z) &= \left( \delta \vec{e}(z) + i \delta\beta y \vec{e}(z) \right) e^{i\beta y} \\ \delta \vec{H}(y, z) &= \left( \delta \vec{h}(z) + i \delta\beta y \vec{h}(z) \right) e^{i\beta y}\end{aligned}\quad (3.27)$$

ce qui implique (en utilisant les équations 3.23 et 3.27) :

$$\frac{\partial}{\partial y} \delta \vec{\Pi} = -\frac{Im(\delta\beta)}{2} (\vec{e} \wedge \vec{h}^*) + cc \quad (3.28)$$

Les relations 3.24, 3.25 et 3.28 impliquent que (les intégrales doubles deviennent des intégrales simple car nous étudions un guide 1D) :

$$\int \frac{1}{4} (i\omega\epsilon_0 \delta\epsilon |\vec{e}(z)|^2) dz + cc = \int \frac{-Im(\delta\beta)}{2} (\vec{e} \wedge \vec{h}^*) \cdot \vec{e}_y dz + cc \quad (3.29)$$

On peut s'affranchir des complexes conjugués car les intégrales sont réelles. Pour le membre de droite c'est immédiat puisque  $\delta\epsilon$  est imaginaire pur. Pour le membre de gauche pour montrer que  $(\vec{e} \wedge \vec{h}^*) \cdot \vec{e}_y = (\vec{e}^* \wedge \vec{h}) \cdot \vec{e}_y$ , il faut utiliser la forme des champs dans un guide d'onde 3.4 avec un indice  $n(z)$  réel.

En utilisant  $\delta\beta = \omega/c \delta n_{eff} = \sqrt{\mu_0\epsilon_0} \omega \delta n_{eff}$  et  $\delta\epsilon(z) = 2n(z) \delta n(z) = 2i n(z) Im(\delta n(z))$ , on trouve que la correction de l'indice effectif est purement imaginaire et donné au premier ordre par :

$$Im(\delta n_{eff}) = \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \frac{\int n(z) Im(\delta n(z)) |e(z)|^2 dz}{\int (\vec{e}(z) \wedge \vec{h}^*(z)) \cdot \vec{e}_y dz} \quad (3.30)$$

Le gain (ou les pertes) est lié à l'indice par :

$$g = \frac{4\pi Im(n)}{\lambda}$$

c'est à dire la variation de l'indice est donnée par :

$$Im(\delta n(z)) = \begin{cases} \lambda/(4\pi) g_0 & \text{si } z \text{ est dans la région active} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (3.31)$$

et la variation de l'indice effectif est :

$$Im(\delta n_{eff}) = \lambda/(4\pi) \Gamma g_0 \quad (3.32)$$

Dans le cas d'une transition inter-sous-bande on rappelle que dans le gain on avait un terme  $|\vec{e} \cdot \vec{z}|^2$ , cela implique que dans le numérateur de l'équation 3.30,  $\vec{e}$  doit être remplacé par  $\vec{e}_z$ . En utilisant les équations 3.30, 3.34 et 3.32 on trouve alors l'expression du confinement  $\Gamma$

$$\Gamma = \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \frac{n_{AR} \int_{AR} |E_z(z)|^2 dz}{\int_{-\infty}^{\infty} (\vec{E}(z) \wedge \vec{H}^*(z)) \cdot \vec{e}_y dz} \quad (3.33)$$

où  $\int_{AR}$  est l'intégrale sur la région active. Cette expression peut être ré-écrite en utilisant la forme des champs pour un mode TM (cf équation 3.4) :

$$\Gamma = n_{AR} n_{eff} \frac{\int_{AR} |E_z|^2 dz}{\int_{-\infty}^{\infty} n(z)^2 |E_z|^2 dz} \quad (3.34)$$

On remarque que l'on peut obtenir la même formule en utilisant une quantification du champ dans un guide d'onde [57]<sup>5</sup>.

Il est intéressant de remarquer que le confinement peut être supérieur à l'unité, par exemple dans le cas où l'indice effectif est plus grand que l'indice de la région active ( par exemple dans un guide double métal). Cela signifie que le gain par unité de longueur dépasse le gain massif. Ce phénomène s'explique par le fait que si l'indice effectif est supérieur à l'indice de la région active, la vitesse de groupe est plus faible en guide d'onde. En guide d'onde ce phénomène est peu marqué, mais on verra que la vitesse de groupe peut être fortement réduite en utilisant des structures périodiques, pour les modes de bord de bande. On parle alors de *gain enhancement factor*.

Il est utile de simplifier la formule 3.34 ([58]), en remarquant que le champ  $|E_y|$  est négligeable devant  $|E_z|$ . Ainsi au dénominateur on peut remplacer  $E_z$  par le champ électrique total :  $E_{total}$ . Cela peut servir pour obtenir une formule qui donne un confinement très faible pour les modes TE. Si on ne fait pas ce changement, en TE  $E_z$  est nul, mais il peut arriver que par des approximations numériques il ne soit pas exactement nul. Sans ce changement, l'utilisation de la formule 3.34 peut donner une valeur de confinement possiblement importante pour des modes TE.

La deuxième approximation consiste à remplacer dans la formule l'indice dépendant de la position par l'indice effectif.

$$\int n(z)^2 |E|^2 dz \approx n_{eff}^2 \int |E|^2 dz \quad (3.35)$$

On trouve alors la formule généralement utilisée pour le confinement :

$$\Gamma \approx \frac{n_{AR}}{n_{eff}} \frac{\int_{AR} |E_z|^2 dz}{\int_{-\infty}^{\infty} |E_{total}|^2 dz} \quad (3.36)$$

---

<sup>5</sup> Dans le cas d'une onde guidée on doit faire les changements suivants pour le traitement en seconde quantification [57] :  $\frac{1}{\sqrt{\epsilon V}} e^{i\vec{q}\vec{r}} \leftrightarrow \vec{f}_{\vec{q}}(\vec{r})$  avec la condition de normalisation :  $\int \vec{f}_{\vec{q}}(\vec{r}) \vec{f}_{\vec{q}}^*(\vec{r}) \epsilon(\vec{r}) = 1$ . En utilisant le même formalisme utilisé dans le chapitre 2, on trouve que le gain est donné par :  $g_{mod} = g_0 n_{AR} n_{eff} \int |f_z(z)|^2 dz$ , et en utilisant la relation de proportionnalité entre les fonctions  $f$  et le champ électrique on retrouve bien la même forme pour le confinement.

On peut simplifier encore plus la relation donnant le confinement en utilisant le fait que généralement l'indice effectif est proche de l'indice de la région active (AR) :

$$\Gamma \approx \frac{\int_{AR} |E_z|^2 dz}{\int_{-\infty}^{\infty} |E_{total}|^2 dz} \quad (3.37)$$

Nous verrons plus loin (cf fig. 3.2) que les formules exactes et approchés du confinement donnent des résultats similaires.

### 3.1.4 Pertes et seuil laser

Le seuil laser est obtenu quand le gain est égal aux pertes, c'est à dire :

$$g_{mod} = \alpha_{tot} \quad (3.38)$$

On peut réécrire cette équation en utilisant le confinement :

$$\Gamma g_0 = \alpha_{tot} \quad (3.39)$$

ici  $g_0$  est le gain du matériau, et  $\Gamma$  le confinement. La figure de mérite :  $\Gamma/\alpha_{tot}$  va être le paramètre qui va servir à comparer les différents guides d'onde.

Les pertes totales peuvent être séparées en deux parties :

$$\alpha_{tot} = \alpha_w + \alpha_m \quad (3.40)$$

où  $\alpha_w$  sont les pertes du guide d'onde. On rappelle que l'on a la relation :

$$\alpha_w = \frac{4\pi \text{Im}(n_{eff})}{\lambda} \quad (3.41)$$

$\alpha_m$  représente les pertes des miroirs, qui correspondent à la puissance qui est émise par les facettes du laser, et qui est donc "perdue" pour la cavité laser. Pour un guide d'onde de longueur  $L$ , et  $R_1$  et  $R_2$  les réflectivités (en énergie) des facettes, on a :

$$\alpha_m = -\frac{\ln(R_1 R_2)}{2L} \quad (3.42)$$

Dans le cas d'une facette plus grande que la longueur d'onde, où l'approche d'onde plane est utilisable, la réflectivité (pour un interface GaAs air) est donnée par :

$$R = \frac{(n_1 - n_2)^2}{(n_1 + n_2)^2} = \frac{(3.6 - 1)^2}{(3.6 + 1)^2} = 0.32 \quad (3.43)$$

et donc pour une cavité en GaAs de 2 mm de long, les pertes des miroirs sont :

$$\alpha_m \simeq 5.7 \text{ cm}^{-1} \quad (3.44)$$



## 3.2 Le guide d'onde diélectrique

Un guide d'onde est un empilement de différents matériaux de constantes diélectriques différentes qui sert à “guider” une onde électromagnétique dans une direction particulière. Pour cela il faut que le mode optique soit confiné latéralement. La manière la plus simple d'y arriver est d'utiliser l'équivalent de la réflexion totale, pour des structures de taille comparable à la longueur d'onde, en utilisant par exemple un matériau 1 entouré de deux autres matériaux 2 et 3 vérifiant  $n_1 > n_2$  et  $n_1 > n_3$ . Nous l'appellerons “guide d'onde diélectrique”. Un autre méthode pour confiner le mode est d'utiliser des métaux pour confiner le mode, que nous nommerons “guide plasmonique” ou “guide métal-métal” selon la géométrie.

Dans un guide diélectrique, le mode est confiné dans la région d'indice optique le plus grand. Le guide le plus simple est constitué d'un coeur d'indice élevé et d'une gaine d'indice plus faible. C'est le guide utilisé dans les fibres optiques. Il est aussi le guide de prédilection des lasers à cascade fonctionnant dans le moyen infrarouge, la gaine étant naturellement réalisé grâce au substrat d'InP d'indice plus faible ou par des couches légèrement dopée. La figure 3.2 représente le profil du mode ainsi que le confinement pour ce guide d'onde infrarouge moyen transposé dans le THz.

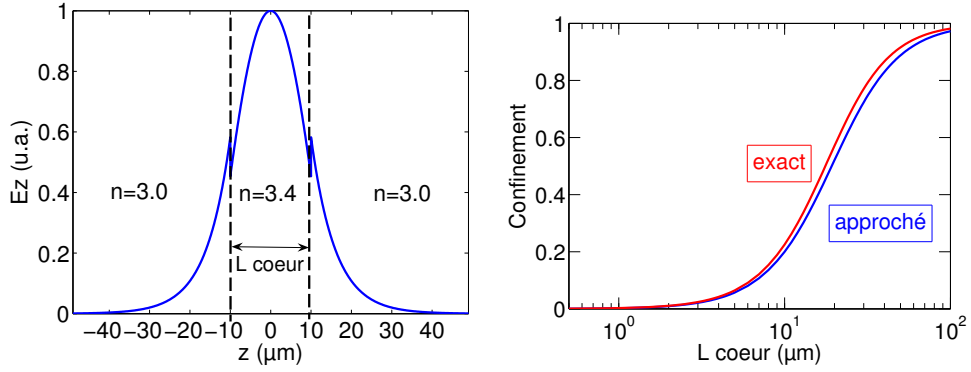
On remarque d'après la figure 3.2 que pour obtenir un confinement qui ne soit pas trop faible, la région active doit avoir une épaisseur d'au moins  $\approx 20 \mu\text{m}$ . Sachant que la vitesse de croissance par épitaxie de la région active des échantillons est typiquement de l'ordre de  $0.5\text{--}1 \mu\text{m}$  par heure [59], le temps de croissance de la région active serait de l'ordre de un à deux jours. C'est beaucoup mais ce n'est pas impossible. Cependant autour de la région active il faut aussi épitaxier les gaines diélectriques, de l'ordre d'une vingtaine de micron. L'épitaxie d'une telle structure n'est alors pas envisageable.

## 3.3 Le guide plasmonique

### 3.3.1 Modes d'interfaces

Dans un système composé de seulement deux matériaux différents, il peut exister un mode guidé. Ce mode sera alors maximum à l'interface des deux matériaux puisque les champs vont alors décroître exponentiellement des deux cotés de l'interface.

Nous allons maintenant définir les conditions nécessaires pour qu'un tel mode puisse exister. Le matériau 1, de constante diélectrique  $\epsilon_1$  sera défini pour les  $z$  positifs, et le matériau 2 pour les  $z$  négatifs. La direction



**FIG. 3.2:** Guide diélectrique. Les indices utilisés sont 3.4 pour le coeur et 3 pour la gaine, pour une longueur d'onde de 100  $\mu\text{m}$ . À gauche est représentée la forme du champ électrique dans la direction perpendiculaire ( $E_z$ ), pour un coeur de 20  $\mu\text{m}$  d'épaisseur. À droite le confinement en fonction de différente épaisseur de la gaine est représenté. La courbe rouge correspond à la valeur exacte du confinement ( $\Gamma = 3.4n_{eff} \frac{\int_{\text{coeur}} |E_z|^2}{\int n(z)^2 |E_z|^2}$ ) et la bleue correspond à la valeur approché du confinement ( $\Gamma \approx \frac{\int_{\text{coeur}} |E_z|^2}{\int |E_{tot}|^2}$ ). On note que la valeur approché du confinement est très proche de la valeur exacte.

de propagation du mode sera  $y$ . Les champs magnétiques dans ces deux matériaux s'écrivent :

$$\begin{aligned} H_1 &= A_1 e^{-k_1 z} e^{i\beta y} \quad (z > 0) \\ H_2 &= A_2 e^{+k_2 z} e^{i\beta y} \quad (z < 0) \end{aligned} \quad (3.45)$$

où

$$\begin{aligned} k_1^2 - \beta^2 &= -k^2 \epsilon_1 \\ k_2^2 - \beta^2 &= -k^2 \epsilon_2 \\ k &= 2\pi/\lambda \end{aligned} \quad (3.46)$$

et  $\beta = kn_{eff}$  est la constante de propagation du mode. La décroissance du champ en  $z \rightarrow \pm\infty$  est assurée par :

$$\begin{aligned} \text{Re}(k_1) &> 0 \\ \text{Re}(k_2) &> 0 \end{aligned} \quad (3.47)$$

La continuité du champ magnétique en  $z = 0$  impose que  $A_1 = A_2 = A$  (valable en TE et en TM car le champ magnétique est continu).

La deuxième condition dépend de la polarisation. En TE, la condition  $\vec{\nabla} \cdot \vec{H} = 0$  impose le champ magnétique selon la direction  $\vec{z}$  vérifie :

$$\left. \frac{\partial H}{\partial z} \right|_{z \rightarrow 0^+} = \left. \frac{\partial H}{\partial z} \right|_{z \rightarrow 0^-} \quad (3.48)$$

Cette condition entraîne que

$$-k_1 = k_2 \quad (3.49)$$

Or les parties réelles de  $k_1$  et de  $k_2$  sont positives, ce qui implique que les parties réelles sont forcément nulles. Mais dans ce cas il n'existe pas de mode confiné puisqu'il n'y a plus de décroissance du champ en  $z \rightarrow \pm\infty$ . En TE, il n'existe donc pas de mode guidé pour une structure planaire constitué de seulement deux matériaux.

Passons maintenant à la polarisation TM. Dans ce cas la composante du champ magnétique est selon la direction  $\vec{x}$ . La condition de discontinuité du champ électrique selon la direction  $\vec{z}$  peut s'écrire en fonction du champ magnétique comme (cf eq. 3.4) :

$$\frac{1}{\epsilon_1} \left. \frac{\partial H_1}{\partial z} \right|_{z \rightarrow 0^+} = \frac{1}{\epsilon_2} \left. \frac{\partial H_2}{\partial z} \right|_{z \rightarrow 0^-} \quad (3.50)$$

ce qui impose la relation

$$-\frac{k_1}{\epsilon_1} = \frac{k_2}{\epsilon_2} \quad (3.51)$$

Cette condition peut avoir des solutions, ainsi en TM il peut exister un mode guidé pour une structure planaire constitué de seulement deux matériaux. En élevant au carré la relation 3.51 et en remplaçant  $k_1^2$  et  $k_2^2$  en utilisant la relation 3.46, on obtient :

$$\frac{-k^2 \epsilon_1 + \beta^2}{\epsilon_1^2} = \frac{-k^2 \epsilon_2 + \beta^2}{\epsilon_2^2} \quad (3.52)$$

en faisant un produit en croix on a alors :

$$\beta^2 = k^2 \frac{\epsilon_1 \epsilon_2}{\epsilon_1 + \epsilon_2} \quad (3.53)$$

L'équation 3.51 se réécrit en remplaçant  $\beta^2$  dans  $k_1$  et  $k_2$  :

$$\frac{\epsilon_1}{\epsilon_2} = -\frac{\sqrt{\frac{-\epsilon_1^2}{\epsilon_1 + \epsilon_2}}}{\sqrt{\frac{-\epsilon_2^2}{\epsilon_1 + \epsilon_2}}} \quad (3.54)$$

Il faut faire attention, cette équation ne peut pas se simplifier par  $\sqrt{\epsilon_1 + \epsilon_2}$  car  $\sqrt{AB} \neq \sqrt{A}\sqrt{B}$ . Dans le plan complexe la racine carré est défini comme :

$$\sqrt{re^{i\theta}} = \begin{cases} \sqrt{r} e^{i\theta/2} & \text{si } \theta \in [-\pi, \pi] \text{ modulo } 4\pi \\ \sqrt{r} e^{i\theta/2+i\pi} & \text{si } \theta \in [\pi, 3\pi] \text{ modulo } 4\pi \end{cases} \quad (3.55)$$

c'est à dire que la partie réelle de  $\sqrt{z}$  est toujours positive.

Afin de comprendre ce que l'équation 3.54 signifie, il faut se rappeler qu'avec la convention de variation temporelle utilisée ( $H \propto e^{-i\omega t}$ ), la partie imaginaire de l'indice est positive (le gain peut éventuellement engendrer une valeur négative de la partie imaginaire, mais cette valeur sera faible, et ne modifie par le raisonnement). Ainsi en notation polaire l'argument complexe de l'indice est compris entre 0 et  $\pi/2$  :

$$n = |n|e^{i\theta} \quad \theta \in [0, \pi/2] \quad (3.56)$$

ainsi la constante diélectrique vérifie :

$$\epsilon = |\epsilon|e^{i\theta} \quad \theta \in [0, \pi] \quad (3.57)$$

Pour les matériaux 1 et 2, nous utiliserons les notations suivantes :

$$\begin{aligned} \epsilon_1 &= |\epsilon_1|e^{i\theta_1} & \theta_1 &\in [0, \pi] \\ \epsilon_2 &= |\epsilon_2|e^{i\theta_2} & \theta_2 &\in [0, \pi] \end{aligned} \quad (3.58)$$

et on pose

$$\epsilon_1 + \epsilon_2 = |\epsilon_1 + \epsilon_2|e^{i\theta_{12}} \quad \theta_{12} \in [0, \pi] \quad (3.59)$$

( $\theta_{12}$  est forcément compris entre  $\theta_1$  et  $\theta_2$ ). L'équation 3.54 se réécrit alors :

$$e^{i(\theta_1 - \theta_2 + \pi)} = \frac{\sqrt{e^{i(2\theta_1 - \theta_{12} - \pi)}}}{\sqrt{e^{i(2\theta_2 - \theta_{12} - \pi)}}} \quad (3.60)$$

**Premier cas :**  $Re(\epsilon_1) < 0$  et  $Re(\epsilon_2) < 0$

Nous allons chercher les conditions d'existences des solutions de 3.54, en utilisant différents cas possible pour le signe de la partie réelle des constantes diélectriques. Supposons que  $Re(\epsilon_1) < 0$  et  $Re(\epsilon_2) < 0$ , c'est à dire que

$$(\theta_1, \theta_2, \theta_{12}) \in [\pi/2, \pi]^3 \quad \text{pour } Re(\epsilon_1) < 0 \text{ et } Re(\epsilon_2) < 0 \quad (3.61)$$

ce qui implique que

$$\begin{aligned} (2\theta_1 - \theta_{12} - \pi) &\in [-\pi, \pi/2] \\ (2\theta_2 - \theta_{12} - \pi) &\in [-\pi, \pi/2] \end{aligned} \quad (3.62)$$

D'après la définition de la racine carrée complexe (3.55), on a alors :

$$\frac{\sqrt{e^{i(2\theta_1 - \theta_{12} - \pi)}}}{\sqrt{e^{i(2\theta_2 - \theta_{12} - \pi)}}} = \frac{e^{i(\theta_1 - \theta_{12}/2 - \pi/2)}}{e^{i(\theta_2 - \theta_{12}/2 - \pi/2)}} = e^{i(\theta_1 - \theta_2)} \quad (3.63)$$

L'équation 3.60 n'a donc pas de solution si  $Re(\epsilon_1) < 0$  et  $Re(\epsilon_2) < 0$ .

**Deuxième cas :**  $Re(\epsilon_1) > 0$  et  $Re(\epsilon_2) > 0$

Si les parties réelles des constantes diélectriques sont positives, alors :

$$(\theta_1, \theta_2, \theta_{12}) \in [0, \pi/2]^3 \quad \text{pour } Re(\epsilon_1) > 0 \text{ et } Re(\epsilon_2) > 0 \quad (3.64)$$

Afin de simplifier le raisonnement on va supposer que :

$$\theta_1 < \theta_{12} < \theta_2 \quad (3.65)$$

Alors

$$(\theta_1 - \theta_{12}) \in [-\pi/2, 0] \quad (3.66)$$

et donc

$$(2\theta_1 - \theta_{12} - \pi) \in [-3\pi/2, -\pi/2] \quad (3.67)$$

Le numérateur de l'équation 3.54 est alors donné par :

$$\sqrt{e^{i(2\theta_1 - \theta_{12} - \pi)}} = \begin{cases} e^{i(\theta_1 - \theta_{12}/2 - \pi/2)} & \text{si } (2\theta_1 - \theta_{12} - \pi) \in [-\pi, -\pi/2] \\ e^{i(\theta_1 - \theta_{12}/2 + \pi/2)} & \text{si } (2\theta_1 - \theta_{12} - \pi) \in [-3\pi/2, -\pi] \end{cases} \quad (3.68)$$

De même on a

$$\begin{aligned} (\theta_2 - \theta_{12}) &\in [0, \pi/2] \\ (2\theta_2 - \theta_{12}) &\in [0, \pi] \end{aligned} \quad (3.69)$$

et ainsi le numérateur de 3.54 est égal à :

$$\sqrt{e^{i(2\theta_2 - \theta_{12} - \pi)}} = e^{i(\theta_2 - \theta_{12}/2 - \pi/2)} \quad (3.70)$$

Ainsi d'après les équations 3.68 et 3.70 l'équation 3.54 n'admet de solution que pour :

$$(2\theta_1 - \theta_{12}) \in [-\pi/2, 0] \quad (3.71)$$

c'est à dire

$$\text{Im} \left( \frac{\epsilon_1^2}{\epsilon_1 + \epsilon_2} \right) < 0 \text{ avec } \arg(\epsilon_1) < \arg(\epsilon_2) \quad (3.72)$$

où  $\arg$  est l'argument d'un nombre complexe.

Ainsi dans le cas de deux matériaux ayant la partie réelle de leur constante diélectrique positive, il existe un mode de surface si et seulement si la condition 3.72 est vérifiée.

Par exemple entre pour deux matériaux d'indices optiques  $n_1 = 1.2 + 0.05 i$  et  $n_2 = 1.2 + 0.1 i$  il n'existe pas de mode guidé, mais si on change  $n_2$  en  $n_2 = 1.2 + 0.2 i$ , alors il existe un mode guidé.

**Troisième cas :**  $\text{Re}(\epsilon_1) > 0$  et  $\text{Re}(\epsilon_2) < 0$

Il nous reste à examiner le dernier cas (c'est le plus courant) lorsque les parties réelles des constantes diélectriques sont de signes opposées. Par exemple, nous choisisons

$$\begin{aligned} \text{Re}(\epsilon_1) &> 0 \\ \text{Re}(\epsilon_2) &< 0 \end{aligned} \quad (3.73)$$

ainsi

$$\begin{aligned} \theta_1 &\in [0, \pi/2] \\ \theta_2 &\in [\pi/2, \pi] \\ \theta_{12} &\in [0, \pi] \\ \theta_1 &< \theta_{12} < \theta_2 \end{aligned} \quad (3.74)$$

De la même manière que précédemment nous avons

$$\begin{aligned} (\theta_1 - \theta_{12}) &\in [-\pi, 0] \\ (2\theta_1 - \theta_{12} - \pi) &\in [-2\pi, -\pi/2] \end{aligned} \quad (3.75)$$

ainsi

$$\sqrt{e^{i(2\theta_1 - \theta_{12} - \pi)}} = \begin{cases} e^{i(\theta_1 - \theta_{12}/2 - \pi/2)} & \text{si } (2\theta_1 - \theta_{12} - \pi) \in [-\pi, -\pi/2] \\ e^{i(\theta_1 - \theta_{12}/2 + \pi/2)} & \text{si } (2\theta_1 - \theta_{12} - \pi) \in [-2\pi, -\pi] \end{cases} \quad (3.76)$$

et

$$\begin{aligned} (\theta_2 - \theta_{12}) &\in [0, \pi] \\ (2\theta_2 - \theta_{12} - \pi) &\in [-\pi/2, \pi] \end{aligned} \quad (3.77)$$

qui entraîne que :

$$\sqrt{e^{i(2\theta_2 - \theta_{12} - \pi)}} = e^{i(\theta_2 - \theta_{12}/2 - \pi/2)} \quad (3.78)$$

En utilisant les équations 3.76 et 3.78, l'équation 3.60 n'admet des solutions que si :

$$(2\theta_1 - \theta_{12}) \in [-\pi, 0] \quad (3.79)$$

On retrouve la même condition que dans le cas où les deux constantes diélectriques sont positives.

$$\text{Im} \left( \frac{\epsilon_1^2}{\epsilon_1 + \epsilon_2} \right) < 0 \text{ avec } \text{arg}(\epsilon_1) < \text{arg}(\epsilon_2) \quad (3.80)$$

### Conditions d'existence d'un mode guidé à l'interface de deux diélectriques

Les conditions d'existences d'un mode guidé à l'interface de deux diélectriques (tels que  $\text{arg}(\epsilon_1) < \text{arg}(\epsilon_2)$ ) sont donc :

- 1) La polarisation doit être TM.
- 2) La partie réelle de la constante diélectrique du milieu 1 doit être positive :  $\text{Re}(\epsilon_1) > 0$
- 3) Et la relation

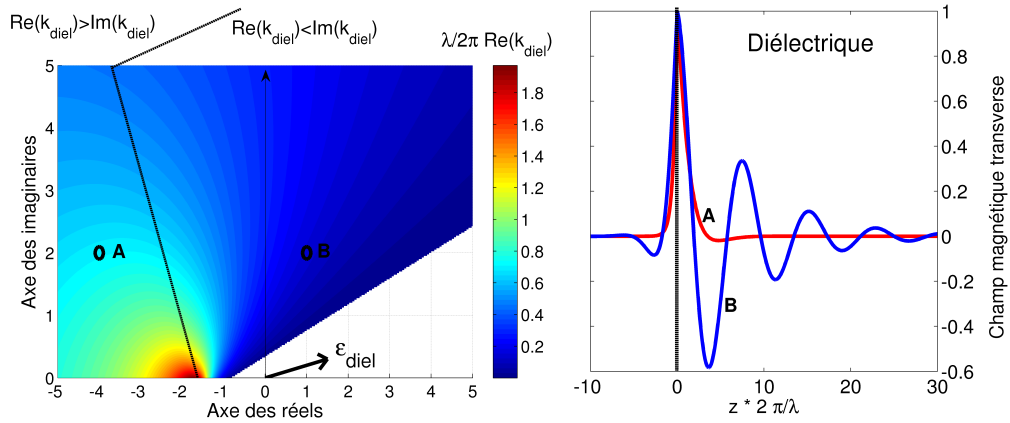
$$\text{Im} \left( \frac{\epsilon_1^2}{\epsilon_1 + \epsilon_2} \right) < 0$$

doit être vérifiée. Cette condition correspond à la convention temporelle  $H, E \propto e^{-i\omega t}$ , selon l'autre convention, la partie imaginaire doit être positive.

Quand ces conditions sont réunies, le mode guidé existe et son indice effectif est donné par (cf 3.53) :

$$n_{eff} = \sqrt{\frac{\epsilon_1 \epsilon_2}{\epsilon_1 + \epsilon_2}} \quad (3.81)$$

La figure 3.3 illustre les conditions d'existence du mode de surface. Pour cet exemple la constante diélectrique du matériau 1, c'est à dire le diélectrique, est égale à  $\epsilon = 1.5 + 0.3 * i$ . Lorsque le mode de surface existe, le taux de décroissance exponentielle dans le diélectrique est représenté en couleur. La partie blanche correspond au domaine dans le plan complexe de la valeur de la constante diélectrique du deuxième matériau où il n'est pas possible d'avoir un mode de surface.



**FIG. 3.3:** Taux de décroissance en fonction de la valeur de la constante diélectrique du matériau 2. Les axes correspondent à la valeur des constantes diélectriques dans le plan complexe. La constante diélectrique du matériau 1 est égale à  $\epsilon = 1.5 + 0.3 * i$  (représenté par la flèche noire dans la figure). La valeur de la constante diélectrique du deuxième matériau varie dans le plan complexe, et lorsque le mode de surface existe, la couleur indique le taux de décroissance dans le matériau 1. On peut séparer deux parties selon que la partie réelle  $k_{diel}$  est plus grande ou plus petite que sa partie imaginaire (la séparation est indiquée en pointillé). Quand elle est plus grande (par exemple pour le point A), la décroissance exponentielle (représentée à gauche) ne présente pas d'oscillation à l'inverse du point B ou la partie réelle est plus petite que la partie imaginaire.

### 3.3.2 Plasmon de surface

L'interface métal-semiconducteur est omniprésent dans les dispositifs, car il est nécessaire pour l'injection électrique (le métal est déposé par évaporation lors de la fabrication des dispositifs (cf. annexes)). Cet interface peut soutenir la propagation de modes de surfaces, car la partie réelle de la constante diélectrique d'un métal est négative en dessous de la fréquence plasma, et celle du diélectrique est positive. On a vu que cette condition n'était pas suffisante pour l'obtention de mode de surface, néanmoins, généralement la constante diélectrique du métal est beaucoup plus grande que celle du diélectrique, ainsi (en utilisant les notations précédentes) :

$$|\epsilon_{metal}| = |\epsilon_2| \gg |\epsilon_1| = |\epsilon_{dielectrique}| \quad (3.82)$$



Si on suppose que le semi-conducteur a une constante diélectrique réelle alors la condition :

$$\text{Im} \left( \frac{\epsilon_1^2}{\epsilon_1 + \epsilon_2} \right) < 0$$

est équivalente à

$$\text{Im}(\epsilon_2) > 0$$

Cette relation est bien vérifiée.

Ainsi entre un métal et un diélectrique il existe bien un mode de surface. Il est appelé plasmon de surface, car il correspond à une oscillation cohérente des charges électriques à la surface du métal [60].

Le plasmon de surface se propage à la vitesse  $c/n_{eff}$  où  $n_{eff}$  est donné par (cf eq. 3.81) :

$$n_{eff} = \sqrt{\frac{\epsilon_{diel} \epsilon_{met}}{\epsilon_{diel} + \epsilon_{met}}} \quad (3.83)$$

où  $\epsilon_{diel}$  et  $\epsilon_{met}$  sont les constantes diélectriques du diélectrique et du métal.

Les décroissances des champs dans le diélectrique et dans le métal sont données par (les  $z > 0$  correspondent au diélectrique, et  $z < 0$  au métal) (cf schéma 3.4).

$$\begin{aligned} H, E &\propto e^{-\text{Re}(k_{diel}) |z|} && \text{pour } z > 0 \\ H, E &\propto e^{-\text{Re}(k_{met}) |z|} && \text{pour } z < 0 \end{aligned} \quad (3.84)$$

avec :

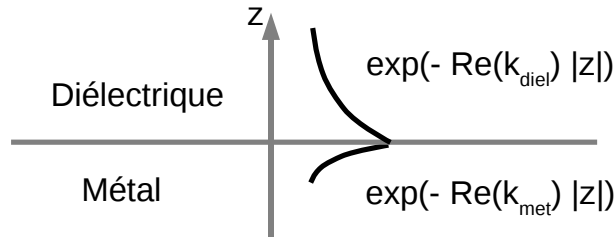
$$\begin{aligned} k_{diel} &= \frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{n_{eff}^2 - \epsilon_{diel}} \\ k_{met} &= \frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{n_{eff}^2 - \epsilon_{met}} \end{aligned} \quad (3.85)$$

Dans le THz, ainsi que dans l'infrarouge moyen, les constantes diélectriques des métaux sont très grandes devant les autres constantes diélectriques, on peut alors simplifier l'expression de  $k_{diel}$  et  $k_{met}$ . En utilisant 3.83 et 3.85, on a :

$$k_{diel} = \frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{\frac{-\epsilon_{diel}^2}{\epsilon_{met} + \epsilon_{diel}}} \simeq \frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{\frac{-\epsilon_{diel}^2}{\epsilon_{met}}} \simeq \frac{2\pi}{\lambda} \frac{i \epsilon_{diel}}{n_{met}} \quad (3.86)$$

et

$$k_{met} = \frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{\frac{-\epsilon_{met}^2}{\epsilon_{met} + \epsilon_{diel}}} \simeq \frac{2\pi}{\lambda} (-i) n_{met} \quad (3.87)$$



**FIG. 3.4:** Décroissance exponentielle du champ magnétique d'un plasmon de surface. Le champ est maximal à l'interface entre le métal et le diélectrique.

Le signe moins provient du fait que la partie réelle de la racine carrée doit être positive. Ainsi les longueurs de pénétration du champ dans le diélectrique et le métal sont données par :

$$L_{diel} = \frac{1}{Re(k_{diel})} = \frac{\lambda}{2\pi} \frac{1}{Im(-\epsilon_{diel}/n_{met})} \quad (3.88)$$

$$L_{met} = \frac{1}{Re(k_{met})} = \frac{\lambda}{2\pi} \frac{1}{Im(n_{met})} \quad (3.89)$$

Ainsi, les longueurs de pénétration varient en fonction imaginaire de l'indice optique du métal comme :

$$\begin{aligned} L_{diel} &\propto Im(n_{met}) \\ L_{met} &\propto \frac{1}{Im(n_{met})} \end{aligned} \quad (3.90)$$

La pénétration dans le diélectrique et dans le métal varie de manière opposée en fonction de la partie imaginaire de l'indice optique du métal. Quand celle-ci augmente, c'est à dire que le métal tend vers un métal parfait, le mode optique pénètre de moins en moins dans le métal, mais s'étend davantage dans le diélectrique.

Le tableau 3.1 donne les longueurs de pénétration typique du plasmon de surface dans le domaine spectral de infra-rouge moyen ( $\lambda = 12 \mu\text{m}$ , interface InGaAs / Au) et dans le THz ( $\lambda = 100 \mu\text{m}$ , interface GaAs / Au).

Dans l'infra-rouge moyen, la pénétration du plasmon de surface est de l'ordre d'une dizaine de  $\mu\text{m}$  dans le semiconducteur. En utilisant en plus un confinement diélectrique (grâce au substrat d'InP d'indice optique inférieur à celui de la région active  $n \approx 3$ ), la décroissance va être de l'ordre de  $2 \mu\text{m}$ . Le mode obtenu, n'est plus tout à fait un plasmon de surface, mais il en garde les principales caractéristiques [63, 64, 65, 66].

	Mid IR ( $\lambda = 12 \mu\text{m}$ )	THz ( $\lambda = 100 \mu\text{m}$ )
$n_{AU}$	$7.8 + 54.6*i$	$239 + 404*i$
$n_{diel}$	3.4 (InGaAs)	3.6 (GaAs)
$L_{diel}$	9.2 $\mu\text{m}$	670 $\mu\text{m}$
$L_{met}$	35 nm	40 nm

**TAB. 3.1:** Longueur de pénétration du champ  $|E|$  dans le diélectrique et le métal pour des plasmons de surface (interface semiconducteur / or) rencontrés dans les lasers à cascade quantique dans l'infrarouge moyen (à base d'InGaAs) et dans le THz (GaAs). L'indice optique de l'or est extrait de [61], et celui des diélectriques de [62].

À plus grande longueur d'onde, dans le THz la situation est différente : le métal est beaucoup plus proche du métal parfait<sup>6</sup>. Dans le cas du métal parfait le plasmon de surface n'existe plus, puisque la longueur de décroissance dans le diélectrique serait infinie. Un guide composé d'un seul interface métal semiconducteur n'aura alors pas les caractéristiques du plasmon de surface. On nommera tout de même ce guide "plasmonique", par analogie avec le guide plasmonique plus couramment utilisée dans la gamme spectrale de l'infra-rouge moyen ( $5 \mu\text{m} < \lambda < 24 \mu\text{m}$ ).

Le guide "plasmonique" THz est composé généralement d'un substrat de GaAs ( $n = 3.6$ ) d'une couche de GaAs dopée, de la région active ( $n = 3.6$ ) et du métal. Le GaAs dopé peut avoir un caractère métallique ( $Re(\epsilon) < 0$ ) si la concentration en électron est assez élevée. Cette couche se comporte alors comme un métal, et donc elle confine le mode optique du laser. Afin de calculer les indices du GaAs dopé, nous allons utiliser le modèle de Drude.

$$\epsilon(\omega) = \epsilon_{ND} - \frac{N_c e^2}{\epsilon_0 m^* (\omega^2 + i\omega/\tau)} \quad (3.91)$$

$N_c$  est le densité de dopage,  $\epsilon_{ND}$  est la constante diélectrique du matériau semiconducteur sans dopage (qui peut être trouvée dans le livre de E. D. Palik [62]),  $\tau$  représente un temps de diffusion [36],  $m^*$  est la masse effective de l'électron et  $e$  est la charge élémentaire. Le temps de diffusion peut être estimé en mesurant la mobilité Hall ( $\mu$ ) en utilisant la relation :

$$\mu = \frac{e\tau}{m^*} \quad (3.92)$$

<sup>6</sup>Un métal parfait est un matériau d'indice  $n = 0 + i\infty$ , c'est à dire qu'il n'y a pas de pénétration du champ dans le métal.

La valeur de la mobilité peut être trouvée dans l'article de Poth et co-auteurs [67]. En comparant les valeurs des indices optiques obtenus en utilisant le modèle de Drude ou par une mesure directe de la réflectivité, Huggard et coauteurs [68] ont montré qu'il y a un très bon accord. Ainsi pour les couches de GaAs dopées nous utiliseront le modèle de Drude. Généralement dans les lasers cascades THz, deux types de dopage sont utilisés pour les couches de contact :  $5 \cdot 10^{18} \text{ cm}^{-3}$  et  $2 \cdot 10^{18} \text{ cm}^{-3}$ . Pour ces couches fortement dopées le temps de diffusion de Drude, estimé à partir de la mobilité Hall, est de l'ordre de  $\tau = 0.1 \text{ ps}$ . L'utilisation de ce temps de diffusion reste une approximation. Il est alors important de rester cohérent, c'est à dire de garder la même convention ( $\tau = 0.1 \text{ ps}$ ) afin de pouvoir comparer les valeurs relatives des pertes calculées.

La région active des lasers à cascade est aussi légèrement dopée. Le dopage moyen est de l'ordre de  $5 \cdot 10^{15} \text{ cm}^{-3}$ , le temps de diffusion mesurée par mobilité Hall pour ce dopage est de  $\tau = 1 \text{ ps}$ . L'utilisation du modèle de Drude (avec  $\tau = 1 \text{ ps}$ ), en assimilant la région active à du GaAs dopé est une hypothèse très forte, et ne donne pas en général une bonne estimation de l'indice optique de la région active. En effet la région active est un ensemble de puits quantiques avec des absorptions très prononcées. Dans l'article de C. Walther [69], plutôt que d'utiliser le modèle de Drude pour obtenir les pertes de la région active, toutes les absorptions inter-sous-bandes ont été considérées, et les résultats sont assez différents. Plus que l'ingénierie du guide d'onde ces calculs relèvent de l'optimisation de la région active.

Par simplicité, nous utiliserons tout de même le modèle de Drude pour décrire l'indice de la région active, en gardant en mémoire que c'est une approximation forte.

Le dopage va aussi diminuer légèrement la partie réelle de l'indice optique (cf eq. 3.91). Cela peut aider à confiner le mode optique, et ainsi (en utilisant le modèle de Drude), les pertes d'un guide plasmonique peuvent diminuer si on dope la région active. Ce résultat est assez surprenant, mais il faut toutefois rappeler que le modèle de Drude n'a pas de justification forte pour son utilisation pour l'indice de la région active.

Le tableau 3.2 récapitule les indices utilisés pour les couches de contact et l'indice de l'or d'après l'article [61].

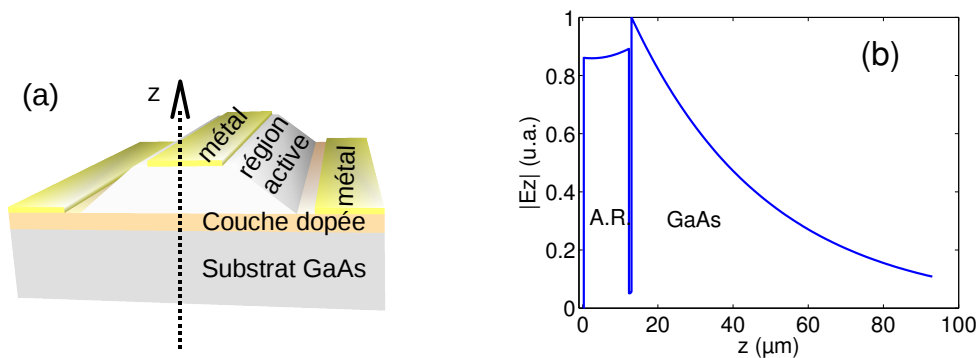
Généralement le GaAs dopé à  $5 \cdot 10^{18} \text{ cm}^{-3}$  sert pour le contact électrique, et celui dopé à  $2 \cdot 10^{18} \text{ cm}^{-3}$  est utilisé pour le confinement du guide "plasmonique" (et aussi comme contact électrique).

Simplifions le guide plasmonique en ne gardant que les éléments essentiels pour la géométrie du mode. Celui-ci est alors constitué de la séquence suivante (pour une longueur d'onde  $\lambda = 100 \text{ }\mu\text{m}$ ) : substrat GaAs

$\lambda$ ( $\mu\text{m}$ )	Au [61]	GaAs $N_c = 5 \cdot 10^{18}$	GaAs $N_c = 2 \cdot 10^{18}$
90.9	217 + 388 i	5.04 + 21.46 i	3.25 + 13.29 i
100	239 + 404 i	5.94 + 23.33 i	3.82 + 14.50 i
111	262 + 411 i	7.08 + 25.48 i	4.54 + 15.88 i
125	289 + 428 i	8.59 + 28.05 i	5.50 + 17.53 i

**TAB. 3.2:** Indices optiques utilisés pour les calculs de guide d'onde, l'indice du GaAs dopée a été calculé avec le modèle de Drude ( $\tau = 0.1$  ps) (l'indice du GaAs non dopée est  $n = 3.6$ ). L'indice optique de l'or est extrait de [61], et celui du GaAs non dopé de [62].

( $n = 3.6$ ), couche dopée ( $n = 3.82 + 14.5 * i$ ,  $h = 0.7 \mu\text{m}$ ), région active ( $n = 3.6$ ,  $h = 12 \mu\text{m}$ ), et métal parfait ( $n = i * \infty$ ). La figure 3.5 représente ce guide d'onde.



**FIG. 3.5:** (a) Schéma d'un ruban laser utilisant un guide plasmonique. Les trois bandes métalliques servent pour l'injection du courant, mais seule la bande centrale va confiner le mode optique. (b) Profil 1D du champ électrique. Le guide consiste ( de la gauche vers la droite) de métal (parfait) de la région active assimilée à un matériau d'indice 3.6, puis une couche dopée à  $2 \cdot 10^{18}$  de  $0.7 \mu\text{m}$  d'épaisseur, et d'un substrat de GaAs.

### 3.4 Le guide métal - métal

#### 3.4.1 Modes du guide métal métal

Le guide métal - métal constitué d'un métal, d'un diélectrique et d'un autre métal est le guide de prédilection pour les microondes. Ce guide

s'appelle "guide microruban" dans les microondes. La première utilisation d'un tel guide d'onde pour les lasers à cascade a été démontré par K. Unterrainer et coauteurs [70] pour une structure infra rouge moyen ( $\lambda = 17 - 24 \mu\text{m}$ ), il a alors été appelé guide double métal. Il semble néanmoins que la terminologie métal-métal soit la plus utilisée maintenant pour les lasers à cascade utilisant ce guide.

Ainsi que pour le mode plasmonique le métal va confiner le champ en polarisation TM. Entre deux plaques métalliques il existe toujours au moins un mode guidé en polarisation TM. En polarisation TE, les plasmons de surface n'existent pas, et en dessous d'une certaine épaisseur entre les deux couches métalliques, il n'existe plus de mode guidé en TE (présence d'un *cut-off*, cf [49]). En tenant compte du fait que l'indice des métaux est très élevé, il est possible d'obtenir une valeur approchée pour les indices effectifs des différents modes guidés.

En utilisant les matrices de transferts (cf équations 3.7), pour un système composé d'un diélectrique (d'indice  $n_{diel} = \sqrt{\epsilon_{diel}}$ , et d'épaisseur L), entouré de métal (d'indice  $n_{met} = \sqrt{\epsilon_{met}}$ ) l'équation à résoudre pour obtenir les indices effectifs de chaque mode est :

$$e^{2kL} = \left( \frac{1 - 1/\xi}{1 + 1/\xi} \right)^2 \quad (3.93)$$

où  $k = k_0 \sqrt{\epsilon_{eff} - \epsilon_{diel}} = 2\pi/\lambda \sqrt{\epsilon_{eff} - \epsilon_{diel}}$  avec  $\epsilon_{eff} = n_{eff}^2$  est le carré de l'indice effectif du mode. En TM,  $\xi$  est donné par :

$$\xi = \frac{\sqrt{\epsilon_{eff} - \epsilon_{diel}}}{\sqrt{\epsilon_{eff} - \epsilon_{met}}} \frac{\epsilon_{met}}{\epsilon_{diel}} \quad \text{en TM} \quad (3.94)$$

en utilisant le fait que l'indice du métal est grand en comparaison des autres indices,  $\xi$  est approximativement donné par <sup>7</sup> :

$$\xi \simeq \sqrt{\epsilon_{eff} - \epsilon_{diel}} \frac{i n_{met}}{\epsilon_{diel}} \gg 1 \quad (3.95)$$

Puisque  $\xi \gg 1$  on peut faire un développement limité en  $1/\xi$  dans l'équation 3.93, ce qui implique que

$$e^{2kL} \simeq 1 - 4/\xi \quad (3.96)$$

Et donc  $2kL$  doit vérifier :

$$\begin{aligned} 2kL &= 2i\pi(p-1) + \left( 2kL - 2i\pi(p-1) \right) \\ &- 4/\xi = \left( 2kL - 2i\pi(p-1) \right) \ll 1 \end{aligned} \quad (3.97)$$

<sup>7</sup> $\sqrt{-\epsilon_{met}} = -in_{met}$  car la partie réelle de la racine carré est positive.

où  $p$  est un entier supérieur ou égal à 1.  $p = 1$  correspondra au premier mode,  $p = 2$  au deuxième, etc ... L'équation à résoudre s'écrit alors (en utilisant 3.96 et 3.97) :

$$\sqrt{\epsilon_{eff} - \epsilon_{diel}} - \frac{i\lambda(p-1)}{2L} - \frac{2i\epsilon_{diel}}{k_0L\sqrt{\epsilon_{eff} - \epsilon_{diel}}} \frac{1}{n_{met}} = 0 \quad (3.98)$$

Au premier ordre en  $1/n_{met}$ , on trouve alors que l'indice effectif du mode  $p$  est donné en TM par :

$$\epsilon_{eff}^{TM} \approx \begin{cases} \epsilon_{diel} \left(1 + \frac{2i}{n_{met} k_0 L}\right) & \text{1er mode TM} \\ \epsilon_{diel} - \left(\frac{(p-1)\lambda}{2L}\right)^2 + \frac{4i\epsilon_{diel}}{n_{met} k_0 L} & \text{p<sup>ieme</sup> mode TM (p \neq 1)} \end{cases} \quad (3.99)$$

Par exemple pour un diélectrique d'indice  $n_{diel} = 3.6$  et de  $10 \mu\text{m}$  d'épaisseur et un indice du métal  $n_{met} = 225 + 319i$ , on trouve les valeurs suivantes pour l'indice effectif du premier mode en TM (la longueur d'onde est de  $100 \mu\text{m}$ ) :

$$\begin{aligned} n_{eff} &= 3.61200 + 0.00848 i & \text{calcul exact} \\ n_{eff} &= 3.61198 + 0.00843 i & \text{valeur approchée} \end{aligned} \quad (3.100)$$

L'écart relatif est de  $10^{-5}$  entre la valeur approchée obtenue en utilisant la formule 3.99 et le calcul exact.

En TE en suivant le même type de raisonnement, on trouve que l'indice effectif est donné par :

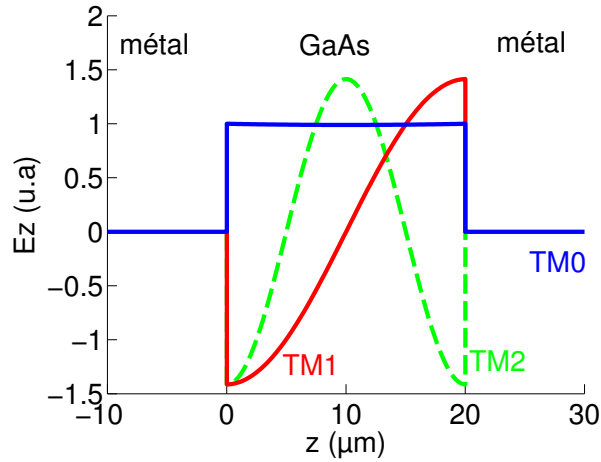
$$\epsilon_{eff}^{TE} \approx \epsilon_{diel} - \left(\frac{p\lambda}{2L}\right)^2 \left(1 + \frac{4}{in_{met}k_0L}\right) \quad \text{p<sup>ieme</sup> mode TE} \quad (3.101)$$

Ces modes sont des modes guidés si la partie réelle de  $\epsilon_{eff}$  est positive. Sinon il s'agit de modes évanescents. Dans les équations 3.99 et 3.101, on voit apparaître une longueur caractéristique :

$$L_0 \approx \frac{\lambda}{2n_{diel}} \quad (3.102)$$

Pour des épaisseurs du guide métal inférieur à cette longueur  $L_0$  il n'y a qu'un seul mode guidé : le premier mode TM. Les autres modes (TM et TE) sont des modes évanescents.

Le premier mode TM du guide métal-métal a une forme très simple : les champs transverses sont approximativement constants dans la région active, et nul ailleurs. Les modes d'ordres supérieurs sont simplement des cosinus et des sinus (cf figure 3.6).



**FIG. 3.6:** Guide d'onde métal métal de 20  $\mu\text{m}$  d'épaisseur pour une longueur d'onde de 100  $\mu\text{m}$ . Les trois premiers modes sont représentés. Les deux premiers sont des mode guidés et le troisième un mode évanescent ( $\epsilon_{eff} < 0$ ).

### 3.4.2 Réflectivité du guide métal - métal

Dans le cas du guide d'onde métal-métal, le mode optique est fortement confiné dans la direction verticale (l'épaisseur est d'environ  $\approx 10 \mu\text{m}$  pour une longueur d'onde de  $\approx 100 \mu\text{m}$ ). On ne peut alors plus utiliser la formule de réflectivité :

$$R \neq \left( \frac{n-1}{n+1} \right)^2 \quad (3.103)$$

car cette formule est valable pour des ondes planes, et ne peut pas être utilisée si le confinement du mode est sub-longueur d'onde. Pour calculer la réflectivité des facettes, un calcul plus complexe est nécessaire. Nous allons montrer que la réflectivité peut être fortement supérieure à  $0.32 = ((n-1)/(n+1))^2$ .

Pour cela, je vais développer un calcul analytique qui permet de calculer la réflectivité des facettes, que nous utiliserons en particulier pour un guide double métal. Cette technique est basée sur un calcul de type *Hybrid Modal Spectral Technique* développé par José Encimar et J. M. Rebollar [71]. Le principe de cette technique est de décomposer les champs en modes propres dans le guide d'onde, et en ondes planes dans le demi-espace d'air (cf schéma 3.7).

Pour commencer on va décomposer le champ électrique dans l'air en



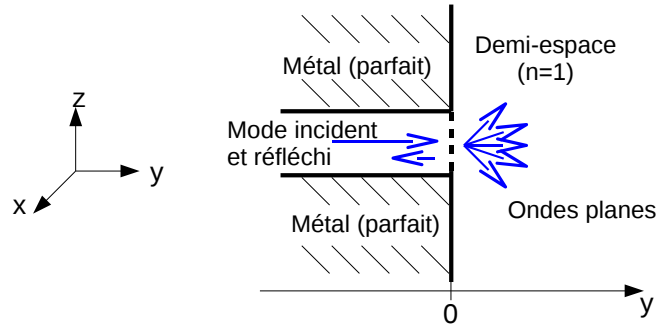


FIG. 3.7: Ouverture rayonnante dans un demi espace.

ondes planes :

$$\vec{E} = \int_{-\infty}^{\infty} \vec{F}(k_z) e^{-i(k_z z + k_y y)} dk_z \quad (3.104)$$

Dans toute la suite on se limitera à des modes TM. Dans le guide d'onde (en  $y = 0$ ) on va écrire les champs transverses comme un somme de modes propres (la décomposition est valable car les modes propres d'une cavité forment une base complète) :

$$\begin{aligned} E_z &= \sum_i (d_i + a_i) e_{z,i}(z) \\ H_x &= \sum_i (d_i - a_i) h_{x,i}(z) \end{aligned} \quad (3.105)$$

$e_{z,i}$  et  $h_{x,i}$  sont les champs transverses du mode  $i$ .  $d_i$  représente le mode  $i$  se propageant dans la direction des  $y$  croissants, et  $a_i$  ce mode se propageant dans l'autre sens. On va maintenant utiliser la continuité des champs transverses à l'interface ( $y = 0$ ) ce qui donne :

$$\begin{aligned} \sum_i (d_i + a_i) e_{z,i}(z) &= \int F_z(k_z) e^{-ik_z z} dk_z \\ \sum_i (d_i - a_i) h_{x,i}(z) &= \frac{1}{\omega \mu_0} \int F_z(k_z) \frac{k^2}{k_y} e^{-ik_z z} dk_z \end{aligned} \quad (3.106)$$

où  $k = \omega/c$  et  $k_y = \sqrt{k^2 - k_z^2}$ . La deuxième équation peut être obtenue en utilisant les équations de Maxwell, ou en utilisant l'expression 3.4.

On définit maintenant les fonctions  $F_{z,m}$  définies de la même façon que  $F_z$  mais relative au mode  $m$  du mode guide d'onde.

$$F_{z,m}(k_z) = \frac{1}{2\pi} \int e_{z,m}(z) e^{ik_z z} dz \quad (3.107)$$

On va maintenant déduire une équation matricielle entre les  $a_i$  et les  $d_i$ .

Dans un guide d'onde les modes sont orthogonaux donc on a :

$$\int_S (\vec{e}_m^* \wedge \vec{H}) \cdot d\vec{S} = (d_m - a_m) T_{mm} \quad (3.108)$$

Le problème étant invariant dans la direction  $\vec{x}$ , l'intégrale sur la surface  $S$  devient une intégrale sur  $z$ .  $T$  étant la matrice diagonale définie par :

$$T_{mm} = \int_S (\vec{e}_m^* \wedge \vec{h}_m) \cdot d\vec{S} \quad (3.109)$$

Une deuxième équation s'obtient de la manière suivante :

$$\begin{aligned} \int_S (\vec{e}_m^* \wedge \vec{H}) \cdot d\vec{S} &= \frac{1}{\omega\mu_0} \int_S dz \left( \int dk_z F_{zm}^* e^{ik_z z} \int dk'_z F_z \frac{k^2}{k_y} e^{-ik'_z z} \right) \\ &= \frac{2\pi}{\omega\mu_0} \int dk_z F_{zm}^* F_z \frac{k^2}{k_y} \\ &= \sum_n (d_n + a_n) Q_{nm} \end{aligned} \quad (3.110)$$

La matrice  $Q$  étant définie par :

$$Q_{nm} = \frac{2\pi}{\omega\mu_0} \int dk_z F_{zm}^* F_{zn} \frac{k^2}{k_y} \quad (3.111)$$

On a donc l'équation :

$$\sum_n (d_n + a_n) Q_{nm} = (d_m - a_m) T_{mm} \quad (3.112)$$

On va donc tout naturellement introduire les vecteurs  $A$  et  $D$  composés des éléments  $a_i$  et  $d_i$  ce qui nous amène à l'équation matricielle :

$$Q(D + A) = T(D - A) \quad (3.113)$$

En résolvant cette équation on va obtenir le champ réfléchi  $A$  en fonction du champ incident  $D$  :

$$\begin{aligned} A &= [(T + Q)^{-1}(T - Q)] D \\ &= MD \end{aligned} \quad (3.114)$$

Par exemple si on cherche le coefficient de réflexion du mode 1 vers le mode 1, il suffit de calculer l'élément (1,1) de la matrice  $M$ . A priori les

matrices  $T$  et  $Q$  sont des matrices infinies. La matrice  $T$  est une matrice diagonale et ne pose donc pas de problème. Quant à la matrice  $Q$ , ces éléments non diagonaux, sont composés du couplage des transformées de Fourier des modes propres et d'un terme  $1/k_y$ . Sans le terme  $1/k_y$  ces éléments sont nuls (à cause de l'égalité de Parseval qui implique que si deux fonctions sont orthogonales, leurs transformées de Fourier seront aussi orthogonales). Ainsi les termes non diagonaux vont être petits en comparaison des termes diagonaux. Limiter le nombre de mode utilisés correspond à limiter le couplage entre les modes à un nombre fini. Souvent un seul mode suffit à donner une bonne approximation de la réflectivité.

Dans le cas d'un guide métal-métal (parfait), d'épaisseur  $L$  les modes sont donnés par :

$$e_m = \cos((m-1)\pi(z/L + 1/2)) \quad (3.115)$$

En faisant quelques changements de variables, on peut écrire les matrices  $T$  et  $Q$  sous la forme :

$$T_{mm} = \left(1 - \frac{(m-1)\pi}{n_{AR}kL}\right)^{-1/2} * \begin{cases} 1 & m=1 \\ 1/2 & m \neq 1 \end{cases} \quad (3.116)$$

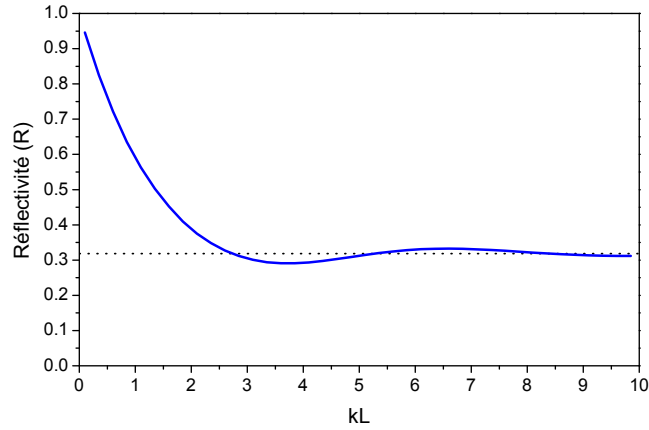
$$Q_{nm} = \frac{kL}{2n_{AR}} \int_0^1 \int_0^1 \cos((n-1)\pi u) \cos((m-1)\pi v) h_0^{(2)}(kL(u-v)) dudv \quad (3.117)$$

où  $h_0^{(2)}$  est la fonction de Hankel du deuxième type d'ordre 0 (les fonctions de Hankel sont des combinaisons linéaires des fonctions de Bessel  $h_0^{(2)} = J_0 - iY_0$ ).

On peut alors facilement calculer la réflectivité des facettes d'un guide double métal parfait. Même dans le cas où l'on se limite à un seul mode, c'est à dire que  $Q$  et  $T$  sont des variables scalaires, on obtient des résultats très proches de ceux obtenus en utilisant plusieurs modes. Les résultats de la figure 3.8 et du tableau 3.3 ont été obtenus en utilisant 10 modes.

Cette méthode est très efficace pour calculer rapidement la réflectivité des facettes d'un guide quelconque. En effet le couplage entre les modes est souvent faible, et donc l'utilisation d'un seul mode pour les calculs donne des résultats très satisfaisant. Dans le cas d'un mode pas trop confiné (c'est faux pour le mode double métal), les éléments diagonaux de la matrice  $Q$  et  $T$  se simplifient en :

$$\begin{aligned} Q_{mm} &\approx \frac{k_0}{\omega\mu_0} \int |e_m|^2 dz \\ T_{mm} &\approx \frac{k_0}{\omega\mu_0} n_{eff,m} \int |e_m|^2 dz \end{aligned} \quad (3.118)$$



**FIG. 3.8:** Réflectivité pour un guide d'onde métal métal d'épaisseur  $L$ , pour différente valeur de  $kL = 2\pi L/\lambda$ .

kL	R	kL	R	kL	R	kL	R
0.05	0.9725	0.55	0.7411	1.05	0.5764	1.55	0.4614
0.10	0.9459	0.60	0.7219	1.10	0.5629	1.60	0.4520
0.15	0.9201	0.65	0.7034	1.15	0.5499	1.65	0.4430
0.20	0.8950	0.70	0.6855	1.20	0.5374	1.70	0.4344
0.25	0.8708	0.75	0.6682	1.25	0.5253	1.75	0.4258
0.30	0.8473	0.80	0.6516	1.30	0.5136	1.80	0.4175
0.35	0.8246	0.85	0.6354	1.35	0.5024	1.85	0.4097
0.40	0.8027	0.90	0.6199	1.40	0.4916	1.90	0.4022
0.45	0.7815	0.95	0.6049	1.45	0.4811	1.95	0.3951
0.50	0.7609	1.00	0.5904	1.50	0.4711	2.00	0.3883

**TAB. 3.3:** Valeur de la réflectivité d'un guide double métal parfait.  $L$  est l'épaisseur du guide double métal et  $k = 2\pi/\lambda$

Les éléments de la matrices de réflexion  $M$  sont alors donnés simplement par :

$$M = (T + Q)^{-1}(T - Q)$$

$$M_{mm} \approx \frac{n_{eff,m} - 1}{n_{eff,m} + 1} \quad (3.119)$$

On retrouve la formule classique du coefficient de réflexion.

Dans le cas du guide plasmonique, la différence entre la réflexion obtenue avec la formule classique, et en faisant le calcul présenté ci dessus, est faible, de l'ordre du pourcent.

### 3.4.3 Interprétation de la réflectivité en terme de largeur du mode

Dans le calcul de la réflectivité deux matrices interviennent Q et T. La matrice T est une matrice diagonale qui n'est rien d'autre que la normalisation des modes. C'est au travers de la matrice Q que s'exprime vraiment les termes essentiels pour la réflectivité des facettes. Nous allons donner maintenant une description qualitative de l'origine de la réflectivité des facettes qui est plus grande que la réflectivité habituelle. Pour commencer on peut noter que les éléments diagonaux de la matrice Q sont les éléments principaux. Les autres termes sont petits. En effet puisque les modes dans un guide d'onde sont orthogonaux, leurs transformée de Fourier aussi. Or les éléments de la matrice Q sont proches du produit scalaire des transformées de Fourier des modes, ainsi la contribution majeure de cette matrice provient des éléments diagonaux. Récrivons les éléments diagonaux des matrices T et Q en fonction des transformées de Fourier des modes :

$$Q = C \int |F_z|^2 \frac{1}{\sqrt{1 - (k_z/k)^2}} dk_z \quad (3.120)$$

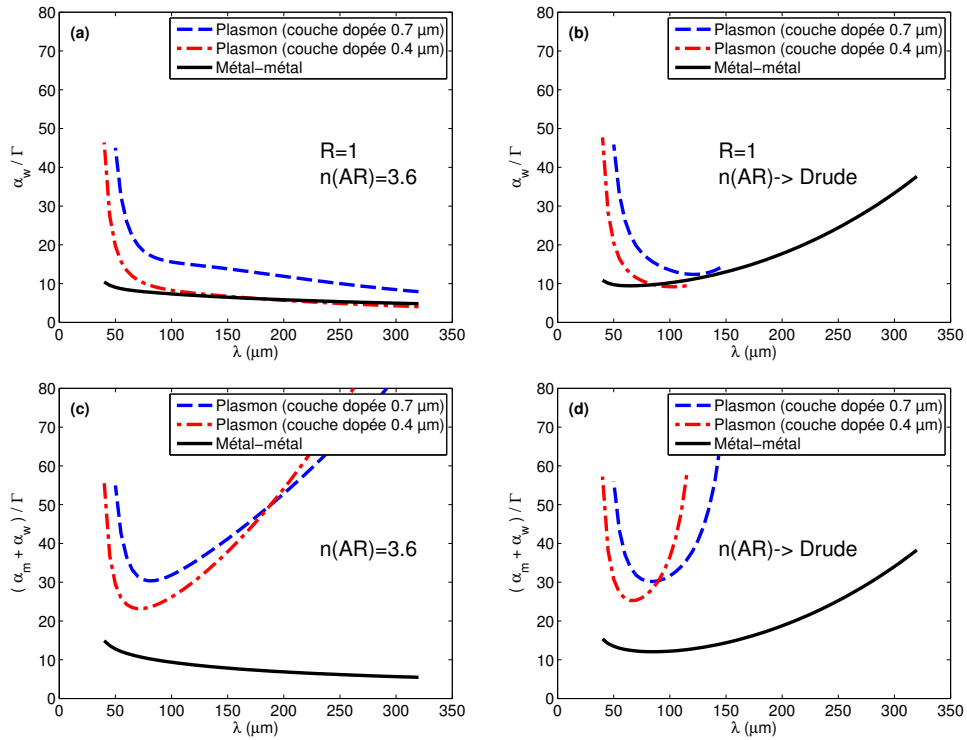
$$T \approx C n_{eff} \int |F_z|^2 dk_z$$

ou  $C = 2\pi \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}}$  et  $F_z(k_z)$  est la transformée de Fourier du champ électrique  $e_z(z)$  d'un mode propre du guide. La réflectivité donnée par  $(T-Q)/(T+Q)$  s'éloigne donc de la valeur standard pour les ondes planes  $(n-1)/(n+1)$  à cause du terme  $\sqrt{1 - (k_z/k)^2}$  au dénominateur de l'intégrale dans Q.  $|F_z|$  est une courbe en cloche de largeur typique  $1/L_{eff}$  où  $L_{eff}$  est l'extension typique du mode. Quant à la fonction  $1/\sqrt{1 - (k_z/k)^2}$  c'est aussi une courbe en cloche dans le plan complexe de largeur  $k$  (la divergence en  $k_z = k$  ne pose pas de problème puisque son intégrale ne diverge pas). Ainsi la réflectivité ne va plus être donnée par  $(n-1)/(n+1)$  si la fonction dominante dans l'intégrale Q va être  $1/\sqrt{\dots}$ , et cela se produit pour  $1/L_{eff}$  plus grand que k. Ainsi

$$\begin{cases} R = \left(\frac{n-1}{n+1}\right)^2 & \text{si } \frac{2\pi L_{eff}}{\lambda} \gtrsim 1 \\ R \neq \left(\frac{n-1}{n+1}\right)^2 & \text{si } \frac{2\pi L_{eff}}{\lambda} \lesssim 1 \end{cases} \quad (3.121)$$

#### 3.4.4 Comparaison guide métal métal et guide plasmonique

Nous avons maintenant tous les ingrédients nécessaire pour comparer les deux guides d'onde utilisés pour les lasers cascades dans le THz : le guide plasmonique et le guide métal métal. La figure 3.9 représente le gain nécessaire pour le seuil laser ( $= \alpha/\Gamma$ ) pour le guide métal métal et le guide plasmonique. Différents cas sont représentés : en prenant ou pas en compte les pertes des miroirs, et en simulant la région active comme étant du GaAs non dopé, ou du GaAs dopé, l'indice optique étant donné par le modèle de Drude.



**FIG. 3.9:** Comparaison du gain nécessaire pour le seuil laser entre le guide métal métal et le guide plasmonique. Le guide métal métal est composé d'or, d'une couche dopée ( $5 \cdot 10^{18} \text{ cm}^{-3}$ ;  $0.1 \mu\text{m}$ ;  $\tau_{drude} = 0.1 \text{ ps}$ ), de la région active ( $12 \mu\text{m}$ ), puis de nouveau de la couche dopée à ( $5 \cdot 10^{18} \text{ cm}^{-3}$ ;  $0.1 \mu\text{m}$ ;  $\tau_{drude} = 0.1 \text{ ps}$ ), et enfin d'or. Le guide plasmonique est composé d'or, d'une couche dopée ( $5 \cdot 10^{18} \text{ cm}^{-3}$ ;  $0.1 \mu\text{m}$ ;  $\tau_{drude} = 0.1 \text{ ps}$ ), de la région active ( $12 \mu\text{m}$ ), d'une deuxième couche dopée ( $2 \cdot 10^{18} \text{ cm}^{-3}$ ;  $0.7$  ou  $0.4 \mu\text{m}$ ;  $\tau_{drude} = 0.1 \text{ ps}$ ) et d'un substrat de GaAs. Dans la figure a) et c), la région active est supposée comme étant du GaAs pur sans perte, tandis que pour les courbes b) et d) la région active est supposée être du GaAs dopée à  $2.4 \cdot 10^{15} \text{ cm}^{-3}$ , l'indice calculé avec un temps de Drude de  $1 \text{ ps}$ . Pour les figures a) et b), les pertes des miroirs n'ont pas été considérées. Pour les figures c) et d) les pertes des miroirs ont été introduites, en utilisant une réflectivité pour le guide plasmonique  $R = 0.32$  et une longueur du guide de  $2 \text{ mm}$ . Pour le guide métal métal la réflectivité des facettes est déduite de la table 3.3.

# Chapitre 4

## Étude de la structure "3 puits quantiques"

### 4.1 Introduction

Le but de ce chapitre est de comprendre quantitativement les mécanismes qui limitent la température maximale de fonctionnement ( $T_{max}$ ) des lasers à cascade quantique dans le THz. Cette étude est nécessaire pour permettre une augmentation future de la  $T_{max}$ .

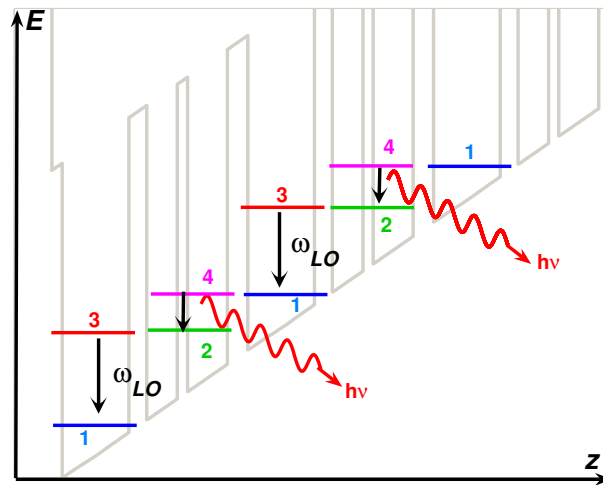
Pour cela, nous allons étudier la structure "3 puits quantiques" qui a été dessinée par H. Luo et collaborateurs [54], sa fréquence laser étant de 3.1 THz. Actuellement c'est une version modifiée de cette structure qui fonctionne à plus haute température ( $T_{max} = 186$  K, [29]).

La structure consiste en trois puits quantiques dans le système GaAs -  $\text{Al}_{0.15}\text{Ga}_{0.85}$  (les puits sont en GaAs). De ces trois puits, l'épaisseur du plus large est choisie afin que l'écart énergétique entre les deux premiers niveaux (niveaux 1 et 3 dans la figure 4.1) soit égal à l'énergie du phonon optique dans le GaAs ( $E_{LO} = \hbar\omega_{LO} = 36$  meV). Ce qui correspond à un puits d'environ 16.5 nm de large. L'émission résonante de phonons LO étant un processus très rapide (cf paragraphe 2.4.1), le rôle de ces deux niveaux est la dépopulation rapide du niveau fondamental de la transition optique, afin d'obtenir l'inversion de population (l'inversion de population a lieu si  $\tau_2 < \tau_4$ , ou  $\tau_i$  représente le temps de vie du niveau  $i$ ).

Les deux autres puits sont conçus pour que leurs niveaux fondamentaux aient la même énergie. Ils vont alors être dégénérés, le *splitting* entre ces deux niveaux va être déterminé par l'épaisseur de la barrière quantique les séparant. C'est entre ces deux niveaux dégénérés que va avoir lieu la transition optique.

Les niveaux électroniques sont aussi conçus afin qu'il y ait deux autres résonances : le niveau fondamental de la transition mettant en jeu le phonon va être couplé par transport tunnel au niveau excité de la transition optique, et le niveau fondamental de la transition optique étant couplé avec





**FIG. 4.1:** Schema descriptif de la structure 3 puits quantiques. La transition optique se fait entre le niveau 4 et le niveau 2. L'inversion de population est obtenue par émission rapide de phonon LO entre le 3 et 1. Entre les niveaux 2 et 3 ainsi qu'entre les niveaux 1 et 4, les électrons traversent la barrière quantique par transport tunnel résonant.

le niveau excité du puits large.

Le but de ce chapitre est de décrire les performances des lasers à cascade quantique dans le THz en fonction de la longueur d'onde d'émission laser. La structure "3 puits quantiques" est idéale pour cette étude, puisque la fréquence d'émission ne dépend que de la largeur de la barrière entre les deux puits où se situe la transition optique. Ainsi la variation de la fréquence d'émission ne requière pas de changer complètement la structure, facilitant ainsi la comparaison des performances.

Cette étude a été faite en collaboration étroite avec le groupe de F. Capasso à Harvard, plus particulièrement avec M. Belkin, qui a démontré que cette structure, en combinaison avec un guide métal-métal en cuivre avait la  $T_{max}$  la plus élevée : 178 K [72]. L'utilisation du cuivre plutôt que de l'or permet de réduire légèrement les pertes, et ainsi augmenter la  $T_{max}$ . Il a été démontré très récemment qu'en modifiant cette structure afin de rendre la transition optique plus diagonale dans l'espace réel, la  $T_{max}$  peut encore être augmentée jusqu'à 186 K [29] (toujours en utilisant un guide double métal en cuivre).

L'étude présentée ici concerne la structure 3 puits quantiques, avec une transition verticale, et en guide métal-métal en or. Dans cette étude cinq

structures ont été conçues, épitaxiées, fabriquées et étudiées. La croissance des structures a été faite dans le groupe de E. Linfield à l'université de Leeds. La comparaison des structures est possible car le même bâti d'épitaxie a été utilisé pour les cinq croissances, et elles ont été épitaxiées dans un laps de temps réduit ( de l'ordre de 6 mois).

Les cinq structures sont conçues pour une émission laser nominale de 2.3, 2.7, 3.1, 3.5 et 3.8 THz. La structure à 3.1 THz a été étudiée uniquement à Harvard, et celle à 2.7 THz à Paris. Les trois autres structures ont été mesurées parallèlement en France et aux États-Unis. À Harvard, les lasers ont été fabriqués en géométrie de ruban étroit définis par gravure sèche, tandis qu'à Orsay les structures ont été fabriquées en ridge large définie par gravure humide (100, 160, 220 et 320  $\mu\text{m}$  de largeur avant la gravure et d'une vingtaine de  $\mu\text{m}$  de moins après la gravure). Les résultats dans les deux cas sont très similaires pour la densité de seuil laser, la dépendance en température et les spectres.

Le schéma 3 puits quantiques, est actuellement le plus performant au niveau de la température maximale de fonctionnement des lasers à cascade dans le THz. Néanmoins, le courant de seuil pour ce type de structure est assez élevé. La structure de bande permet en effet des alignements électriques pour des tensions inférieures à celle de fonctionnement, et un courant important est nécessaire pour franchir cet alignement parasite. La compréhension de ce courant parasite est cruciale, ainsi dans une première partie, je décrirai un modèle basé sur une méthode de type *tight binding* pour le décrire.

Dans une deuxième partie, je décrirai le comportement en température. En particulier, je montrerai que la variation du seuil laser en fonction de la température est dominée par l'émission de phonons activés thermiquement. Je décrirai ce phénomène en utilisant un modèle simple à deux niveaux énergétiques.

## 4.2 Structures de bande

Le tableau 4.1 donne les épaisseurs de chaque puits et barrières d'une période de la structure, pour les cinq fréquences étudiées. Chaque période étant répétée 226 fois.

Les structures de bande sont représentées dans la figure 4.2. Les différentes structures correspondent au schéma "3 puits quantiques" modifié pour obtenir une émission laser nominale à 2.3, 2.7, 3.1, 3.5 et 3.8 THz. Malgré ces grandes différences de fréquences lasers désirées, les structures de bande sont très proches les unes des autres. Nous avons en fait cherché que leurs champs électriques de fonctionnement soient les

échantillon	freq. (THz) (nominale)	B1 (Å)	P1 (Å)	B2 (Å)	P2 (Å)	B3 (Å)	P3 (Å)
L261	2.3	48	157	42	73	27	95
L207	2.7	48	157	42	72	24	94
L170/ L215	3.1	48	161	42	74	20	96
L260	3.5	47	162	41	74	17	98
L242	3.8	47	164	40	73	15	99

**TAB. 4.1:** Structure de bande des différentes structures. B1 correspond à la première barrière, et P1 au premier puits quantique, les longueurs étant données en Å. Les puits quantiques sont en GaAs et les barrières en  $\text{Al}_{0.15}\text{Ga}_{0.85}\text{As}$ . Le tiers central du puits large (P1) est dopé à hauteur de  $5 \cdot 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ . La structure à 3.1 THz est la structure originale [54]. La fréquence est fixée par la largeur de la barrière B3 (en rouge), qui couple les deux puits actifs. Les autres modifications sont introduites pour avoir les structures les plus similaires entre elles (même champ électrique de fonctionnement, couplage d'injection et d'extraction similaires).

mêmes, et que les couplages d'injections et d'extraction soient similaires. Ils peuvent être estimés, et donc ajustés à partir des *splitting* entre les niveaux 1 et 4, et les niveaux 2 et 3 (cf fig. 4.1).

Ces structures se prêtent très bien à une étude comparative de la  $T_{max}$ , ainsi que du courant parasite en fonction de la fréquence laser, puisqu'elles ont des structures de bande très similaires. Seuls les variations d'épaisseur de la barrière B3 (cf tab. 4.1) sont importantes, puisqu'elle va définir la fréquence nominale d'émission laser.

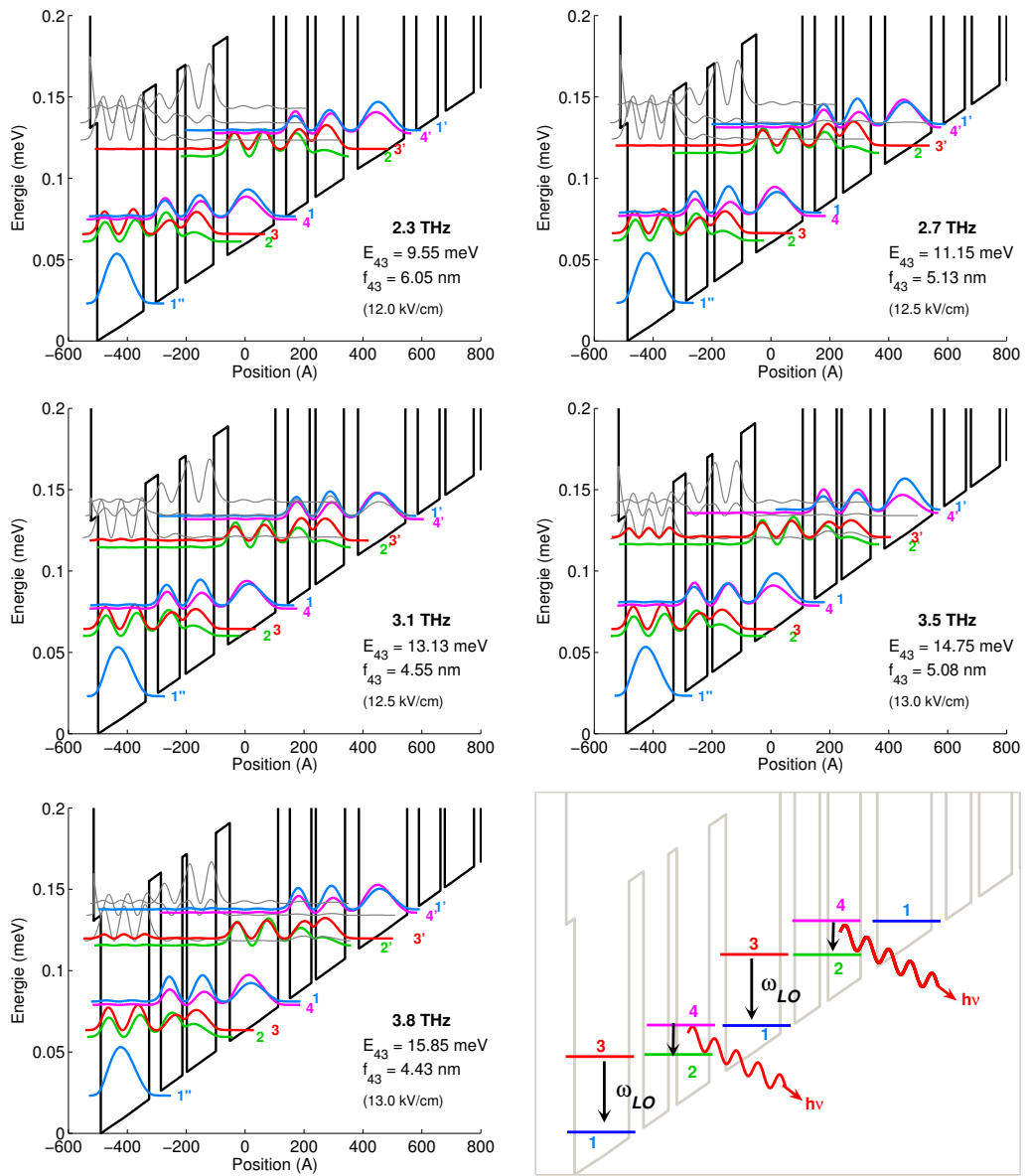
### 4.3 Détails de la structure à 2.7 THz

Avant de comparer les structures pour différentes fréquences nous allons commencer par décrire en détail une structure afin de se familiariser avec les mesures expérimentales des lasers à cascade quantique. La fabrication en salle blanche des dispositifs ainsi que la description du banc optique de mesure sont décrites en annexes.

#### 4.3.1 Géométrie du ruban laser

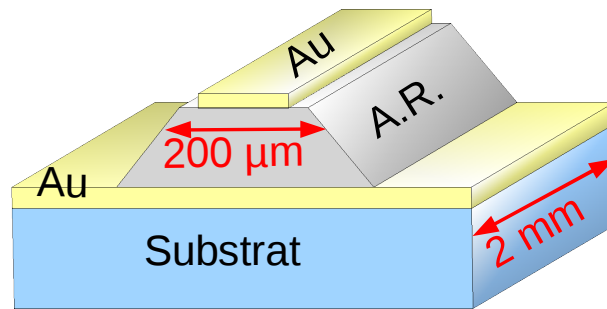
Les lasers étudiés dans ce chapitre utilisent un résonateur en forme de ruban (cf schéma 4.3), de 2 mm de long et environ 200  $\mu\text{m}$  de large.

### 4.3 . DÉTAILS DE LA STRUCTURE À 2.7 THz



**FIG. 4.2:** Structure de bande électronique des différentes variations de la structure 3 puits quantiques. Les largeurs des puits et barrières sont données dans la table 4.1. La structure originale est celle à 3.1 THz [54]. Les cinq structures sont très proches l'une de l'autre, à part la fréquence nominale d'émission. En bas à droite est représenté un schéma simplifié de la structure de bande électronique.

La région active (A.R.) est confinée entre le métal supérieur et le métal inférieur. Le substrat est généralement du GaAs dopé. Le choix du GaAs plutôt que d'un autre matériau pour le substrat, sert à éviter les contraintes thermiques éventuelles. En outre il est dopé, afin de d'augmenter sa conductivité thermique et électrique.

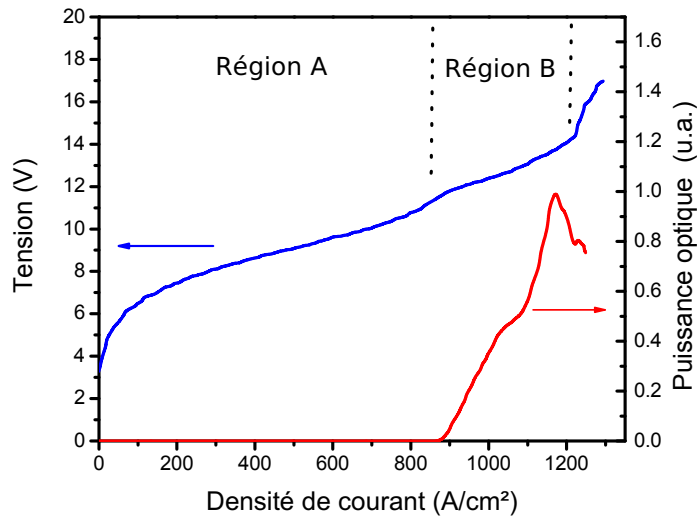


**FIG. 4.3:** Schéma du résonateur ruban, en guide d'onde métal métal. La région active (A.R.) est prise en "sandwich" entre deux couches métalliques en or.

### 4.3.2 Caractéristique à basse température

Les premières mesures sur un laser à cascade quantique sont les mesures LIV (lumière - intensité - voltage). Un exemple de courbe LIV, pour la structure à 2.7 THz est représenté dans la figure 4.4. Ces caractérisations nous permettent d'obtenir plusieurs informations. Elles nous renseignent sur le comportement électrique (différents alignements électriques, désalignements), et sur les caractérisations optiques du laser (seuil laser, plage dynamique c'est à dire la plage de courant où le dispositif est fonctionnel).

Les caractéristiques électriques sont obtenues en mesurant la tension aux bornes du dispositif en fonction du courant injecté. Afin de pouvoir comparer les différentes structures entre elles, il est souvent préférable de tracer ces courbes en fonction de la densité de courant (généralement en  $A \cdot cm^{-2}$ ). Les mesures électriques nous donnent les premières informations sur le dispositif. Elles permettent de déterminer les différents alignements possibles entre les niveaux quantifiés de l'hétérostructure. De manière intuitive, l'alignement des niveaux quantiques a l'effet suivant sur les caractéristiques électriques : le transport tunnel entre les niveaux est maximal lorsque les niveaux ont la même énergie, ce qui implique une résistance différentielle ( $dV/dI$ ) faible. Lorsque la tension ne correspond



**FIG. 4.4:** Courbes LIV de la structure à 2.7 THz obtenues à 10 K. La mesure a été faite en mode pulsé (20 kHz, 300ns), et en utilisant le détecteur *DTGS Far IR*. Les dimensions du laser sont de 2.02 mm de long et de 195  $\mu\text{m}$  de large.

plus à un alignement des états électroniques la résistance différentielle augmente.

Pour la LIV représentée dans la figure 4.4, on observe deux régions distinctes (régions A et B). Chacune d'entre elles correspond à un alignement différent des niveaux électroniques. La caractéristique électrique a été mesurée à 10 K car c'est à basse température que les alignements sont le plus marqués. Pour cette structure particulière, en étudiant la structure de bande pour différents champs électriques appliqués, on observe deux alignements possibles : le premier à 9 kV/cm et le deuxième à 12.5 kV/cm. La structure faisant 10  $\mu\text{m}$  d'épaisseur, cela correspond à des tensions de 9 V et 12.5 V aux bornes du dispositif. Ces deux alignements correspondent aux deux régions A et B présentes dans la courbe IV de la figure 4.4. On peut en effet les identifier comme étant des régions de faibles résistances différentielles ( $dV/dI$ ).

Le premier alignement (région A sur la courbe), n'est pas la condition souhaitée afin d'obtenir l'inversion de population et donc l'effet laser. Il s'agit d'un alignement parasite. À la différence des lasers à cascade infra-rouge moyen, dans le THz les structures présentent souvent des alignements parasites. Cela est dû au fait que l'écart énergétique entre les niveaux quantifiés de la région active est beaucoup plus faible dans le

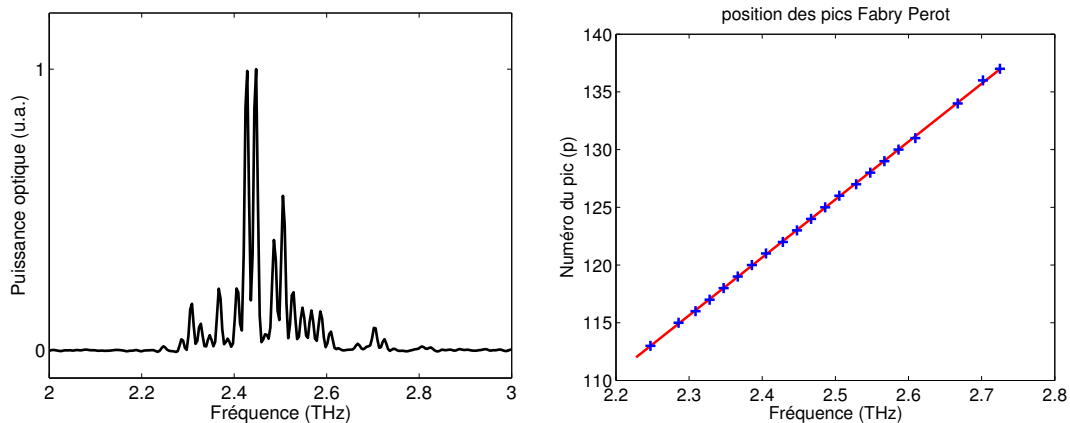
THz(de l'ordre de 10–20 meV contre 100–200 dans le moyen infrarouge). En outre la longueur d'une période pour un schéma "3 puits quantiques" est courte, ce qui favorise l'apparition d'alignement parasite.

Les mesures optiques consistent à mesurer la puissance lumineuse  $L$  émise par le dispositif, toujours en fonction du courant injecté. Elles permettent tout d'abord de vérifier si la structure lase ou non. Dans le cas du laser, on observe un seuil bien marqué, sur la courbe il s'observe à  $870 \text{ A} \cdot \text{cm}^{-2}$  (à 10 K, cf fig. 4.4).

### 4.3.3 Spectres

Après avoir mesuré les courbes LIV, il est crucial de mesurer le spectres d'émission. Cela permet de vérifier que la structure lase bien à la fréquence désirée, en déterminant sa valeur exacte.

Dans le cas d'un laser linéaire (de type ruban par exemple comme c'est souvent le cas pour les lasers à cascade), les spectres présentent des pics espacés régulièrement, ce sont les pics Fabry-Perot (cf fig 4.5).



**FIG. 4.5:** **Gauche** : Spectres typiques de la structure à 2.7 THz (la dimension du dispositif étudié est de  $2027 \mu\text{m}$  par  $195 \mu\text{m}$ ). La mesure a été faite à 10 K, en mode pulsé (20 kHz, 300 ns) et avec le *DTGS FAR IR* comme détecteur. La résolution du spectromètre est de  $0.125 \text{ cm}^{-1}$ . **Droite** : Position des pics Fabry-Perot. La courbe rouge correspond à une régression linéaire qui correspond à un indice effectif de 3.71. (La longueur de la cavité est de 2.027 mm)

La position des pics est donnée par une condition de phase. Après un aller-retour dans la cavité, la phase de l'onde électromagnétique doit être

la même. Or celle-ci varie comme :

$$E \propto \exp(i 2\pi n_{eff} f x/c) \quad (4.1)$$

où  $n_{eff}$  est l'indice effectif du mode,  $f$  sa fréquence,  $x$  la position et  $c$  la célérité de la lumière.

Pour une longueur de cavité  $L$ , la condition de résonance est alors :

$$n_{eff}(f) f 2L/c = p \quad p \in \mathbb{Z} \quad (4.2)$$

avec  $p$  un nombre entier. L'indice effectif n'est pas, dans le cas général, indépendant de la fréquence, c'est pour cela que nous avons introduit sa dépendance en fréquence (dispersion). Soit  $\Delta f$  la différence de fréquence entre deux pics Fabry-Perot, nous avons alors la relation :

$$\Delta f = \frac{c}{2L \left( n_{eff} + f \frac{\partial n_{eff}}{\partial f} \right)} \quad (4.3)$$

Dans le cas présent, la structure étudiée est dans un guide métal-métal, dont l'indice effectif varie peu avec la fréquence, ainsi :

$$\Delta f \approx \frac{c}{2n_{eff}L} \quad (4.4)$$

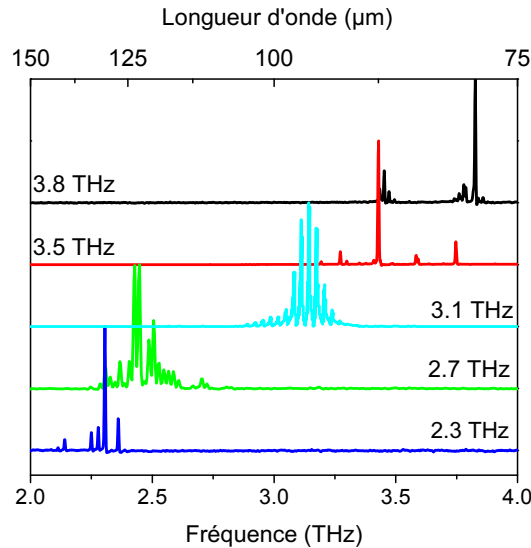
En utilisant la position des pics Fabry-Perot dans la figure 4.5 on obtient un indice effectif de 3.71 qui est en bon accord avec la valeur théorique de 3.68.

## 4.4 Étude comparative

Avant de commencer l'étude comparative, nous avons vérifié que les émissions lasers des structures correspondent bien aux fréquences nominales pour lesquelles elles ont été conçues. Pour cela nous avons mesuré les spectres d'émission en géométrie ruban, à 10 K, pour les cinq structures (cf fig. 4.6). Les spectres d'émission correspondent effectivement aux fréquences calculées à partir de la structure de bande.

La structure à 2.7 THz semble avoir une fréquence un peu plus basse que prévue, mais en fait c'est juste qu'elle a un gain très large, elle peut en effet laser de 2.3 jusqu'à 3.1 THz. La largeur du gain a été confirmée par des mesures TDS (*Time domain spectroscopy*) faite par S. Dhillon au LPA à l'ENS de Paris.





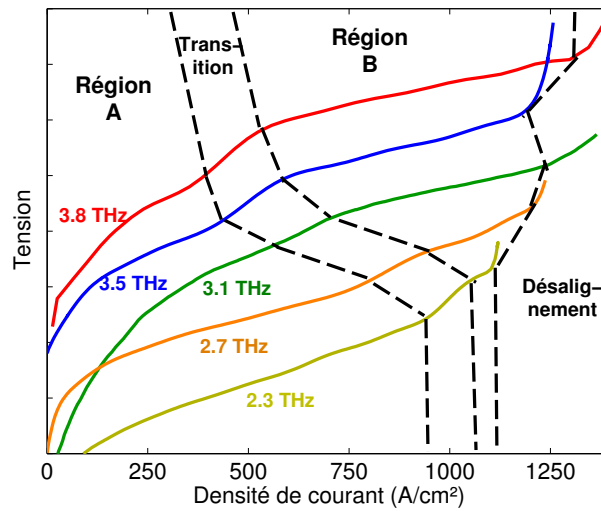
**FIG. 4.6:** Spectres typiques des cinq structures étudiées. Les mesures ont été faites à 10 K. *N.B.* Le spectre de la structure 3.1 THz est extrait de l'article [72]. Les autres mesures ont été faites en mode pulsé (20 kHz, 300 ns), avec le détecteur *DTGS FAR IR*, et la résolution du spectromètre est de  $0.125 \text{ cm}^{-1}$ . Les spectres ont été acquis pour le courant correspondant à la puissance optique maximale.

#### 4.4.1 Courant parasite

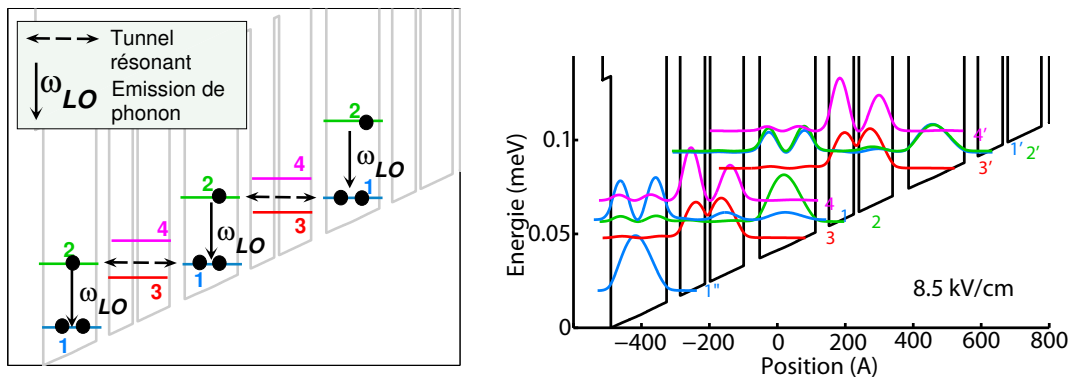
Nous allons commencer par étudier les variations du courant parasite (partie A sur la courbe 4.4) en fonction de la fréquence laser désirée. Pour cela nous étudierons le comportement électrique des structures à 10 K. La courbe 4.7 montre les caractéristiques électriques (courbes IV) pour les cinq structures étudiées. Il apparaît que le courant parasite dépend fortement de la fréquence laser, c'est à dire de la structure quantique de la région active.

Le courant parasite correspond à un alignement que l'on appellera phonon-phonon car pour cet état les électrons traversent la structure en émettant seulement un phonon par période (cf fig 4.8).

Le courant parasite peut être estimé en utilisant la méthode tight binding décrite dans le chapitre 2. On rappelle que dans ce modèle le courant maximal entre deux niveaux en résonance est donné par (cf paragraphe



**FIG. 4.7:** Caractéristiques électriques de la structure à 3 puits quantiques pour différentes fréquences lasers. Les courbes sont décalées verticalement pour plus de clarté. Comme précédemment la région A correspond à un alignement parasite, et la région B correspond à la zone de fonctionnement.



**FIG. 4.8:** Alignement parasite “phonon phonon”. À gauche est présentée la structure simplifiée, et à droite la structure calculée. Les électrons transitent du niveau fondamental du puits large au niveau excité du puits large suivant par transport tunnel résonant. Il relaxe ensuite dans le niveau fondamental par émission résonante de phonon LO.

2.5 et [20, 48]) :

$$J_{max,para} = \frac{eN}{2} \frac{(\Delta_0/\hbar)^2 \tau_{\parallel}}{1 + (\Delta_0/\hbar)^2 \tau_{\parallel} \tau} \quad (4.5)$$

N représente la densité bi-dimensionnelle d'électrons d'une période, et  $\Delta_0$  le *splitting* en énergie entre les deux niveaux mis en jeu. Nous pouvons appliquer cette formule pour le cas de l'alignement parasite tel que décrit dans la figure 4.8.

Or  $\Delta_0$  est obtenu en calculant la structure électronique, et la densité de courant parasite  $J_{max,para}$  peut être mesurée expérimentalement. A priori, puisque les structures se ressemblent beaucoup on pourrait s'attendre à ce que le *splitting*  $\Delta_0$  entre les niveaux 1 et 2 soit assez similaire pour les différentes structures. Ce n'est pas le cas. En effet les niveaux 1 et 2 ne sont pas des niveaux isolés, ils vont donc dépendre de leur environnement et plus particulièrement de la proximité en énergie des niveaux 3 et 4 (cf fig. 4.8). Or celle-ci varie entre les cinq structures car elle est liée à la fréquence nominale d'émission. Intuitivement pour la structure de plus basse fréquence, où les niveaux 3 et 4 sont les plus proche de 1 et 2, le *splitting* sera le plus important.

Le tableau 4.2 résume les *splittings* pour les différentes structures, ainsi que les valeurs du courant parasite mesurées expérimentalement.

échantillon	freq. (THz)	splitting (meV)	J parasite ( $A \cdot cm^{-2}$ )
L261	2.3	1.08	$991 \pm 54$
L207	2.7	0.94	$872 \pm 73$
L170	3.1	0.79	$632 \pm 70$
L260	3.5	0.74	$508 \pm 72$
L242	3.8	0.68	$462 \pm 70$

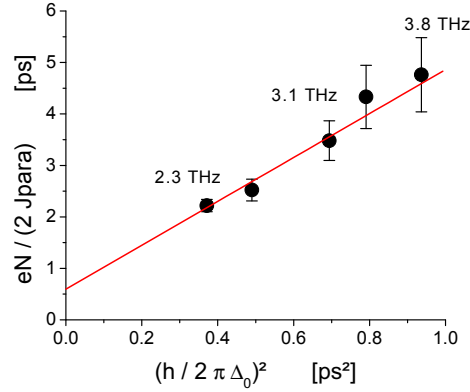
**TAB. 4.2:** Valeurs du *splitting* des niveaux mis en jeu pour le transport tunnel de l'état résonant "phonon phonon" ainsi que les mesures expérimentales du courant parasite. Les barres d'erreurs sur le courant parasite correspondent à la largeur de la zone de transition entre les deux alignements (cf fig. 4.7).

On peut réécrire la formule donnant le courant maximal sous la forme :

$$\frac{eN}{2J_{max}} = \tau + \left( \frac{\hbar}{\Delta_0} \right)^2 \frac{1}{\tau_{\parallel}} \quad (4.6)$$

Afin de vérifier si le courant parasite est bien reproduit par la méthode tight binding, nous allons tracer  $eN/2J_{max}$  en fonction de  $(\hbar/\Delta_0)^2$ . Si le modèle

décrit bien le courant parasite alors on devrait trouver une droite. C'est effectivement le cas (cf fig. 4.9).



**FIG. 4.9:** Courbe représentant  $\frac{eN}{2J_{para}}$  en fonction de  $\left(\frac{\hbar}{\Delta_0}\right)^2$ .  $J_{para}$  est le courant parasite mesuré expérimentalement (cf fig. 4.7), et  $\Delta_0$  est le splitting pour la résonance “phonon phonon” qui est obtenu par les calculs de structure de bandes.  $N$  est la densité nominale de dopage en électron de la structure.

On peut maintenant estimer les durées de vie intervenant dans l’expression du courant parasite.

En utilisant la régression linéaire de la figure 4.9 on obtient les valeurs suivantes :

$$\begin{aligned} \tau &= 0.6 \pm 0.2 \text{ ps} \\ \tau_{//} &= 0.24 \pm 0.03 \text{ ps} \end{aligned} \quad (4.7)$$

où  $\tau$  représente le taux d’émission de phonon dans le puits large.

Même si les données expérimentales sont insuffisantes pour pouvoir affirmer sans doute possible que les valeurs obtenues pour  $\tau$  et  $\tau_{//}$ , correspondent bien aux grandeurs physiques décrites par le modèle précédent, nous allons supposer dans la fin de ce paragraphe que c’est effectivement le cas.

La valeur de  $\tau$  correspond assez bien à ce que l’on peut s’attendre comme taux d’émission de phonon LO. Cependant l’incertitude relative sur la valeur de  $\tau$  est importante. Cela vient du fait que pour cet alignement “phonon phonon” le transport tunnel se fait dans le cas d’un couplage faible. On rappelle que le couplage faible [48] a lieu pour  $(\Delta_0/\hbar)^2 \tau \tau_{//} < 1$ .

La valeur de ce paramètre sans unité est de l'ordre de 0.15 – 0.40 pour cet alignement. Ce paramètre peut aussi servir à comparer les incertitudes relatives sur les durées de vie :

$$\frac{\delta\tau_{//}/\tau_{//}}{\delta\tau/\tau} \approx (\Delta_0/\hbar)^2\tau\tau_{//} < 1 \quad (4.8)$$

Dans le cas du couplage faible, le transport est principalement dominé par le temps de déphasage  $\tau_{//}$ , ce sera alors ce paramètre qui aura la plus grande précision.

Le temps de déphasage  $\tau_{//}$  est lié au temps de déphasage pur par :

$$\frac{1}{\tau_{//}} = \frac{1}{2\tau} + \frac{1}{T_2^*} \quad (4.9)$$

On peut ainsi obtenir le temps de déphasage pur :

$$T_2^* = 0.32 \pm 0.08 \text{ ps} \quad (4.10)$$

Ce temps de déphasage pur correspond à une largeur à mi-hauteur d'environ 1 THz ( $\Delta\nu = 1/(\pi T_2^*)$ , en supposant que l'élargissement est homogène).

Cette valeur est cohérente avec les mesures de luminescence faite sur une structure semblable (phonon résonant) dans la thèse de Benjamin S. Williams [73].

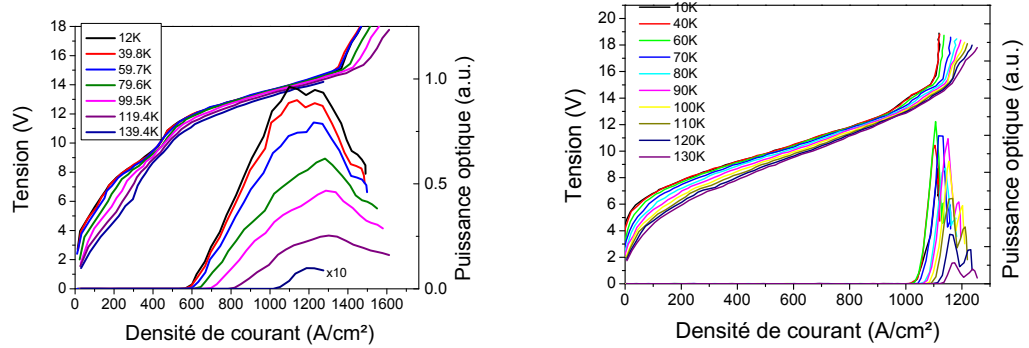
## 4.5 Dépendance en température

### 4.5.1 Résultats expérimentaux

La figure 4.10 présente les courbes LIV à différentes températures pour les structures à 2.3 et 3.8 THz (c'est à dire les deux structures extrêmes). Le comportement en température a une origine différente pour ces deux structures. Dans le cas de la structure à 2.3 THz, il semble que la principale limitation soit le courant parasite décrit précédemment. Il est intéressant de noter que même si la plage dynamique de la structure à 2.3 THz est très courte, la température maximale de fonctionnement est de 135 K, ce qui est une bonne valeur pour les lasers à cascade quantique dans le THz.

Les courbes LIV en température des structures intermédiaires : 2.7, 3.1 et 3.5 THz présentent le même type de comportement en température. Les températures maximales de fonctionnement sont récapitulées dans le tableau 4.3. Ces valeurs sont proches de l'état de l'art pour les lasers à

## 4.5 . DÉPENDANCE EN TEMPÉRATURE



**FIG. 4.10:** LIVs en fonction de la température pour la structure 3.8 THz (gauche) et 2.3 THz (droite). L'acquisition a été faite en mode pulsé (20 kHz, 300 ns), et avec le détecteur *DTGS FAR IR*.

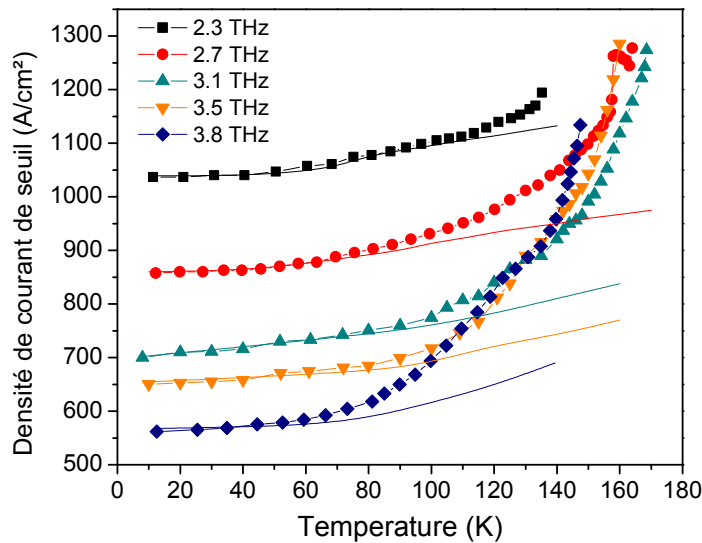
cascade dans le THz. L'utilisation d'un guide métal métal en cuivre plutôt qu'en or pourrait éventuellement augmenter ces températures maximales de 5–10 degrés [72]. Il semble qu'il y ait une fréquence optimale pour cette structure à trois puits quantique, qui se situe autour de 3 THz (ce qui correspond à la structure originale [54]).

Fréquence (THz)	$T_{\max}$ (K)
2.3	135.0
2.7	165.5
3.1	168.5
3.5	160.0
3.8	147.5

**TAB. 4.3:** Température maximale de fonctionnement en mode pulsé pour les différentes structures mesurées.

La dépendance en température est plus évidente lorsque l'on trace la densité de courant de seuil en fonction de la température comme le montre la figure 4.11.

À basse température, la densité de courant de seuil est principalement limitée par les caractéristiques électriques des dispositifs (c'est à dire le courant parasite). Afin de savoir jusqu'à quelle température le seuil est limité par les caractéristiques électriques, sur cette courbe il est aussi re-



**FIG. 4.11:** Densité de courant de seuil en fonction de la température pour chaque fréquence. Les lignes continues correspondent à la variation de la densité de courant d'alignement, obtenues à partir des caractéristiques IV.

présenté le courant d'alignement.

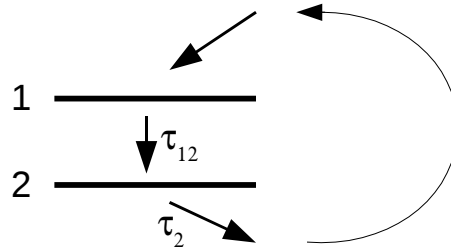
Le courant d'alignement peut être mesuré en étudiant les variations de la résistance différentielle. Cette mesure est assez précise à basse température, où les alignements sont bien marqués, mais elle devient imprécise dès que la température augmente. Nous avons choisi une autre méthode, comparable, mais plus facile d'utilisation en augmentant la température. Pour commencer nous avons mesuré la tension d'alignement  $V_a$  à basse température. Puis nous avons tracé le courant  $J_{V_a}(T)$  correspondant à la tension  $V_a$  pour différentes températures. Ce courant  $J_{V_a}$  sera le courant d'alignement.

#### 4.5.2 Modèle de système à deux niveaux

Dans ce paragraphe, nous allons développer un modèle simple afin d'estimer le seuil laser en fonction de la température. Nous allons mettre en évidence le rôle de l'émission de phonon activé thermiquement.

Dans la structure 3 puits quantiques, il y a quatre niveaux énergétiques par période, qui sont regroupés en deux doublets de deux (cf 4.2). Nous allons simplifier la structure en ne prenant qu'un seul niveau par doublet.

On se retrouve avec un modèle très simple contenant deux niveaux (cf fig 4.12). On se place en régime stationnaire, c'est à dire que le système est formellement identique à un système périodique comprenant deux niveaux.



**FIG. 4.12:** Schéma du système à deux niveaux. La durée de vie du niveau excité est  $\tau_{12}$ , et celle du niveau fondamental  $\tau_2$ . En régime stationnaire, chaque période est identique, c'est à dire qu'un électron qui relaxe du niveau fondamental vers le niveau excité de la période suivante, est formellement identique, à un électron réinjecté dans le niveau excité de la même période.

Pour le système à deux niveaux les évolutions temporelles des populations des niveaux s'écrivent (équations bilans) :

$$\begin{aligned} \frac{dn_1}{dt} &= -\frac{n_1}{\tau_{12}} + \frac{n_2}{\tau_2} \\ \frac{dn_2}{dt} &= -\frac{n_2}{\tau_2} + \frac{n_1}{\tau_{12}} \end{aligned} \quad (4.11)$$

où  $n_1$  et  $n_2$  sont les populations du niveau excité et du niveau fondamental.  $\tau_{12}$  est le temps de vie du niveau excité, et  $\tau_2$  celui du niveau fondamental. En régime continu les dérivées temporelles s'annulent et on trouve que l'inversion de population est donnée par :

$$\Delta_n = n_1 - n_2 = \frac{\tau_{12} - \tau_2}{\tau_{12} + \tau_2} N \quad (4.12)$$

où  $N = n_1 + n_2$  est la population totale des deux niveaux. On retrouve le résultat habituel : pour avoir inversion de population il faut que la durée de vie du niveau fondamental soit plus courte que le temps de relaxation  $\tau_{12}$ .

On peut réécrire l'inversion de population en fonction de la densité de courant en notant que  $J = e \frac{n_2}{\tau_2}$ .

$$\Delta_n = (\tau_{12} - \tau_2) \frac{J}{e} \quad (4.13)$$



Le seuil laser est obtenu quand le gain est égal aux pertes. On rappelle que le gain dans une structure à cascade est donné par (cf paragraphe 2.3.5) :

$$g = \frac{4\pi e^2 \Delta_{n,3D} |z|^2}{\epsilon_0 n_{eff} h c (\delta\nu/\nu_0)} \quad (4.14)$$

où  $n_{eff}$  est l'indice effectif du mode,  $z$  le dipôle optique de la transition,  $\delta\nu$  la largeur à mi hauteur de la transition de fréquence  $\nu_0$ .  $\Delta_{n,3D}$  est l'inversion de population volumique. On en déduit que pour des pertes  $\alpha$ , la densité de courant de seuil  $J_{th}$  est donnée par (pour un guide métal métal, le confinement  $\Gamma = 1$ ) :

$$J_{th} = \alpha \left( \frac{\epsilon_0 h c n_{eff}}{4\pi e} \right) \left( \frac{\delta\nu}{\nu_0} \right) \frac{L_{per}}{|z|^2} \frac{1}{\tau_{12} - \tau_2} \quad (4.15)$$

où  $L_{per}$  est la longueur d'une période. En utilisant les unités habituelles, la densité de courant de seuil se réécrit :

$$J_{th}^{[A/cm^2]} = 31.5 \alpha^{[cm^{-1}]} \left( \frac{\delta\nu}{\nu_0} \right) \frac{L_{per}^{[nm]}}{|z^{[nm]}|^2} \frac{1}{\tau_{12}^{[ps]} - \tau_2^{[ps]}} \quad (4.16)$$

### Émission de phonon activée thermiquement

Comme il est décrit dans le chapitre 2, l'émission de phonon du niveau 1 vers le niveau 2 est interdite à basse température pour des écarts énergétiques inférieurs à l'énergie du phonon LO. En augmentant la température il devient le processus dominant. C'est l'émission de phonon activé thermiquement (cf fig 4.13).

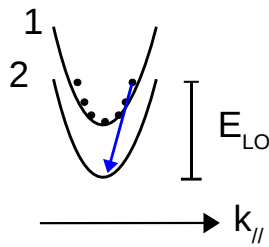


FIG. 4.13: Émission de phonon activée thermiquement

Au chapitre 2 on a vu que le taux d'émission de phonon s'écrit en fonction de la température :

$$W^{emi}(T) = \frac{\int dE_k W(E_k) f_{FD}(E_k)}{\int f_{FD}(E_k)} \quad (4.17)$$

où  $f_{FD}$  est la distribution de Fermi Dirac et  $E_k = \frac{\hbar^2 k^2}{2m^*}$  est l'énergie dans le plan des électrons. Dans le cas où  $E_f - E_i < E_{LO}$  (ce qui est le cas pour la transition 1 vers 2 étudié), cette expression est proche d'une expression beaucoup plus simple, sous forme d'un terme d'activation :

$$W^{emi}(T) \approx W^{chaud} \exp\left(\frac{(E_f - E_i) - E_{LO}}{k_B T_e}\right) \quad (4.18)$$

où  $W^{chaud}$  est le taux d'émission pour la plus petite énergie  $E_k$  tel que l'émission de phonon LO est permise.

On peut alors réécrire le taux de transition du niveau 1 vers le niveau 2 comme la somme de deux termes. Le premier est la durée de vie du niveau (supposée indépendant de la température), et le second prend en compte l'émission de phonon activé thermiquement.

$$\frac{1}{\tau_{12}} = \frac{1}{\tau_{12,0}} + \frac{1}{\tau_{12,chaud}} e^{(h\nu - E_{LO})/kT_e} \quad (4.19)$$

La température à utiliser est la température électronique qui est assez différente de la température du réseau, et peut être facilement de l'ordre d'une cinquantaine de degrés plus grande que la température cristalline [74, 75].

### 4.5.3 Comparaison avec les résultats expérimentaux

Afin de vérifier que l'émission de phonon activé thermiquement est bien le facteur principal de la dégradation du seuil en fonction de la température, nous allons comparer les résultats expérimentaux avec le modèle développé précédemment. Selon ce modèle la dépendance en température s'effectue en fonction d'un facteur :

$$X = \exp\left(-\frac{E_{LO} - h\nu}{kT}\right) \quad (4.20)$$

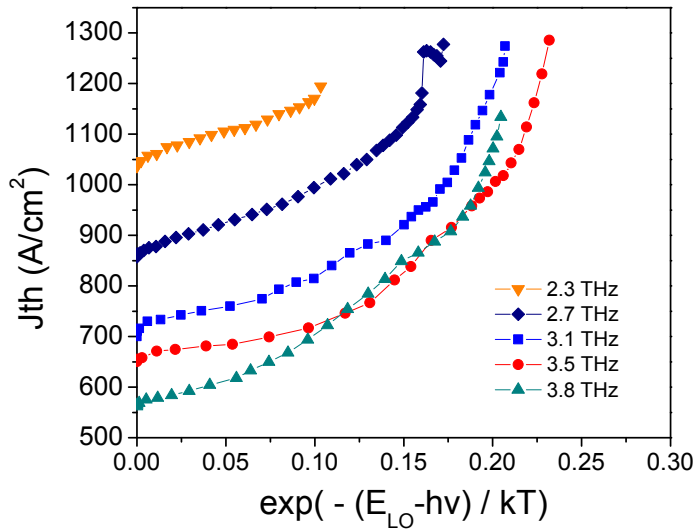
où  $E_{LO}$  est l'énergie du phonon LO, égale à 36 meV dans le GaAs.

Dans la formule donnant le seuil laser, intervient la fréquence et le dipôle. Or pour les structures étudiées, le facteur  $\nu|z|^2$  est approximativement constant. Les structures sont étudiées dans un guide double métal, dont les pertes changent peu avec la fréquence. On peut alors réécrire le seuil laser comme :

$$J_{th} = C \frac{1}{\tau_{12} - \tau_2} \quad (4.21)$$

où  $C$  est une constante qui dépend peu de la fréquence laser. Cette expression peut être réécrite en faisant intervenir le facteur  $X$  dépendant de la température :

$$J_{th} = \frac{C}{\tau_2} \left( -1 + \frac{1}{1 - \frac{\tau_2}{\tau_{12,0}} - \frac{\tau_2}{\tau_{12,chaud}} X} \right) \quad (4.22)$$



**FIG. 4.14:** Densité de courant de seuil en fonction du paramètre  $\exp(-(E_{LO} - h\nu)/kT)$

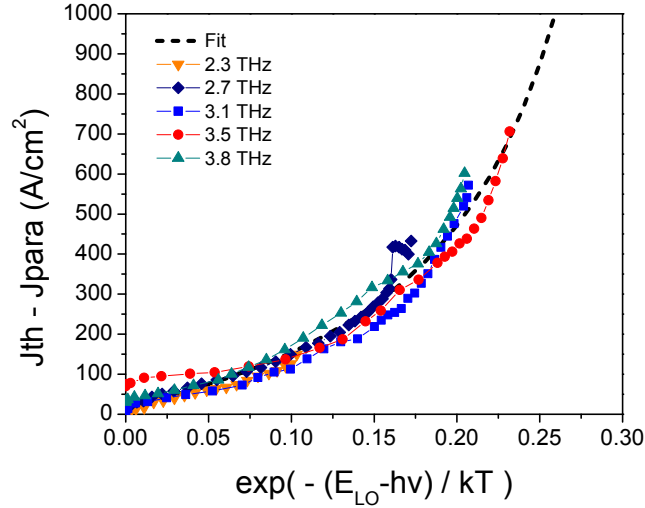
Dans la figure 4.14 le seuil en fonction de ce facteur  $X$  est représenté. En fonction de ce paramètre de température, les courbes ont des allures très proches. Elles sont toutefois décalées verticalement les unes par rapport aux autres. Ce décalage correspond au courant parasite.

Il semble donc que le seuil laser soit la somme du courant parasite plus le terme dépendant de la température. Dans la figure 4.15, ce courant parasite a été soustrait, les courbes se superposent alors très bien.

À partir de cette courbe on peut estimer différents paramètres :

$$\begin{aligned} \frac{C}{\tau_2} &= 300 \pm 50 \text{ A/cm}^2 \\ \frac{\tau_2}{\tau_{12,chaud}} &= 2.5 \pm 0.25 \end{aligned} \quad (4.23)$$

Le durée de vie  $\tau_{12,0}$  ne peut pas être estimée à partir de la courbe car elle dépend trop fortement de la valeur utilisée pour le courant parasite.



**FIG. 4.15:** Densité de courant de seuil moins le courant parasite en fonction du paramètre  $\exp(-(E_{LO} - h\nu)/kT)$ .

Ces valeurs sont en bon accord avec les calculs : pour des pertes de  $15 \text{ cm}^{-1}$ , et pour une largeur de raie de 1 THz, on trouve que la constante est égale à :

$$C \approx 270 \text{ A ps cm}^{-2} \quad (4.24)$$

Le temps d'émission de phonon est de l'ordre de 0.5 ps. Or les niveaux sont dédoublés dans la structure réelle, et le couplage entre ceux-ci est un couplage fort, dans ce cas le temps de relaxation intervenant est alors deux fois le temps de vie. Les électrons passent rapidement d'un état à l'autre par transport tunnel résonant, et en moyenne ils ne sont présents que la moitié du temps dans le puits large où se passe l'émission de phonon.

$$\tau_2 \approx 2 * 0.5 \approx 1 \text{ ps} \quad (4.25)$$

Pour le temps d'émission de phonon activée thermiquement il est raisonnable de garder cette valeur de 0.5 ps. Dans ce cas là il ne faut pas multiplier le temps par un facteur deux.

$$\tau_{12,chaud} \approx 0.5 \text{ ps} \quad (4.26)$$

Ces valeurs sont en bon accord avec les mesures expérimentales. Cela confirme que l'émission de phonon activée thermiquement est bien le phé-

nomène responsable de la dégradation des performances avec la température pour cette structure à 3 puits quantiques.

La densité de courant de seuil est donc limitée par deux paramètres : le seuil à basse température est tout d'abord limité par le courant parasite, et son évolution en fonction de la température est limitée par l'émission de phonon activée thermiquement.

#### 4.5.4 Transition diagonale

Il a été démontré récemment que la même structure 3 puits quantiques, mais modifiée pour obtenir une transition plus diagonale, fonctionne jusqu'à une température maximale plus élevée (186K) [29]. Pour comprendre ce résultat étudions les paramètres qui changent lorsque l'on a une transition plus diagonale :

- Le dipôle de la transition va être plus faible.
- Le temps de vie  $\tau_2$  reste inchangé (taux d'émission dans le puits large).
- Le temps de vie  $\tau_{21}$  va augmenter.
- Le courant maximal va diminuer.
- Le splitting intervenant dans le courant parasite est légèrement plus faible.

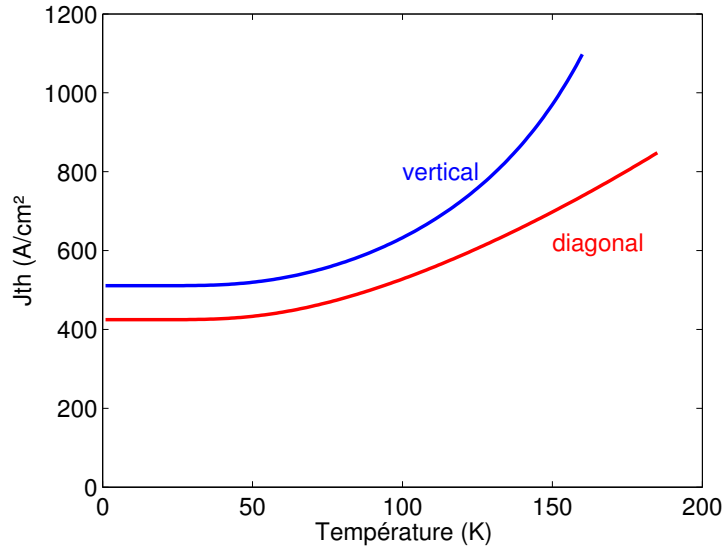
On a vu que le temps  $\tau_{21}$  se divise en deux parties, la première est la durée de vie du niveau à température nulle. Cette durée est essentiellement liée à la probabilité de transition par collision électron-électron. La deuxième partie concerne l'émission de phonons activée thermiquement. Pour ces deux processus, le recouvrement des fonctions d'onde intervient au carré. Ce recouvrement varie de la même façon que le dipôle. On peut alors écrire les ratios des taux de transitions intervenant dans le seuil laser entre une transition verticale et diagonale :

$$\frac{\tau_{2,diagonal}}{\tau_{2,vertical}} = 1$$

$$\frac{\tau_{21,diagonal}}{\tau_{21,vertical}} \approx \frac{|z_{vertical}|^2}{|z_{diagonal}|^2} \quad (4.27)$$

## 4.6 Conclusion

Nous avons vu que deux paramètres limitent les performances des lasers à cascade quantique utilisant un schéma phonon résonant. Le courant de seuil est tout d'abord limité par le courant parasite. Ce dernier



**FIG. 4.16:** Simulation de la variation du courant de seuil pour une structure à 3.8 THz, avec une transition soit diagonale, soit verticale. Pour la simulation la densité de courant de seuil est estimée comme la somme du courant parasite plus l'évolution thermique due à l'émission de phonons activée thermiquement.

peut-être assez bien estimé en utilisant un modèle tight binding. Les structures sont de plus en plus sensibles à cet effet pour les grandes longueurs d'onde.

En plus de ce courant parasite, en augmentant la température, la phénomène limitant est due à l'émission de phonon activée thermiquement qui varie comme  $\exp(-(E_{LO} - \hbar\omega)/kT)$ , et donc va avoir plus d'effet sur les courtes longueurs d'onde.

Pour permettre une augmentation future de la  $T_{max}$ , il semble donc nécessaire d'optimiser deux points clés : la diminution du taux d'émission de phonons activés thermiquement, et la réduction du courant parasite. Comme il a été démontré par S. Kumar ([29]) et collaborateurs, le premier point peut être amélioré en utilisant un transition plus diagonale dans l'espace réel. Quant à la réduction du courant parasite elle peut être obtenue en utilisant des puits quantiques de différentes profondeurs, comme démontré par G. Scalari et collaborateurs [76]. Cela permet de réduire le couplage des états quantiques pour des champs inférieurs à celui de l'alignement désiré et ainsi abaisse fortement le courant d'alignement.

# Chapitre 5

## Réduction de l'épaisseur

### 5.1 Introduction

Ce chapitre concerne la réduction de l'épaisseur de la région active des lasers à cascade quantique dans le THz. L'épaisseur typique de la couche épitaxiale est de l'ordre de  $10 - 12 \mu\text{m}$  [77]. Nous allons montrer que l'on peut facilement réduire cette épaisseur sans trop dégrader les performances des dispositifs.

La croissance des lasers à cascade quantique dans le THz se fait généralement par MBE (*Molecular Beam Epitaxy*). Il a été démontré que la MOCVD (*Metal Organic Chemical Vapour Deposition*) peut aussi être utilisée [78], mais son utilisation reste encore marginale (contrairement au moyen infrarouge ou elle est en train de devenir dominante). En MBE, la croissance de  $12 \mu\text{m}$  de région active d'un laser à cascade quantique dure une journée environ. Cette épaisseur typique n'a pas été choisie pour optimiser les performances des dispositifs, mais correspond approximativement à la limite supérieure d'épaisseur dont la croissance peut être faite en épitaxie (en augmentant l'épaisseur on s'attend à une augmentation du gain, et une diminution des pertes). Fabriquer des structures épaisses est difficile, car il faut maintenir la stabilité du réacteur durant toute la croissance.

Il est intéressant de réduire l'épaisseur pour différentes raisons. Tout d'abord la réduction de l'épaisseur des dispositifs diminue d'autant l'épaisseur de la région active à épitaxier. La difficulté de croître des structures d'une dizaine de microns pourrait en effet être un frein à long terme pour l'utilisation à grande échelle des lasers à cascade THz.

Le second point important concerne la puissance électrique d'utilisation. Dans les lasers à cascade quantique, la tension d'utilisation varie linéairement avec l'épaisseur de la région active, ainsi la réduire permet de diminuer d'autant la puissance électrique injectée dans les dispositifs (il faut noter que la puissance optique diminue elle aussi). Cela facilite l'évacuation thermique qui est néfaste pour les performances des lasers

en régime continu .

La réduction de l'épaisseur a aussi potentiellement plusieurs intérêts pour les structures photoniques. On verra que en guide métal métal, on peut guider le mode optique, par la seule géométrie du métal. Cet effet est de plus en plus marqué en réduisant l'épaisseur. Par exemple la réduction de l'épaisseur peut servir à obtenir un gap photonique complet dans une structure photonique définie uniquement par le métal ([79, 63]). En utilisant des structures fines, il est aussi possible d'obtenir des microcavités sub-longueur d'onde, où le mode est guidé par le métal (ce sera le sujet du chapitre 6).

Dans ce chapitre je décrirai le guidage métallique et l'effet de l'épaisseur sur celui-ci, ainsi que les utilisations photoniques possibles grâce à la réduction de l'épaisseur. Dans un deuxième temps, je montrerai les résultats expérimentaux obtenus en utilisant des structures fines. En particulier nous chercherons à caractériser des lasers en structure fine en les comparant aux dispositifs usuels. Le but étant de définir précisément comment les performances des lasers à cascade quantique dans le THz se dégradent avec l'épaisseur.

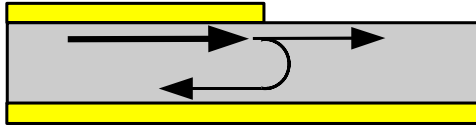
## 5.2 Utilité de réduire l'épaisseur pour les structures photoniques

### 5.2.1 Guidage métallique : effet de l'épaisseur

Dans ce paragraphe nous allons étudier comment dans un guide double métal le mode peut être guidé par la seule géométrie du métal supérieur. Pour caractériser cet effet nous étudierons un guide métal-métal où le métal supérieur s'arrête brusquement, la région active n'étant pas interrompue. Nous verrons que cela engendre une réflectivité que nous nommerons "réflectivité induite par le métal" (cf fig. 5.1) . Celle-ci s'explique par un *mismatch* entre le mode fortement confiné du guide métal métal, et le mode étendu dans la région verticale *métal / région active / air*. Plus le mode métal métal va être confiné, c'est à dire plus l'épaisseur de la région active est faible plus cette réflectivité induite sera importante.

Ce type d'effet souvent rencontré pour les micro-ondes [80], a aussi été utilisé pour créer des structures photoniques pour les lasers à cascade quantique dans le THz, par exemple pour obtenir des réseaux du second ordre [81, 82] mais aussi des micro-cavités lasers qui seront décrites dans le prochain chapitre, ainsi que des cristaux photoniques qui feront l'objet des deux derniers chapitres.





**FIG. 5.1:** . Schéma de principe de la réflectivité induite par la géométrie du métal.

### Facteur de qualité Q

Avant de montrer comment on peut calculer cette réflectivité induite, nous allons rappeler brièvement quelques formules utiles concernant le facteur de qualité Q.

Le facteur de qualité Q est défini comme étant deux pi multiplié par le rapport entre la moyenne temporelle de l'énergie stockée dans le mode de la cavité par l'énergie perdue par cycle.

$$Q = 2\pi \frac{\text{énergie stockée}}{\text{énergie perdue par cycle}} \quad (5.1)$$

$$Q = \omega \frac{\text{énergie stockée}}{\text{puissance perdue}}$$

On peut montrer [83] que le facteur de qualité d'un résonateur est donné par :

$$Q = \frac{f}{\Delta f} \quad (5.2)$$

Où  $f$  est la fréquence de résonance et  $\Delta f$  est la largeur à mi-hauteur de la résonance. On peut aussi écrire le facteur de qualité en fonction d'une fréquence complexe :

$$Q = \frac{\text{Re}(f)}{2\text{Im}(f)} \quad (5.3)$$

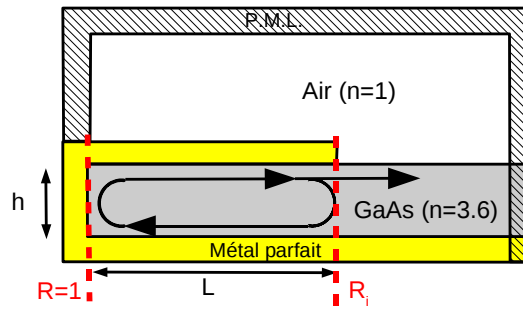
Il est parfois utile de faire la conversion entre le facteur de qualité et les pertes par unité de longueur, le lien se faisant par :

$$\alpha = \frac{2\pi n_{eff}}{\lambda Q} \quad (5.4)$$

où  $n_{eff}$  est l'indice effectif, et  $\lambda$  la longueur d'onde.

### Réfectivité induite par le métal

Afin d'estimer la réfectivité induite par le métal, nous avons déterminé numériquement le facteur de qualité d'une cavité linéaire, composé d'un guide double métal, et dont une extrémité est un miroir parfait (défini en utilisant un métal parfait), et de l'autre coté la cavité est définie seulement par le métal supérieur s'arrêtant (cf schéma 5.2). Tout les matériaux utilisés pour cette simulation ne contiennent pas de pertes. La cavité est entourée d'un bord absorbant (PML *perfectly matched layers*). Les PMLs servent à assurer que chaque "photon" qui sortira de la cavité définie uniquement par le métal, sera absorbé. En définissant ainsi cette cavité, le facteur de qualité est limité uniquement par la réfectivité induite par le métal.



**FIG. 5.2:** . Schéma de la cavité utilisée pour calculer la réfectivité induite par le métal. La cavité est de longueur  $L$ , et les réfectivités sont données par  $R = 1$  à gauche, et à droite par la réfectivité induite  $R_i$ .

Les pertes totale d'une cavité ainsi définie sont (les pertes totales sont égales aux seules pertes des miroirs, car les matériaux sont supposés sans pertes) :

$$\alpha_{tot} = -\frac{1}{2L} \ln(R_i * 1) \quad (5.5)$$

où  $L$  est la longueur de la cavité,  $R_i$  la réfectivité induite (en énergie), et 1 correspond à la réfectivité du miroir parfait (à gauche dans la figure 5.2). Cette équation peut se réécrire en fonction du facteur de qualité (en utilisant l'équation 5.4)

$$-\ln(R_i) = \frac{4\pi L n_{eff}}{\lambda Q} \quad (5.6)$$

Le facteur de qualité de cette cavité a été obtenu en utilisant une simulation FDTD (*Finite Difference Time Domain*) en utilisant le programme

libre Meep [84] (*MIT Electromagnetic Equation Propagation*). La réflectivité induite peut alors être obtenue en fonction du facteur de qualité ainsi calculé en utilisant la relation suivante :

$$R_i = \exp\left(-\frac{4\pi n_{eff} L f}{c Q}\right) \quad (5.7)$$

Où  $n_{eff}$  est l'indice effectif du mode,  $f$  sa fréquence,  $L$  la longueur de la cavité et  $c$  la célérité de la lumière.

On peut comparer la valeur de la réflectivité induite ainsi calculée à celle obtenue de manière plus simple, en utilisant les indices effectifs du mode métal métal et du mode métal / région active / air. L'indice effectif du guide métal métal est de 3.6 et celui du mode métal / région active / air peut être calculé facilement en utilisant les matrices de transfert (cf. chapitre 3). La réflectivité (en énergie) calculée en utilisant les indices effectifs est alors donnée par :

$$R_{indice\ effectif} = \left(\frac{3.6 - n_{eff,MRA}}{3.6 + n_{eff,MRA}}\right)^2 \quad (5.8)$$

où  $n_{eff,MRA}$  est l'indice effectif du guide métal / région active / air. La valeur maximale de la réflectivité calculée en utilisant les indices effectifs est alors  $R = (3.6 - 1)^2 / (3.6 + 1)^2 = 0.32$

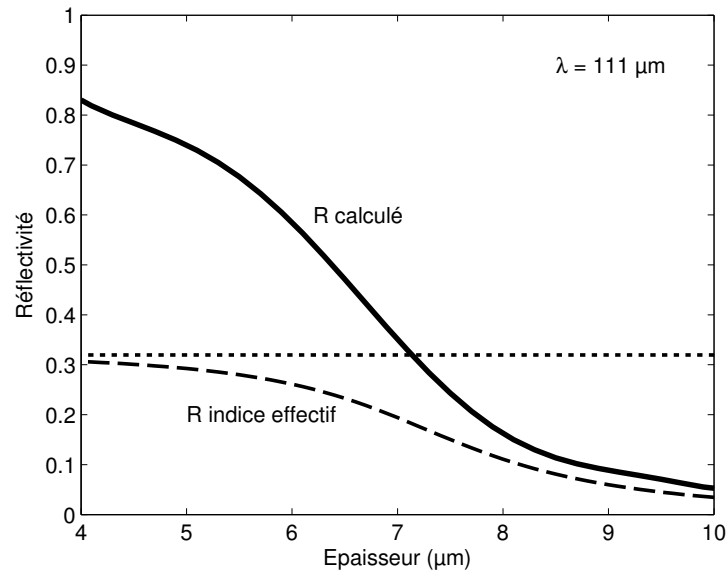
La figure 5.3 présente la réflectivité induite calculée en utilisant la géométrie définie dans la figure 5.2 ainsi que la réflectivité simplifiée obtenue en utilisant les indices effectifs. Les deux courbes ne se superposent pas, ainsi la réflectivité induite ne peut pas être calculée en simplifiant la structure par les indices effectifs correspondant. Cela provient du *mismatch* entre les modes qui ne peut pas être décrit en utilisant les indices effectifs.

Plus la structure va être fine, plus cette réflectivité induite par la géométrie du métal va être grande. Elle dépasse même la valeur maximale obtenue en utilisant les indices effectifs pour des épaisseurs inférieure à 7  $\mu\text{m}$  (pour une longueur d'onde de 111  $\mu\text{m}$ ). C'est à dire qu'en deçà de cette épaisseur, il n'est plus possible d'obtenir une telle réflectivité pour un interface entre du GaAs massif et un autre diélectrique.

Nous verrons dans le prochain chapitre que la réflectivité induite peut être utilisée pour des microdisques laser. Pour cela nous utiliserons des structures fines qui permettent d'avoir une réflectivité induite importante.

La réflectivité induite peut aussi servir de brique de base pour construire des structures photoniques (cf chapitres 7 et 8). L'effet étant plus important pour les structures fines, nous verrons dans le prochain paragraphe comment Michaël Bahriz a montré qu'elle peut engendrer un gap complet dans des structures photoniques.

## 5.2 . UTILITÉ DE RÉDUIRE L'ÉPAISSEUR POUR LES STRUCTURES PHOTONIQUES



**FIG. 5.3:** Réflectivité induite par le métal. La courbe en pointillée correspond à la valeur obtenue en utilisant les indices effectifs dont la valeur maximale est 0.32. Pour cette simulation la longueur d'onde utilisée est de 111  $\mu\text{m}$ .

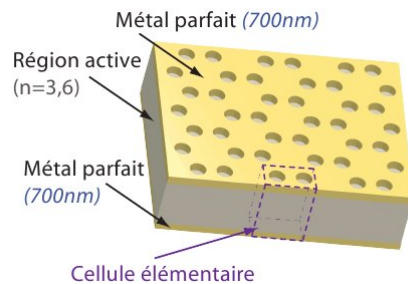
### 5.2.2 Gap photonique, effet de l'épaisseur

Dans ce paragraphe nous discuterons brièvement de l'utilisation que peut apporter la réflectivité induite par le métal pour la création de gap photonique complet. Ce travail a été effectué par Michaël Bahriz et collaborateurs [79, 63].

Le but est de montrer qu'il est possible d'obtenir un gap photonique complet, en utilisant un cristal photonique défini uniquement par le métal, c'est à dire en utilisant la réflectivité induite comme mécanisme de couplage. Un gap photonique se définit comme étant une plage spectrale caractérisée par l'absence de modes propagatifs. Une structure photonique ayant un gap, sera donc un très bon miroir pour les fréquences appartenant au gap. Une utilisation simple de gap photonique peut être de s'en servir comme miroir, par exemple pour obtenir une facette d'un laser ayant une réflectivité proche de l'unité [85]. Plus généralement les gaps photoniques sont utilisés pour créer des modes de défauts. Ces modes de défauts sont des modes très fortement localisée spatialement [86].

Pour les lasers à cascade quantique, qui sont polarisés TM, la prévision théorique du gap en utilisant un réseau trigonal de pilier a aussi

été démontré expérimentalement [87]. Le fait que les lasers à cascade soient pompés électriquement complique beaucoup la fabrication de ces dispositifs en salle blanche. Une solution élégante pour obtenir un tel gap photonique, est d'utiliser un réseau nid d'abeille (*honey comb*) comme sur la figure 5.4 [88]. Ce réseau peut être vu comme la version connexe du réseau trigonal de pilier.



**FIG. 5.4:** . Schéma du réseau nid d'abeille (cette figure est extraite de la thèse de Michaël Bahriz [63]). La structure est utilisée dans un guide double métal, et le cristal photonique est défini seulement par la géométrie du métal supérieur.

En guide double métal, la structure de bande photonique du réseau nid d'abeille défini par la seule géométrie du métal est présentée dans la figure 5.5. Lorsque l'on va réduire l'épaisseur de la région active, les bandes vont se séparer de plus en plus (signature d'un couplage de plus en plus fort), et un gap photonique va apparaître pour une épaisseur inférieure à  $5 \mu\text{m}$  (la longueur d'onde est de  $100 \mu\text{m}$ ) [79].

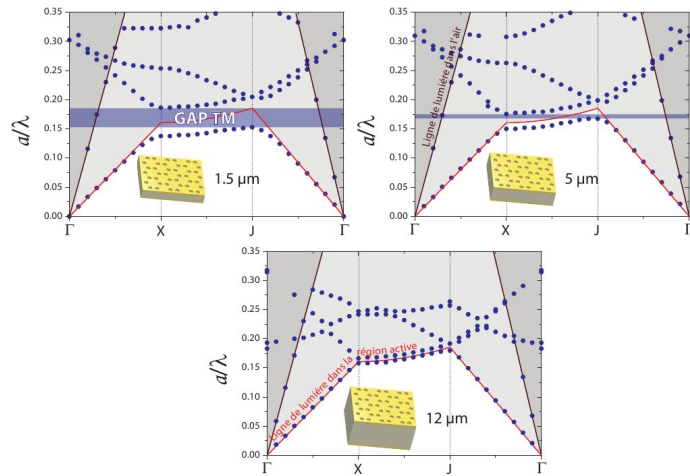
### 5.3 Démonstration expérimentale de la réduction de l'épaisseur

La réduction de l'épaisseur est donc très intéressante du point de vue théorique. Nous devons maintenant vérifier que la réduction de l'épaisseur ne dégrade pas trop les performances des lasers. Pour cela nous vérifierons expérimentalement, en utilisant une cavité ruban, que la réduction de l'épaisseur ne dégrade pas trop les performances du laser.

La région active d'un laser à cascade est composée de la répétition (une centaine de fois) d'une même période constituée de puits quantiques multiples <sup>8</sup>. Il a été montré, pour des lasers à cascades infra-rouge moyen

<sup>8</sup>Le nombre exact de périodes dépend de la longueur de celle-ci. Par exemple une

### 5.3 . DÉMONSTRATION EXPÉRIMENTALE DE LA RÉDUCTION DE L'ÉPAISSEUR



**FIG. 5.5:** . Diagramme de bande pour trois différentes épaisseur de la région active. (cette figure est extraite de la thèse de Michaël Bahriz [63]). En réduisant l'épaisseur il apparaît un gap photonique.

[89] qu'une seule période est suffisante pour obtenir l'émission laser. Il n'y a donc pas de limite fondamentale pour la réduction de l'épaisseur d'un laser à cascade. Le choix de l'épaisseur va donc être un compromis entre les performances désirées et les limites technologiques imposées (ou bien entre les pertes et le gain souhaité).

#### 5.3.1 Calculs des pertes en fonction de l'épaisseur

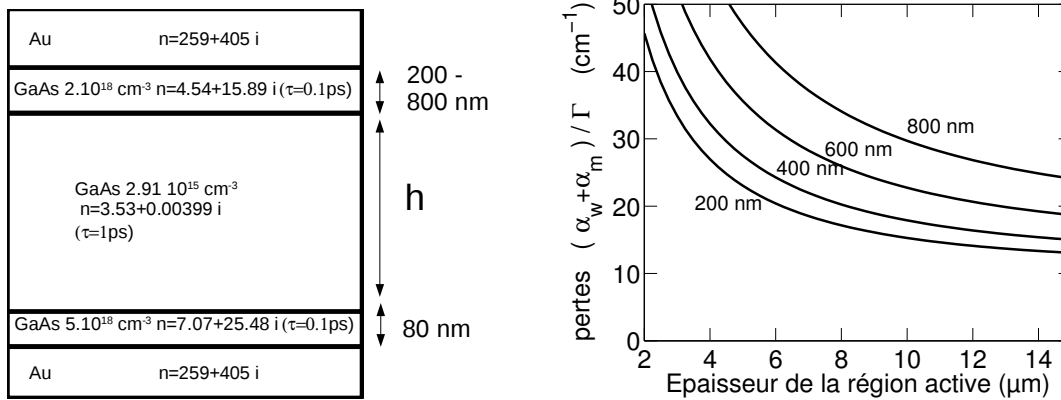
Des deux guides d'onde utilisées dans les lasers à cascade quantique, seul le guide métal métal permet de réduire l'épaisseur sans trop dégrader les performances des dispositifs. En effet dans ce guide le confinement est proche de l'unité indépendamment de l'épaisseur. Au contraire pour le guide plasmonique, le confinement va diminuer nettement lorsque l'on réduit l'épaisseur, et ainsi augmenter le seuil laser.

Afin de connaître plus précisément l'effet de la réduction de l'épaisseur sur les pertes, nous avons entrepris des simulations de guide d'onde unidimensionnel dans le cas double métal, afin de calculer les pertes en fonction de l'épaisseur.

Pour des croissances de structures THz, afin de permettre l'utilisation

---

région active de type *bound to continuum* est composée de 90 périodes [53] et pour une région active de type phonon résonant, dont la période est plus courte, 216 périodes sont utilisées [54].



**FIG. 5.6:** Évolution des pertes totales du guide double métal en fonction de l'épaisseur de la région active. Pour la simulation la longueur d'onde utilisée est de  $111 \mu\text{m}$ . Les temps de Drude utilisés sont de  $\tau=0.1 \text{ ps}$  pour les couches dopées de contact et  $\tau=1 \text{ ps}$  pour la région active.

de la structure en guide métal-métal ou bien en guide plasmonique, une des couches dopées de contact (dopée à  $2 \cdot 10^{18} \text{ cm}^{-3}$ ) est assez épaisse (700 nm pour les structures étudiées). Celle-ci est nécessaire pour pouvoir contacter électriquement le dispositif en guide plasmonique, ainsi que pour confiner le mode optique. En guide double métal cette couche dopée doit être amincie afin de limiter les pertes surtout lorsque l'on réduit l'épaisseur de la région active.

La figure 5.6 présente l'évolution des pertes calculées en fonction de l'épaisseur de la région active, pour un guide métal-métal. Les calculs ont été obtenus en utilisant la méthode des matrices de transfert (cf. chapitre 3). Les quatre courbes correspondent à quatre épaisseurs différentes de la couche de contact. Les pertes des miroirs ont aussi été considérées (en utilisant la réflectivité calculée au chapitre 3 du guide double métal) pour un ruban de 2 mm de long.

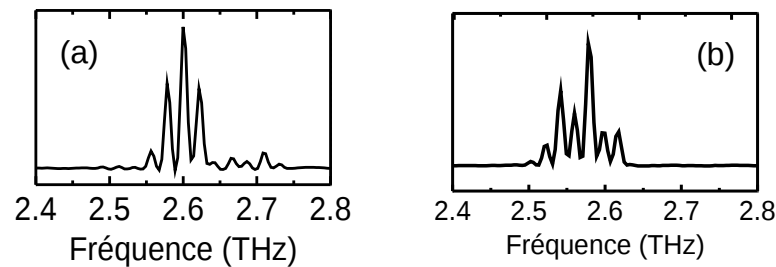
Lorsque l'on réduit l'épaisseur les pertes vont augmenter car la proportion du mode optique dans les couches dopées et dans le métal va augmenter. Or ce sont les principaux facteur de pertes. C'est aussi pour cette même raison que pour une épaisseur donnée, les pertes augmentent lorsque la couche de contact est plus épaisse.

Par exemple si on diminue l'épaisseur d'un facteur 2 en passant de 12 à  $6 \mu\text{m}$  d'épaisseur, les pertes augmentent d'environ 60 % .

### 5.3.2 Réduction de l'épaisseur pour une structure *bound to continuum*

En premier lieu nous avons étudié la réduction de l'épaisseur sur des structures de type bound to continuum. La structure standard fait  $12\ \mu\text{m}$  d'épaisseur et est nominalement identique à la structure décrite par S. Barbieri et coauteurs [53]. La région active de la structure fine de  $6\ \mu\text{m}$  d'épaisseur est identique à la structure standard sauf le dopage moyen de la région active qui est 20 % plus faible. Les deux structures ont été fabriquées, en guide métal métal et en guide plasmonique afin de pouvoir comparer les performances de ces dispositifs dans les deux guides en fonction de l'épaisseur.

Les deux structures lasent à environ 2.6 THz (cf figure 5.7). En guide



**FIG. 5.7:** Spectres des structures *Bound to continuum* en guide métal métal, pour une épaisseur de la région active de  $12\ \mu\text{m}$  (panneau (a)) et de  $6\ \mu\text{m}$  (panneau (b)). Les spectres ont été acquis en mode pulsé (20 kHz, 300 ns), en utilisant le bolomètre comme détecteur.

double métal, (la couche de contact est aminci jusqu'à  $200\ \text{nm}$  environ) les courbes LIV en fonction de la température sont présentées dans la figure 5.8.

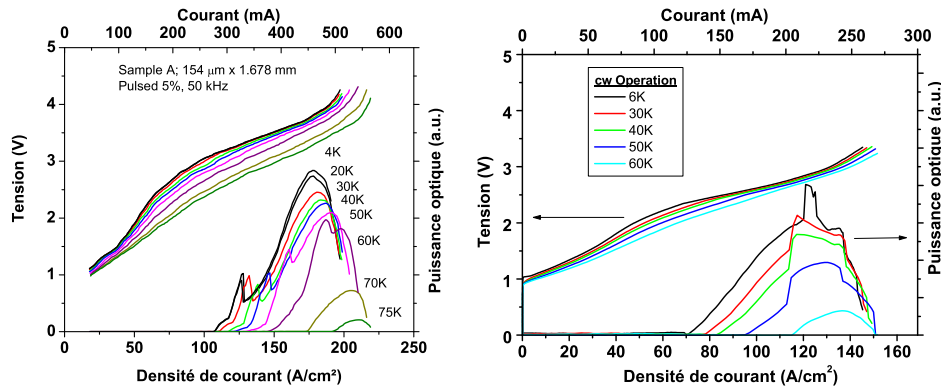
Comme prévu, la tension de fonctionnement a été réduite. Elle n'a pas été réduite d'un facteur deux, car il faut prendre en considération la barrière Schottky<sup>9</sup> de l'ordre de 0.7 V.

La structure fine fonctionne jusqu'à 75 K en mode pulsé et 60 K en continu. Ces valeurs sont très proches de la structure de référence de  $12\ \mu\text{m}$  d'épaisseur.

Entre les deux structures les densités de courant ne peuvent être comparées car les dopages sont différents : le dopage de la région active de la

<sup>9</sup>La barrière Schottky est une barrière de potentiel qui se forme à l'interface entre un métal et un semi-conducteur.





**FIG. 5.8:** Courbes LIV en fonction de la température en guide double métal. La partie droite de la figure correspond à la structure standard de  $12 \mu\text{m}$  d'épaisseur, et celle de gauche à la structure fine structure de  $6 \mu\text{m}$  épaisseur.

structure fine a été réduit pour diminuer les pertes [90]. Il est en effet difficile de comparer deux structures ayant des dopages différents car celui-ci change fortement les courants caractéristiques de la structure ( courant d'alignement et de désalignement)

Afin de vérifier que le guide métal métal se prête plus à la réduction de l'épaisseur que le guide plasmonique, les deux structures ont aussi été mesurées en guide plasmonique.

	épaisseur : $12 \mu\text{m}$		épaisseur : $6 \mu\text{m}$	
	Métal-métal	plasmonique	métal-métal	plasmonique
Seuil ( $\text{A} \cdot \text{cm}^{-2}$ )	105	85	71	104
$T_{\text{max}}$ (pulsé)	75	55	75	50

**TAB. 5.1:** Seuil laser et température maximale de fonctionnement en mode pulsé pour les structures épaisses et fines pour le guide métal métal ainsi que le guide plasmonique.

Le tableau 5.1 résume les courants seuils à  $10 \text{ K}$  ainsi que les températures maximales de fonctionnement ( $T_{\text{max}}$ ). Pour la structure de référence, la densité de courant de seuil laser ( $J_{\text{th}}$ ) est plus faible en guide plasmonique, mais sa  $T_{\text{max}}$  est réduite de  $20 \text{ K}$  en comparaison avec le guide double métal. Les meilleures performances en température du guide métal métal, proviennent de l'évacuation de la chaleur facilitée par le métal enterré d'environ  $1 \mu\text{m}$  d'épaisseur, ainsi que le substrat dopé.

Pour la structure fine, en guide plasmonique, le seuil est plus élevé et la  $T_{max}$  plus faible qu'en guide métal-métal. Les performances ( $J_{th}$  et  $T_{max}$ ) du dispositifs se sont dégradées beaucoup plus fortement en guide plasmonique qu'en guide métal métal. Pour réduire l'épaisseur de la région active d'un laser à cascade quantique dans le THz nous avons donc montré qu'il est préférable d'utiliser un guide métal métal.

### 3 $\mu\text{m}$ d'épaisseur

Les résultats présentés précédemment suggèrent qu'il est possible de poursuivre la réduction de l'épaisseur. Ainsi nous allons étudier les performances d'une structure de seulement 3  $\mu\text{m}$  d'épaisseur. Le dopage de celle-ci est deux fois plus important que la structure de 12  $\mu\text{m}$  d'épaisseur et 2.45 fois plus que la structure de 6  $\mu\text{m}$ .

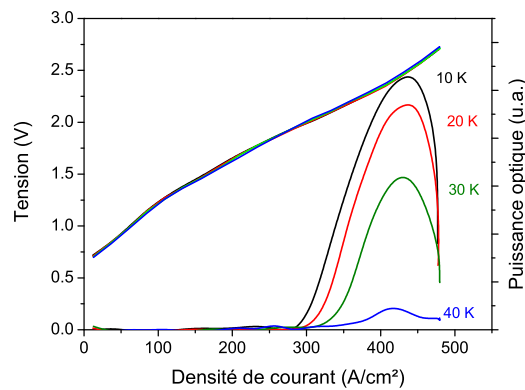
Il est logique de se demander pourquoi les trois structures ont été dopées à des niveaux différents. Les deux croissances de 6  $\mu\text{m}$  et 3  $\mu\text{m}$  d'épaisseur ont été épitaxiées l'une après l'autre. Nous n'avons donc pas pu caractériser la structure 6  $\mu\text{m}$  et en déduire quels seraient les bon paramètres à choisir pour la structure à 3  $\mu\text{m}$ .

Les dopages différents ont été motivés pour les raisons suivantes : en passant de 12  $\mu\text{m}$  à 6  $\mu\text{m}$  nous avons calculé que les pertes augmentent d'environ 40 – 50 % (en guide métal-métal). Nous avons donc réduit le dopage pour abaisser les pertes de la structure 6  $\mu\text{m}$  (en passant d'un dopage moyen de  $3.74 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-2}$  à  $3.04 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-2}$ ).

Pour la structure de 3  $\mu\text{m}$  d'épaisseur on s'attendait à une augmentation des pertes d'un facteur 2.3 par rapport à la structure à 12  $\mu\text{m}$ . En supposant que le  $J_{th}$  varie de manière linéaire avec les pertes, le  $J_{th}$  devrait augmenter du même facteur. Cela nous donnerait un seuil plus grand que le courant de désalignement ( $J_{max}$ ), et donc la structure ne pourrait jamais laser. Nous avons donc choisi d'augmenter le dopage jusqu'à  $7.49 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-2}$  afin d'augmenter le courant de désalignement, et de pouvoir rendre le dispositif fonctionnel.

Les courbes LIV en fonction de la température sont représentées dans la figure 5.9. Une  $T_{max}$  d'environ 40 K est obtenue

La tension de fonctionnement ne correspond pas tout à fait à ce que l'on pourrait s'attendre : d'après la structure de bande on s'attend à que la structure lase pour une tension de 0.63 V auquel il faut ajouter les 0.7 V de la barrière Schottky. Il est probable qu'il y ait une résistance parasite en série. Cela expliquerait aussi pourquoi dans la caractéristique IV, les alignements sont très faiblement marqués. Cette structure est particulièrement sensible à des résistances parasites éventuelles car sa tension



**FIG. 5.9:** Caractéristiques LIV en fonction de la température pour une structure bound to continuum de 3  $\mu\text{m}$  d'épaisseur et en guide métal métal.

est très faible, et le courant à injecter est plus grand (le dopage est plus important). Ainsi la résistance différentielle du dispositif est très faible (de l'ordre de  $0.5 \Omega$ , alors qu'elle est de l'ordre de  $4 \Omega$  pour la structure de  $12 \mu\text{m}$  d'épaisseur) ce qui rend la mesure de ses caractéristiques électriques plus difficile à isoler d'éventuelles résistances parasites.

La comparaison des seuils laser entre les structures à  $12 \mu\text{m}$ ,  $6 \mu\text{m}$  et  $3 \mu\text{m}$  d'épaisseurs est difficile car les dopages sont différents, ce qui va changer les pertes dans la région active elle même, mais surtout cela va changer le courant parasite entre les différentes structures. Malgré cela il semble qu'en réduisant l'épaisseur les performances ne se dégradent pas autant que l'on s'attendrait en comparant les pertes.

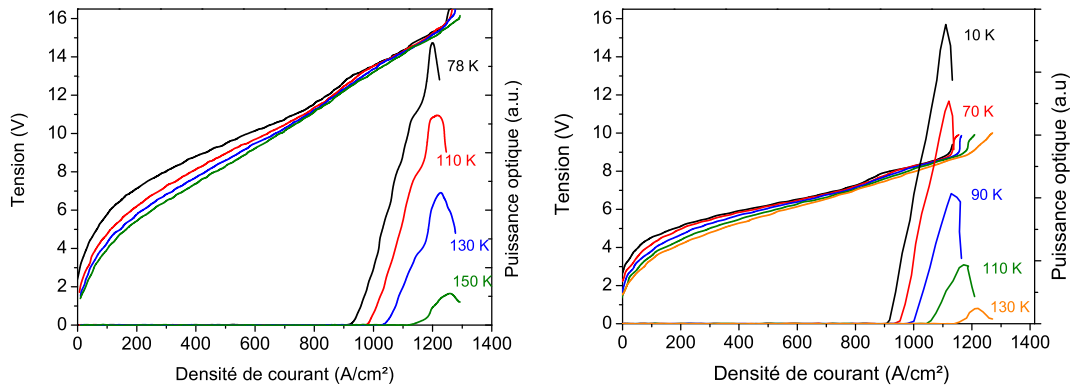
Comme il est expliqué dans l'article [90], il est possible que la valeur du seuil prédite par les pertes ne correspondent pas à la valeur mesurée expérimentalement, à cause de la présence d'un courant parasite. En conséquence le seuil laser serait la somme d'un terme constant lié à ce courant parasite plus le terme dépendant des pertes. Ce problème est un problème courant [91] pour les lasers à cascade quantique dans le THz, et rend difficile la comparaison des densités de courant de seuil.

### 5.3.3 Structure fine “phonon résonant”

Nous avons aussi étudié une structure fine en utilisant une région active de type trois puits quantiques à  $2.7 \text{ THz}$ . Mis à part l'épaisseur passant de  $10$  à  $5 \mu\text{m}$  les deux structures sont formellement identiques. Les couches dopées de ces deux structures sont de  $50$  (au dessus de la ré-

### 5.3 . DÉMONSTRATION EXPÉRIMENTALE DE LA RÉDUCTION DE L'ÉPAISSEUR

gion active) et 75 nm (en dessous) et le dopage est de  $5 \cdot 10^{18} \text{ cm}^{-3}$ . La construction des dispositifs en guide plasmonique n'est pas possible dans ce cas (cela nécessiterait que la couche dopée inférieure soit plus épaisse, au moins de 500 nm), ainsi nous comparerons dispositifs seulement en guide métal-métal.

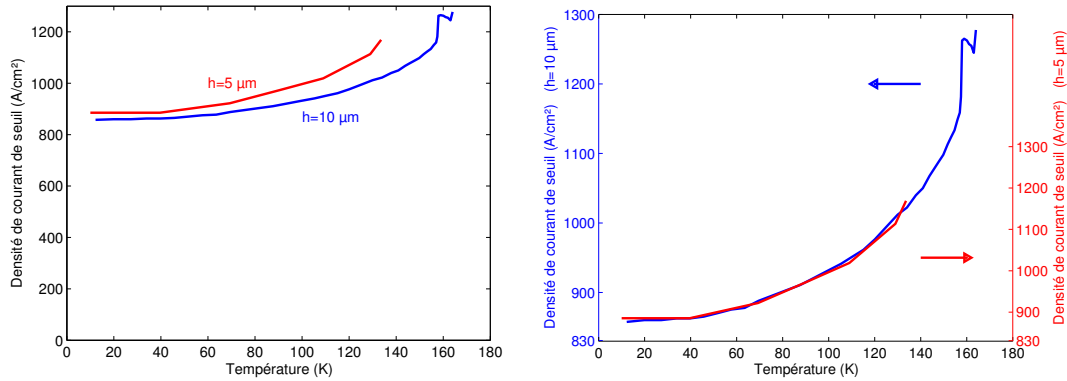


**FIG. 5.10:** Courbes LIV en fonction de la température. Le guide utilisé est un guide double métal. À gauche sont représentées les caractéristiques de la structure standard de 10  $\mu\text{m}$  d'épaisseur, et à droite la structure fine de 5  $\mu\text{m}$  d'épaisseur. La réduction de la tension appliquée est évidente.

Les courbes LIV en fonction de la température pour la structure standard et la structure fine sont représentées dans la figure 5.10. La tension d'alignement a été réduite d'environ un facteur 2 comme prévue. Les courants d'alignement et de désalignement sont comparables entre les deux structures. La  $T_{max}$  de la structure fine est de 135 K c'est à dire 30 K de moins que pour la structure standard de 10  $\mu\text{m}$  d'épaisseur. Comme pour les structures *Bound to continuum*, la réduction de l'épaisseur n'a pas dégradé trop fortement les performances en température du dispositif.

Les structures étant identiques mis à part l'épaisseur, nous pouvons comparer les courants de seuil pour voir si les résultats expérimentaux sont compatibles avec les variations des pertes calculés. Afin de comparer les seuils, au lieu de comparer seulement le seuil à basse température, nous pouvons comparer l'évolution du seuil en fonction de la température pour les deux échantillons. La partie gauche de la figure 5.11 représente l'évolution du seuil en fonction de la température pour les deux structures.

En utilisant la théorie développée au chapitre 2, on s'attend à ce que le seuil laser soit proportionnel aux pertes. Les structures de 5 et 10  $\mu\text{m}$



**FIG. 5.11:** Densité de courant de seuil en fonction de la température pour la structure standard de 10  $\mu\text{m}$  d'épaisseur (courbe bleue) et pour la structure fine de 5  $\mu\text{m}$  d'épaisseur (courbe rouge). Dans la partie gauche les courbes sont tracées en utilisant les mêmes axes tandis que sur la partie de droite elles sont tracées sur des axes différents.

d'épaisseur sont nominalement identiques, leurs  $J_{th}$ s doivent être proportionnels.

En comparant les seuils en fonction de la température, il est clair qu'il n'y a pas directement un lien de proportionnalité entre le seuil de la structure fine et de la structure standard. Cependant lorsque l'on trace les deux courbes sur deux axes différents, (partie droite de la figure 5.11), les courbes se superposent parfaitement. Depuis ces courbes on obtient la relation linéaire du seuil entre les deux structures :

$$\left( J_{th,10\mu m}(T) - 830 \right) * 1.68 = \left( J_{th,5\mu m}(T) - 830 \right) \quad (5.9)$$

830  $\text{A} \cdot \text{cm}^{-2}$  correspond à la valeur du courant parasite que l'on avait déjà rencontré au chapitre 4. Le facteur 1.68 devrait correspondre au ratio des pertes. Nous avons calculé les pertes des guides métal-métal de la structure fine et de la structure épaisse, en incluant les pertes des miroirs (en utilisant la réflectivité du guide métal-métal tel que décrit dans le chapitre 3) pour un ruban laser de 2 mm de long. Pour le calcul, l'indice des couches dopées a été obtenu en utilisant le modèle de Drude ( $\tau = 0.1$  ps), l'indice de l'or provient de l'article [61]. Pour l'indice de la région active, nous avons soit utilisé du GaAs pur d'indice 3.6, soit nous avons inclus les pertes en utilisant le modèle de Drude ( $\tau = 1$  ps). Le tableau 5.2 récapitule les pertes calculées :

	$n_{AR} = 3.6$	$n_{AR} = 3.55 + 0.0032 * i$
$\alpha_{tot} (h = 5 \mu m)$	$16.94 \text{ cm}^{-1}$	$20.33 \text{ cm}^{-1}$
$\alpha_{tot} (h = 10 \mu m)$	$9.81 \text{ cm}^{-1}$	$13.32 \text{ cm}^{-1}$
$\alpha_{5\mu m} / \alpha_{10\mu m}$	1.72	1.53

**TAB. 5.2:** Pertes calculées en guide métal métal pour les structures de 5 et 10  $\mu m$  d'épaisseur. La région active est soit assimilée à du GaAs pur, soit à du GaAs dopé dont l'indice est obtenu en utilisant le modèle de Drude.

On trouve que le ratio des pertes est compris entre 1.5 et 1.7 selon les indices utilisés. Ces valeurs sont en accord avec le facteur 1.68 obtenu expérimentalement.

On peut alors décomposer le courant de seuil comme étant :

$$J_{th}(T) \approx J_{para} + \alpha C(T) \quad (5.10)$$

Où  $J_{para}$  est la densité de courant parasite (elle a une petite dépendance en température mais qui peut être négligée en première approximation),  $\alpha$  représente les pertes totales normalisées par le facteur de confinement, et  $C(T)$  correspond à l'évolution en température du seuil. Pour cette structure, et comme on l'a vu au chapitre précédent, ce terme  $C(T)$  est dominé par l'émission de phonon activée thermiquement.

## 5.4 Conclusion

La réduction de l'épaisseur a de nombreuses applications pour les structures photoniques. Expérimentalement la réduction de l'épaisseur ne s'accompagne pas d'une dégradation trop forte des performances des dispositifs. Ainsi l'utilisation de structures fines pour des structures photoniques est possible. Nous verrons dans le prochain chapitre un exemple d'utilisation d'une structure à épaisseur réduite pour obtenir des microcavités lasers.

# Chapitre 6

## Microcavité

### 6.1 Introduction

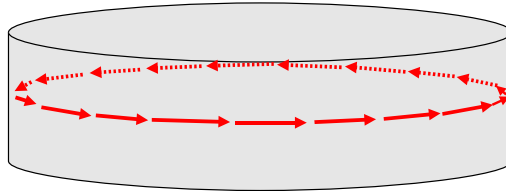
Dans ce chapitre nous étudierons des micro-cavités pour les lasers à cascade quantique dans le THz. Il est intéressant d'étudier ce type de cavité pour deux raisons principales. Tout d'abord un dispositif avec une surface petite permet d'obtenir des courants de seuils très faibles, permettant de limiter les problèmes liés à la dissipation thermique. Leur émission est typiquement mono-mode spectrale, puisque le nombre de modes se superposant avec la courbe de gain est réduit. La faible puissance d'émission est certainement un inconvénient de ce type de cavité, néanmoins pour certaines applications (les oscillateurs locaux par exemple) une dizaine de microwatts représente un niveau de puissance optique acceptable.

Il y a aussi des raisons plus fondamentales d'étudier des microcavités. Dans le domaine de la physique des semi-conducteurs, la tendance est d'aller vers des "nanocavités", dont le volume est assez petit pour permettre de modifier le taux d'émission spontanée. Cela est potentiellement intéressant pour les lasers inter-bandes, puisque l'émission spontanée se présentant avant le seuil laser est importante, ce qui dégrade l'efficacité du laser. Ce principe n'est pas applicable tel quel pour les lasers à cascade quantique, puisque les transitions non radiatives ( émission de phonon LO, collision électron électron) sont les facteurs limitant pour l'efficacité des dispositifs. L'émission spontanée peut effectivement être modifiée par la densité d'état photonique, mais l'effet sur le seuil laser n'est pas pertinente. Malgré cela les cavités de la taille de la longueur d'onde peuvent avoir un rôle majeur pour l'étude d'effets de couplage fort. Dans une microcavité (sans inversion de population), si le couplage entre la transition électronique et le mode de cavité est plus rapide que le taux d'amortissement, de nouveaux modes propres peuvent exister, ce sont les polaritons de microcavité. En particulier, dans le THz, il a été proposé [33] qu'un couplage ultra-fort peut être obtenu, quand la fréquence de Rabi devient

comparable à l'énergie de la transition inter-sous-bande.

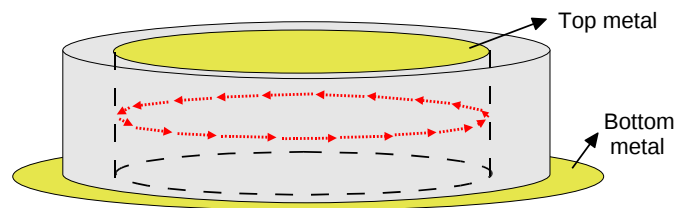
## 6.2 Mode de microcavité guidé par la géométrie du métal

Les microcavités étudiées dans ce chapitre sont de forme circulaire. Généralement pour ce type de cavité le mode optique est confiné par réflexion totale interne sur les parois de la cavité circulaire (cf schéma 6.1). Il a été montré expérimentalement tant dans l'infrarouge moyen [92] que dans le THz [93, 94, 95] que ce type de cavité peut effectivement être utilisé pour les lasers à cascade quantique.



**FIG. 6.1:** Confinement du mode dans une micro-cavité circulaire *whispering gallery*. L'onde se réfléchit sur les parois par réflexion totale.

Pour ce type de cavité il est nécessaire que les parois de la cavité circulaire aient une faible rugosité. Il est possible de s'affranchir de cette contrainte technologique en utilisant la réflectivité induite par le métal (que nous avons définie au chapitre précédent) pour guider le mode optique. Pour cela la cavité doit utiliser un guide double métal, où la structure de la métallisation supérieure (*top metal*) va définir la cavité (cf schéma 6.2).



**FIG. 6.2:** Confinement du mode dans une micro-cavité circulaire définie par le métal supérieur. La partie grise correspond à la région active du laser, et celle jaune correspond au métal. Dans ce cas le mode est confiné latéralement grâce aux propriétés de guidage induite par le métal.



En faisant le choix de définir la microcavité par la géométrie du métal, il n'y a pas besoin à priori de graver la structure (*mesa etch*), le mode étant guidé par le métal. Néanmoins pour éviter la dispersion latérale du courant, il peut être utile de limiter la taille de la région active, c'est à dire de graver la microcavité. Mais dans ce cas, la qualité des parois circulaires n'est pas cruciale : une gravure humide, anisotrope, même introduisant une forte rugosité, convient parfaitement.

### 6.3 Équation de Maxwell en coordonnées cylindriques

Les cavités étudiées sont de forme circulaire, il peut être utile de rappeler l'équation de propagation du champ électromagnétique en coordonnées cylindriques.

$$\vec{\nabla}^2 \vec{E} + \frac{\omega^2}{c^2} \epsilon \vec{E} = 0 \quad (6.1)$$

Plus précisément en coordonnées cylindriques, cette équation est donnée par :

$$\begin{pmatrix} \Delta E_r - \frac{E_r}{r^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial E_\theta}{\partial \theta} \\ \Delta E_\theta - \frac{E_\theta}{r^2} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial E_r}{\partial \theta} \\ \Delta E_z \end{pmatrix} = -\frac{\omega^2}{c^2} \epsilon(r, \theta, z) \begin{pmatrix} E_r \\ E_\theta \\ E_z \end{pmatrix} \quad (6.2)$$

Le laplacien ( $\Delta$ ) en coordonnées cylindriques est égal à :

$$\Delta f = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial f}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 f}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2} \quad (6.3)$$

où  $r$  correspond à la direction radiale,  $\theta$  la direction azimutale et  $z$  la direction verticale.  $\epsilon$  est la constante diélectrique.

Dans le cas d'un système avec une symétrie axiale, c'est à dire que  $\epsilon$  ne dépend pas de  $\theta$ , la résolution de l'équation de propagation dans la direction azimutale est simplement donnée par :

$$\vec{E}(r, \theta, z) = e^{iM\theta} \vec{e}(r, z) \quad (6.4)$$

$M$  est l'ordre azimutal. C'est un entier car le champ électromagnétique ne

peut prendre qu'une seule valeur en un point.  $\vec{e}$  vérifie l'équation :

$$\begin{pmatrix} \Delta e_r - \frac{e_r}{r^2} - \frac{2iM}{r^2} e_\theta \\ \Delta e_\theta - \frac{e_\theta}{r^2} + \frac{2iM}{r^2} e_r \\ \Delta e_z \end{pmatrix} = -\frac{\omega^2}{c^2} \epsilon(r, z) \begin{pmatrix} e_r \\ e_\theta \\ e_z \end{pmatrix} \quad (6.5)$$

En utilisant la symétrie axiale le problème tridimensionnel se réduit donc à un problème bidimensionnel plus un paramètre entier M.

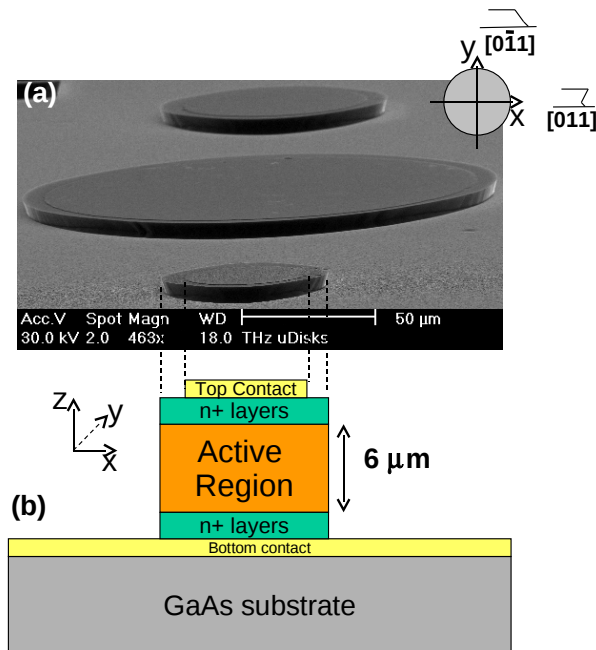
## 6.4 Les microlasers

### 6.4.1 Structures initiales

Nous avons fabriqué les microcavités en utilisant la structure fine de 6  $\mu\text{m}$  d'épaisseur utilisant la région active *bound to continuum* qui a été présentée dans le chapitre précédent. Cette structure a l'avantage de fonctionner pour des densités de courant faibles ainsi que sous une faible tension ce qui limite la puissance électrique injectée dans le dispositif. En outre, l'utilisation d'une structure fine renforce la réflectivité induite par le métal qui va servir à confiner le mode latéralement. Trois tailles de cavité circulaire ont été utilisées. Le rayon du métal supérieur pour ces trois cavités est de 25, 37.5 et 87.5  $\mu\text{m}$ , le rayon de la région active étant de 32, 45 et 95  $\mu\text{m}$  ( cf schéma et photo sem 6.3 ) .

Les dispositifs définis ainsi ne lasent pas. Afin de comprendre pourquoi nous avons fait des simulations en utilisant le programme commercial Comsol. Ce logiciel utilise la méthode des éléments finis, auquel nous avons ajouté les paramètres nécessaires pour utiliser la symétrie axiale, tel que décrit très précisément par M. Oxborrow dans l'article [96].

En utilisant la symétrie axiale, le problème se réduit à un problème bidimensionnel, on peut alors prendre en compte les couches de contacts. Il est en effet difficile de les prendre en compte dans une simulation tridimensionnel à cause de la grande puissance de calcul exigée. En simulant la cavité mesurée, on trouve des facteurs de qualité très faible, par exemple pour la plus petite on trouve un facteur de qualité de seulement  $Q=4.3$ , c'est à dire qu'un photon dans ce type de cavité a 50 % de chance d'être absorbé après seulement une quinzaine de microns ! Ces pertes énormes proviennent de la couche dopée sur le bord de la cavité. Celle-ci lorsqu'elle n'est pas recouverte de métal engendre des pertes importantes. En l'enlevant seulement sur le bord, le facteur de qualité augmente d'un facteur 20, pour atteindre  $Q=90$  (cf figure 6.4) (cette valeur correspond à des pertes de  $22.6 \text{ cm}^{-1}$  pour une cavité de type ruban).

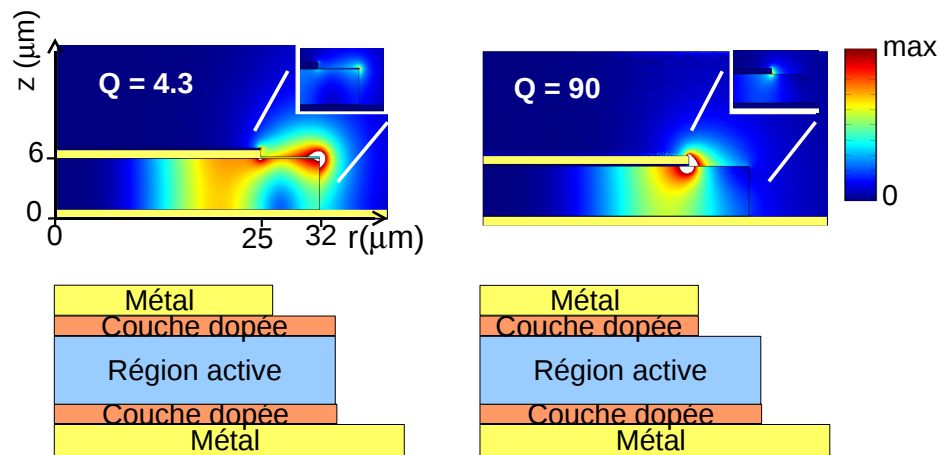


**FIG. 6.3:** (a) Image MEB (microscopie électronique à balayage) des micro-disques fabriqués. Les bords ne sont pas verticaux et leurs inclinaisons dépendent de l'orientation cristalline comme il est montré dans le schéma en haut à droite. (b) Schéma de la géométrie des dispositifs, le métal supérieur ne couvre pas toute la surface du résonateur. Les rayons des micro-disques sont de 32/45/95  $\mu\text{m}$  et les rayons du métal sont de 25/37.5/87.5  $\mu\text{m}$ .

Expérimentalement la couche dopée sur le bord de la cavité a été enlevé en utilisant une gravure humide (solution d'acide sulfurique). Le métal supérieur servant de masque. Cette technique ne peut pas être utilisée pour graver toute la microcavité, mais convient parfaitement pour enlever les 200 nm de la couche de contact. Une fois que la couche dopée sur le bord de l'échantillon est gravée les dispositifs lasent.

### 6.4.2 Micro-disque laser

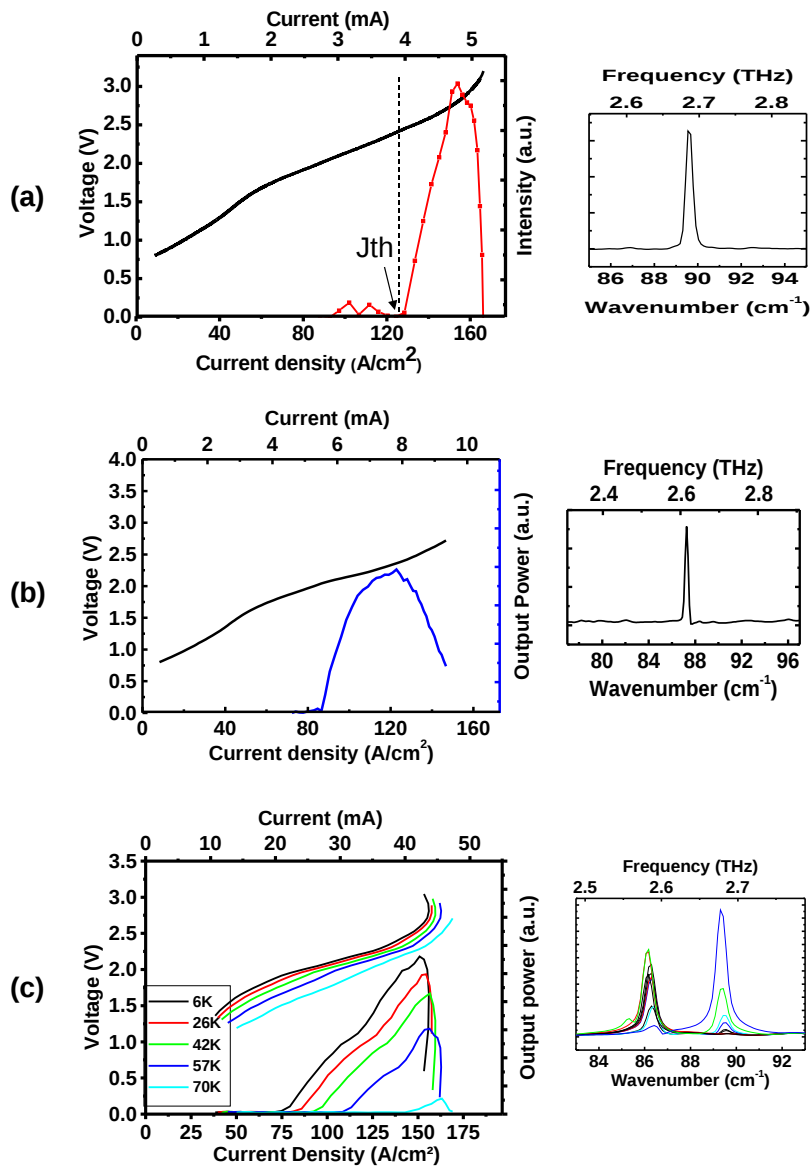
Les résultats expérimentaux des mesures sur les micro-disques lasers sont présentés dans la figure 6.5. Du fait de la faible puissance électrique injectée, les seuils lasers sont quasiment identiques en mode pulsé et en mode continu. En pulsé la température maximale est de 70 K et 60 K en



**FIG. 6.4:** Simulation axi-symétrique du mode azimutal  $M=4$ . La partie gauche correspond au dispositif avant d'enlever la couche dopée sur le bord. L'amplitude du champ électrique  $|E|$  est représentée. Le mode est guidé par la couche dopée jusqu'au bord de la cavité circulaire. En haut à droite est représenté un zoom du bord de la cavité avec une échelle de couleur trois fois plus grande. Cela montre que la partie blanche dans la figure principale n'est pas une divergence numérique mais seulement que l'intensité du mode sort de l'échelle de couleur. À droite est représenté le même mode  $M=4$  après avoir enlevé la couche de contact sur le bord du dispositif. Le mode est alors guidé seulement par la géométrie du métal.

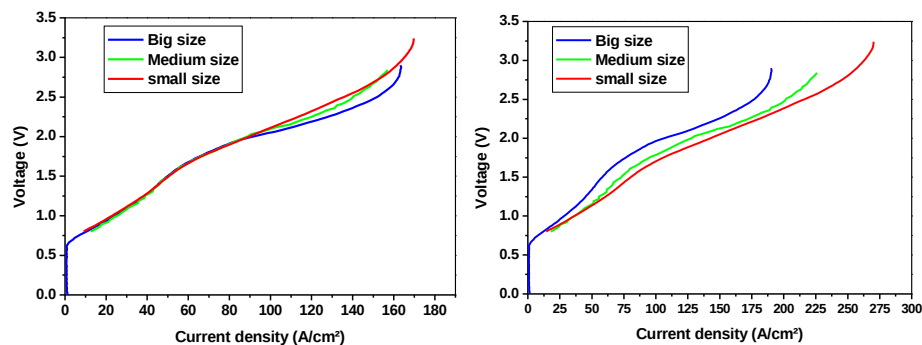
continu. Le plus petit dispositif ( $r=32 \mu\text{m}$ ) a un seuil laser d'environ  $4 \text{ mA}$  en continu et à une température de  $10 \text{ K}$ , avec une spectre d'émission mono-mode à  $2.68 \text{ THz}$ .

En utilisant la surface totale de la microcavité pour calculer la densité de courant de seuil, la plus petite cavité a une densité de seuil de  $125 \text{ A} \cdot \text{cm}^{-2}$  (fig. 6.5 (a)). Le dispositif de taille moyenne ( $r=45 \mu\text{m}$ ) (fig. 6.5 (b)) est aussi spectralement mono-mode avec une émission laser à  $2.62 \text{ THz}$ . Le seuil en mode continu est de  $5.5 \text{ mA}$ , ce qui correspond à une densité de courant de seuil de  $87 \text{ A} \cdot \text{cm}^{-2}$ . Le dernier dispositif, le plus large ( $r=95 \mu\text{m}$ ) a un seuil de  $21 \text{ mA}$ , ce qui correspond à une densité de courant de seuil encore plus faible :  $J_{th} = 74 \text{ A} \cdot \text{cm}^{-2}$ . La figure 6.5 (c) représente les caractérisations complètes LIV à différentes températures en mode pulsé. Contrairement aux cavités plus petites, le spectre d'émission présente deux principaux modes (ainsi qu'un troisième pour certain courant).



**FIG. 6.5:** (a) Caractéristiques LIV à 6 K et en mode continu d'un micro-laser THz de petite taille ( $R=25 \mu\text{m}$ ). Le courant de seuil  $I_{th}$  est approximativement égal à 4 mA. À sa droite est présenté le spectre d'émission mesuré pour un courant de 4.75 mA. (b) Caractéristiques LIV à 6 K et en continu du micro laser de taille moyenne ( $R=37.5 \mu\text{m}$ ). Le seuil est d'environ 5.5 mA. Le spectre d'émission a été mesuré pour un courant de 8 mA. (c) caractéristiques LIV pour différente température du micro-disque large ( $R=87.5 \mu\text{m}$ ) mesuré en mode pulsé (300 ns et 20 kHz). Le seuil à 6 K est de 21 mA et le dispositif lase jusqu'à 70 K. Les spectres d'émission sont représentés pour différents courants.

Pour estimer la densité de courant de seuil nous devons prendre en compte la surface totale du dispositif et non pas seulement la surface du métal supérieur. En effet la dispersion latérale du courant va couvrir l'ensemble du micro-disque. Pour le vérifier il suffit de comparer les caractéristiques électriques en fonction de la densité de courant pour les trois tailles de dispositif, soit en supposant que la dispersion du courant couvre l'ensemble du dispositif, soit en supposant qu'il n'y a pas de dispersion du courant (cf figure 6.6). Les courbes se superposent seulement dans le cas où l'on suppose une dispersion de courant couvrant l'ensemble de la cavité. Après l'alignement de la structure les courbes ne superposent plus parfaitement probablement à cause du fait que le transport des électrons dépend en partie de l'émission stimulée. Le seuil étant différent entre les cavités, l'émission stimulée n'a pas le même rôle dans les caractéristiques électriques.

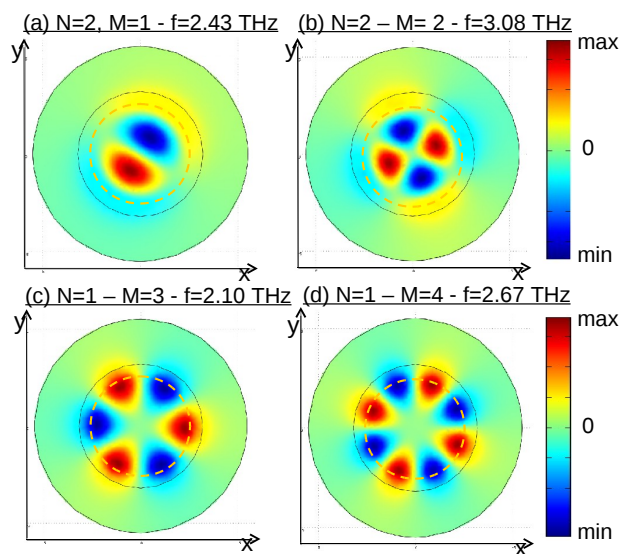


**FIG. 6.6:** Tension appliquée en fonction de la densité de courant. Les mesures ont été faites à la température de l'hélium liquide, en continu pour les trois tailles de microdisques THz. À gauche la surface utilisée pour la densité de courant est la taille de la cavité (en supposant que la dispersion, du courant couvre toute la cavité). À droite la densité de courant est calculée en utilisant la taille du métal supérieur (pas de dispersion du courant).

### 6.4.3 Caractéristiques spectrales des microdisques laser

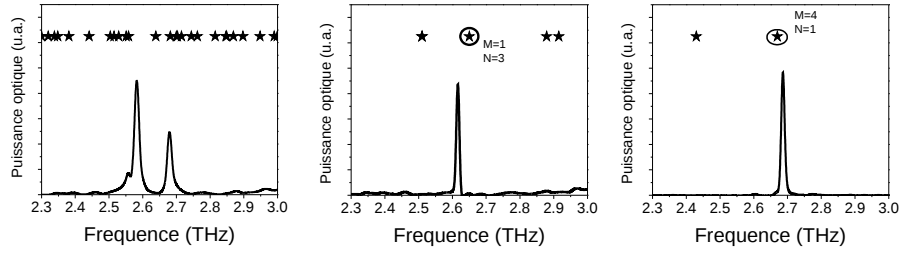
Afin d'interpréter les propriétés spectrales des microdisques, nous avons fait des simulations 3D, en utilisant le logiciel commercial Comsol. Le problème numérique a été simplifié, en négligeant les deux fines couches dopées de contacts au dessus et en dessous de la région active. Cette approximation permet d'utiliser un maillage plus grand pour la simulation

et ainsi de réduire la puissance de calcul nécessaire. Les modes de cavités peuvent être classés en utilisant deux nombres entiers : le nombre azimutal  $M$  ( correspondant au nombre de maxima dans la direction azimutale) et le nombre radial  $N$  ( qui correspond au nombre de lobes dans la direction radiale). Pour la cavité circulaire de plus petite taille, quatre modes sont représentés dans la figure 6.7 Ils sont espacés d'environ 0.3 THz, ainsi seulement un mode se superpose avec la courbe de gain, dont la largeur spectrale à mi-hauteur est de l'ordre de 0.25 THz. Cela explique parfaitement le caractère monomode de notre micro-cavité.



**FIG. 6.7:** Simulations numériques des modes de la cavité de plus petit diamètre. Les simulations tri-dimensionnelles ont été faites en utilisant la méthode des éléments finis avec le programme commercial Comsol. Les modes sont classés selon le nombre radial  $N$ , et le nombre azimutal  $M$ . Le champ électrique normal au cylindre est représenté avec l'échelle de couleur. Le cercle en pointillé correspond au bord du métal supérieur. Les modes sont espacés d'environ 0.3 THz. L'émission laser correspond au mode  $N=1, M=4$  (d).

De la même façon, on peut associer la fréquence laser au mode de la cavité de taille moyenne au mode d'ordre 1 azimutal et d'ordre 3 radial ( $M=1, N=3$ ). Pour la cavité de plus grande taille, de nombreux modes possibles se superposent avec la courbe de gain, ce qui explique le caractère multi-mode spectral. On ne peut pas associer sans ambiguïté le spectre laser aux différents modes possibles, car ces derniers sont nombreux (cf fig. 6.8).



**FIG. 6.8:** Spectres expérimentaux des trois tailles de microcavité. La plus grande est à gauche et la plus petite à droite. Les étoiles correspondent aux fréquences des modes de cavités obtenues par des simulations axi-symétriques. Pour la cavité de plus grande taille, il est difficile d'associer sans ambiguïté les fréquences lasers au mode obtenu par la simulation. Pour la cavité de taille moyenne (figure centrale) il est très probable que le mode qui lase dans la cavité est le mode d'ordre azimutal 1, et contenant trois lobes dans la direction radiale.

#### 6.4.4 Volume sub-longueur d'onde.

Le volume de la cavité de plus petite taille est plus petit que la longueur d'onde effective dans le matériau :

$$V \approx 0.7 \left( \frac{\lambda}{n_{eff}} \right)^3 \quad (6.6)$$

où  $V$  est le volume total de la cavité, et  $n_{eff}$  l'indice effectif du guide double métal, c'est à dire environ  $n_{eff} = 3.6$ .

Il est potentiellement intéressant de réduire le volume d'une cavité pour plusieurs raisons. Tout d'abord, E. M. Purcell a montré [35] que dans une cavité l'émission spontanée est augmentée du facteur  $F_p$  (le facteur de Purcell) par rapport à l'émission hors cavité. Ce facteur de Purcell est égal à :

$$F_p = \frac{3Q\lambda^3}{4\pi^2V} \quad (6.7)$$

où  $Q$  est le facteur de qualité total de la cavité,  $V$  le volume de la cavité. Cette formule est valable dans le vide, dans un matériau, la longueur d'onde doit être remplacée par la longueur d'onde dans le matériau.

Y. Todorov a montré expérimentalement [97] que l'émission spontanée peut effectivement être modifiée suivant le facteur de Purcell. Pour cela il a utilisé une structure à cascade quantique dans le THz, en utilisant des guides métal métal de très faible épaisseur (entre 0.44 et 3.5  $\mu\text{m}$ ). Les



peres étant très importantes pour les guides métal métal de très faible épaisseur, les structures ne lasent pas. Pour la structure de plus petite taille il a réussi à obtenir un facteur de Purcell de l'ordre de 50.

Pour les lasers inter-bandes (diodes laser par exemple), augmenter l'émission spontanée est utile, puisque c'est un facteur limitant l'efficacité du laser. En effet dans ce type de dispositif, l'émission spontanée réduit la durée de vie du niveau excité, et est néfaste pour le seuil laser, car l'émission spontanée se fait vers des modes qui ne seront pas forcément le mode laser.

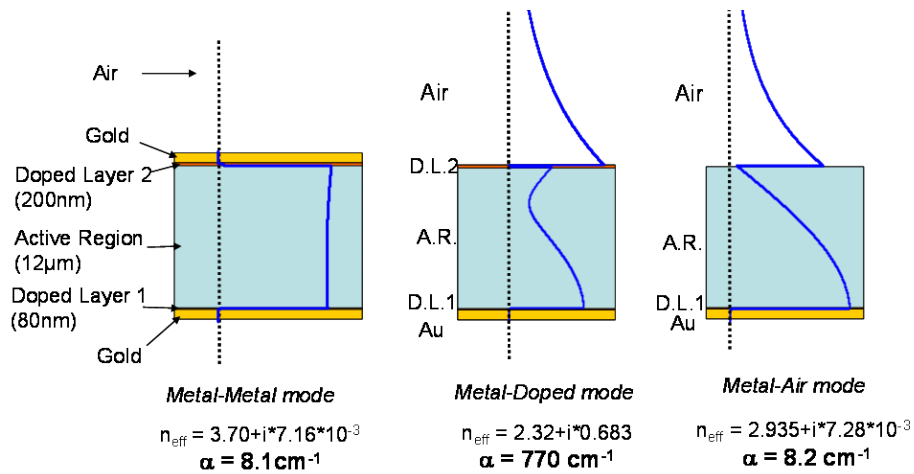
Dans les lasers à cascade quantique, l'intérêt d'obtenir des cavités sub-longueur d'onde consiste à faciliter la compréhension de ce type de cavité. Il est en effet beaucoup plus facile de caractériser un laser, plutôt qu'une structure électroluminescente, car la mesure est difficile à réaliser expérimentalement. Le but final est plutôt d'étudier le couplage fort dans ce type de cavité, activité en cours dans le terahertz par exemple à l'université Paris 7.

## 6.5 Absorbours optiques pour les lasers à cascade quantique dans le THz

Nous avons démontré que l'effet laser dans les microcavités étudiées est fortement lié au retrait d'une couche dopée sur le bord de la cavité. Les pertes engendrées par cette couche dopée empêchent les dispositifs de laser. Néanmoins, bien que cela puisse paraître surprenant, il est très utile de pouvoir introduire localement des pertes importantes dans une cavité. La fréquence d'émission laser est le résultat d'une compétition entre les modes existant dans la cavité. Le contrôle spatial des pertes peut être une méthode pour modifier la compétition entre les différents modes, et ainsi en favoriser certains. Pour que cet effet soit possible, il est nécessaire d'avoir un contrôle spatial des pertes. En guide métal métal, cela peut se faire très simplement en ne recouvrant pas la couche dopée du contact supérieur par du métal (cf figure 6.9).

Le comportement de la couche dopée dépend de la présence du métal. Pour le mode optique, la couche dopée agit comme un mauvais métal, il existe alors un plasmon de surface à l'interface entre la région active et celle-ci. L'indice optique de la couche dopée étant relativement faible en comparaison des indices des métaux, le mode traverse la couche dopée. Ce qui va se trouver de l'autre côté de la couche dopée, c'est à dire le métal, ou l'air va déterminer la forme du mode. Ainsi lorsque la couche dopée est recouverte de métal, le mode est "poussé" dans la région active,

## 6.5 . ABSORBEURS OPTIQUES POUR LES LASERS À CASCADE QUANTIQUE DANS LE THz



**FIG. 6.9:** Profil des modes optiques pour le mode *Metal-Metal* (or/couche dopée/région active/couche dopée/or), pour le mode *Metal-Doped* (or/couche dopée/région active/douche dopée/air) et le mode *Metal-Air* (or/couche dopée/région active/air). Ces calculs montrent que les pertes augmentent d'un facteur 50 lorsque la couche dopée n'est pas retirée (la valeur exacte dépend de la longueur d'onde). Pour ce calcul la longueur d'onde utilisée est de 111  $\mu\text{m}$ . Pour ce calcul les indices suivants ont été utilisés :  $n = 262 + 411 * i$ ,  $n = 4.54 + 15.88 * i$ ,  $n = 3.65$  et  $n = 7.08 + 25.48 * i$  pour l'or, la couche dopée 1, la région active et la couche dopée 2.

et le recouvrement avec la couche dopée est réduite. Ainsi le métal au dessus de la couche dopée empêche celle-ci d'engendrer de fortes pertes pour le mode optique.

Du point de vue technologique, il est facile d'intégrer ces absorbeurs. La couche dopée est naturellement présente au dessus des structures à cascade pour permettre l'injection du courant. La géométrie du métal supérieur est définie par lithographie, là où le métal ne sera pas présent, on aura implémenté un absorbeur. Si on veut retirer cet absorbeur, il suffit d'effectuer une petite gravure humide pour retirer la couche de contact, le métal servant de masque pour la gravure.

On peut ainsi favoriser le mode  $\text{TM}_{00}$  d'un ruban laser, en laissant le bord absorbant sur les bords latéraux. Cela favorisera le mode fondamental plutôt que les modes latéraux d'ordre supérieur [98]. Si au contraire on veut plutôt favoriser le mode  $\text{TM}_{01}$  (ou les modes latéraux avec un nombre impair de zéros dans la direction transverse), on peut laisser une

bande centrale absorbante [99]. Les modes d'ordre impair ont un noeud du champ au centre du ruban, et sont donc peut perturbés par la bande absorbante, à l'inverse, les modes d'ordre pair ont un maximum au niveau de la bande absorbante et les pertes de ces modes augmentent fortement.

## 6.6 Conclusion

En conclusion, nous avons démontré une émission mono-mode spectrale pour les lasers à cascade quantique terahertz, avec des seuils lasers très faible ( $I_{th}=4\text{mA}$ ) et avec un volume du mode sub-longueur d'onde ( $V_{eff}=0.7 (\lambda/n)^3$ ). La comparaison avec les simulations permettent une identification précise du mode laser. Nous avons aussi montré que la couche dopée peut être utilisée pour définir simplement un absorbeur optique pour les lasers à cascade dans le THz.

---

# Chapitre 7

## Cristaux photoniques, théorie et modélisation

### 7.1 Introduction

L'étude des cristaux photoniques (CPs) sera divisée en deux chapitres. Dans ce chapitre, nous étudierons brièvement la théorie des cristaux photoniques, ainsi que les méthodes numériques utilisées. Dans le prochain chapitre, nous présenterons les résultats expérimentaux sur les cristaux photoniques, dont le thème général sera les caractéristiques spectrales, ainsi que le profil de champ lointain.

#### 7.1.1 Les cristaux photoniques

Un cristal est un arrangement périodique d'atomes ou de molécules. Les électrons vont ainsi se propager dans un potentiel périodique, et de nombreuses propriétés de conduction vont découler de la géométrie du cristal. En particulier, le réseau peut introduire une bande interdite dans le diagramme d'énergie du cristal, le transport électronique sera alors interdit pour certaines énergies, et dans certaines directions. Si le potentiel périodique est assez fort, le gap peut s'étendre dans toutes les directions de l'espace, ce qui introduit une bande interdite complète. Par exemple un semi-conducteur a une bande interdite complète entre la bande de valence et la bande de conduction.

L'analogie optique est le cristal photonique (CP), le "potentiel" périodique étant obtenu par un arrangement macroscopique de milieu diélectrique. Si les constantes diélectriques sont assez différentes, la diffusion sur les interfaces entre les diélectriques peut produire de nombreux phénomènes semblables pour les photons à ce que le potentiel atomique produit pour les électrons.

La naissance "officielle" des cristaux photoniques a lieu en 1987, quand E. Yablonovitch propose de contrôler l'émission spontanée grâce à une

structuration tri-dimensionnelle du milieu diélectrique [100].

Cette idée révolutionnaire, a été amenée peu à peu par les précurseurs des cristaux photoniques. Elle consiste en la réunion de deux courants scientifiques, l'un étant l'étude de systèmes optiques périodiques, et l'autre la modification de l'émission spontanée.

Pour les milieux périodiques, en 1946, F. Abelès propose une étude "sur la propagation des ondes électromagnétiques en milieux stratifiés" [101]. Ensuite en 1972, H. Kogelnik et C. V. Shank propose la théorie du laser à rétroaction distribuée (*distributed feedback lasers*, DFB) [102]. La première démonstration expérimentale du laser DFB a lieu en 1975 [103].

L'étude de la modification de l'émission spontanée commence en 1946 quand E. M. Purcell démontre que le taux d'émission spontanée peut être augmenté pour une cavité de taille comparable à la longueur d'onde [35] et de facteur de qualité suffisamment élevé. En 1972, V. P. Bykov a été le premier à étudier les effets d'un gap photonique sur l'émission spontanée [104] pour une structure unidimensionnelle.

## 7.2 Électromagnétisme : un problème aux valeurs propres

Par analogie avec la mécanique quantique, on peut définir un opérateur s'appliquant sur le champ magnétique de manière semblable à l'équation de Schrödinger :

$$\Theta \vec{H}(\vec{r}) = \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 \vec{H}(\vec{r}) \quad (7.1)$$

L'opérateur  $\Theta$  est donné par [105] :

$$\Theta \vec{f}(\vec{r}) = \vec{\nabla} \wedge \left( \frac{1}{\epsilon(\vec{r})} \vec{\nabla} \wedge \vec{f}(\vec{r}) \right) \quad (7.2)$$

où  $\epsilon(\vec{r})$  est la distribution spatiale de la constante diélectrique. Elle est supposée être linéaire, et sans perte ( $\epsilon(\vec{r})$  réel).

Afin de pouvoir utiliser les techniques de calculs de la mécanique quantique il est important de vérifier que l'opérateur  $\Theta$  est hermitien. Le produit scalaire utilisé est le même qu'en mécanique quantique, c'est à dire l'intégrale sur un volume  $V$ . Par analogie avec la mécanique quantique nous utiliserons les notations de Dirac :

$$\langle \vec{f} | \vec{g} \rangle = \iiint \vec{f}^*(\vec{r}) \cdot \vec{g}(\vec{r}) d^3\vec{r} \quad (7.3)$$

L'opérateur  $\Theta$  sera hermitien, si pour deux champs quelconques  $\vec{f}$  et  $\vec{g}$ , on a la relation :  $\langle \vec{f} | \Theta \vec{g} \rangle = \langle \Theta \vec{f} | \vec{g} \rangle$ . Cette relation se démontre en faisant

deux intégrations par partie successivement (théorème de Green Ostrogradski) :

$$\begin{aligned}
 \langle \vec{f} | \Theta \vec{g} \rangle &= \iiint \vec{f}^*(\vec{r}) \cdot \vec{\nabla} \wedge \left( \frac{1}{\epsilon(\vec{r})} \vec{\nabla} \wedge \vec{g}(\vec{r}) \right) \\
 &= \iiint \left( \vec{\nabla} \wedge \vec{f}^*(\vec{r}) \right) \cdot \left( \frac{1}{\epsilon(\vec{r})} \vec{\nabla} \wedge \vec{g}(\vec{r}) \right) + Sur f_1 \\
 &= \iiint \left( \frac{1}{\epsilon(\vec{r})} \vec{\nabla} \wedge \vec{f}^*(\vec{r}) \right) \cdot \left( \vec{\nabla} \wedge \vec{g}(\vec{r}) \right) + Sur f_1 \\
 &= \iiint \vec{\nabla} \wedge \left( \frac{1}{\epsilon(\vec{r})} \vec{\nabla} \wedge \vec{f}^*(\vec{r}) \right) \cdot \vec{g}(\vec{r}) + Sur f_1 + Sur f_2
 \end{aligned} \tag{7.4}$$

où  $Sur f_1$  et  $Sur f_2$  correspondent à des éléments de surface :

$$Sur f_1 = \iint_{\partial V} \left( \vec{f}^*(\vec{r}) \wedge \left( \frac{1}{\epsilon(\vec{r})} \vec{\nabla} \wedge \vec{g}(\vec{r}) \right) \right) \cdot d\vec{S} \tag{7.5}$$

$$Sur f_2 = \iint_{\partial V} \left( \left( \frac{1}{\epsilon(\vec{r})} \vec{\nabla} \wedge \vec{f}^*(\vec{r}) \right) \wedge \vec{g}(\vec{r}) \right) \cdot d\vec{S} \tag{7.6}$$

où  $\partial V$  est la surface du volume considéré pour l'intégration.  $Sur f_1$  et  $Sur f_2$  vont être nuls pour une des deux raisons suivantes :

- Soit on considère une structure non périodique, les champs vont alors s'annuler à l'infini. On choisira alors comme volume d'intégration l'espace total, et alors  $Sur f_1 = Sur f_2 = 0$
- Soit on étudie une structure périodique, dans ce cas le volume d'intégration correspondra à la cellule élémentaire. Comme on le verra plus loin, les champs seront périodiques, et dans ce cas aussi les intégrales de surfaces seront nulles.<sup>10</sup>

Puisque ces intégrales de surface sont nulles, et en utilisant le fait que la distribution spatiale de constante diélectrique  $\epsilon(\vec{r})$  est réelle, l'équation 7.4 implique que :

$$\langle \vec{f} | \Theta \vec{g} \rangle = \langle \Theta \vec{f} | \vec{g} \rangle \tag{7.7}$$

Ainsi l'opérateur  $\Theta$  est hermitien. Cela implique que :

- Les valeurs propres sont réelles et positives, c'est à dire que la fréquence  $\omega/2\pi$  est réelle.
- Si  $|h_1\rangle$  et  $|h_2\rangle$  sont deux vecteurs associés aux valeurs propres  $\omega_1$  et  $\omega_2$ , si  $\omega_1 \neq \omega_2$  alors les champs sont orthogonaux :  $\langle h_1 | h_2 \rangle = 0$ .

<sup>10</sup>Pour être rigoureux dans le cas d'une structure périodique, les intégrales de surface ne s'annulent que si l'on considère deux fonctions ayant le même vecteur de Bloch  $\vec{k}$ .

- Si  $\omega_1 = \omega_2$ , les vecteurs propres ne sont pas forcément orthogonaux, mais il est toujours possible de trouver une base orthogonale (procédure de Gram-Schmidt).
- en normalisant les modes, on a alors une base orthonormale.

Si au lieu de travailler avec le champ magnétique, on étudie le champ électrique, l'opérateur associé ne sera plus hermitien, et donc les calculs seront plus complexes. On choisit ainsi de travailler avec le champ magnétique par simplicité.

### 7.2.1 Loi d'échelle

Les équations de Maxwell ne font pas intervenir d'échelle de longueur. Supposons que l'on connaisse un système  $A$ , défini par une constante diélectrique  $\epsilon_A(\vec{r})$ , des champs  $\vec{H}_A$  et  $\vec{E}_A$  pour une longueur d'onde  $\lambda_A$ .

Un système  $B$ , dont la constante diélectrique  $\epsilon_B(\vec{r})$  vérifie :

$$\epsilon_B(s\vec{r}) = \epsilon_A(\vec{r}) \quad (7.8)$$

où  $s$  est une constante. Il est facile de vérifier que les champs  $\vec{H}_B(\vec{r}) = \vec{H}_A(s\vec{r})$  et  $\vec{E}_B(\vec{r}) = \vec{E}_A(s\vec{r})$  sont solutions des équations de Maxwell pour ce système  $B$  avec une longueur d'onde  $\lambda_B = s\lambda_A$ .

Ainsi la solution d'un problème pour une longueur donnée détermine les solutions pour toutes les autres longueurs.

Grâce à cela, généralement des grandeurs sans unité seront utilisées pour les cristaux photoniques, par exemple la fréquence sera donnée par la fréquence normalisée égale à  $a/\lambda$ , où  $a$  sera la période du CP.

### 7.2.2 Théorème de Bloch

Nous allons maintenant suivre le raisonnement utilisé en physique des solides pour donner les propriétés d'un système périodique. La périodicité correspondra à la périodicité de la constante diélectrique  $\epsilon(\vec{r})$ . La démonstration du théorème de Bloch peut être trouvée dans de nombreux ouvrages, par exemple le livre "Physique des solides" de N. W. Ashcroft et N. D. Mermin [31].

Pour commencer, nous allons rappeler brièvement quelques éléments de cristallographie.

### Réseau de Bravais et maille primitive

On appelle réseau de Bravais un ensemble de points auxquels on associe un vecteur position  $\vec{R}$  de la forme [31] :

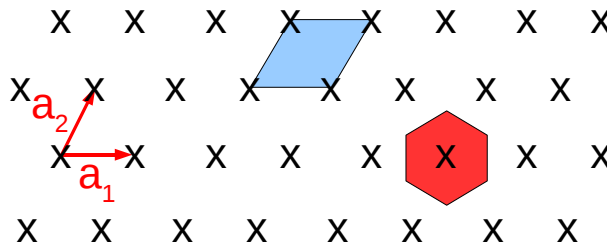
$$\vec{R} = n_1\vec{a}_1 + n_2\vec{a}_2 + n_3\vec{a}_3 \quad (7.9)$$

où  $n_1, n_2$  et  $n_3$  sont des nombres entiers et  $\vec{a}_1, \vec{a}_2$  et  $\vec{a}_3$  sont trois vecteurs de l'espace qui n'appartiennent pas tous au même plan. Les vecteurs  $\vec{a}_i$  sont appelés vecteurs primitifs.

On peut définir de la même façon un vecteur de Bravais pour un espace à  $N$ -dimensions, il y aura alors  $N$  vecteurs primitifs.

On appelle maille primitive un volume de l'espace, qui par translation par tous les vecteurs du réseau de Bravais, remplit complètement l'espace total, sans superposition et sans recouvrement. La maille primitive n'est pas unique pour un réseau de Bravais donné (cf fig. 7.1).

Il existe une maille primitive particulière : la maille primitive de Wigner-Seitz. Pour la définir, on choisit un noeud particulier  $P$  du réseau de Bravais, la maille primitive de Wigner-Seitz est définie comme tous les points de l'espace qui sont plus proches de  $P$  que de tous les autres noeuds du réseau de Bravais.



**FIG. 7.1:** Réseau de Bravais bi-dimensionnel. Chaque croix correspond à un point du réseau de Bravais. Les vecteurs primitifs  $\vec{a}_1$  et  $\vec{a}_2$  sont représentés. Le parallélogramme et l'hexagone correspondent à deux exemples de mailles primitives possibles. La maille primitive de Wigner-Seitz est l'hexagone rouge.

### Le réseau réciproque

La définition du réseau réciproque d'un réseau de Bravais est la suivante : tout vecteur  $\vec{K}$  appartient au réseau réciproque, si et seulement si il vérifie la relation pour tout vecteur  $\vec{R}$  du réseau de Bravais :

$$e^{i\vec{K} \cdot \vec{R}} = 1 \quad (7.10)$$



Ce réseau réciproque est aussi un réseau de Bravais, et ses vecteurs primitifs sont donnés par :

$$\vec{b}_1 = 2\pi \frac{\vec{a}_2 \wedge \vec{a}_3}{\vec{a}_1 \cdot (\vec{a}_2 \wedge \vec{a}_3)} \quad (7.11)$$

où  $\vec{a}_i$  sont les vecteurs primitifs du réseau direct. Les deux autres vecteurs primitifs  $\vec{b}_2$  et  $\vec{b}_3$  sont obtenus en faisant une permutation circulaire des indices 1, 2 et 3 dans l'équation 7.11.

La maille primitive de Wigner-Seitz du réseau réciproque est généralement appelée première zone de Brillouin.

### Théorème de Bloch

Dans un cristal photonique la constante diélectrique  $\epsilon(\vec{r})$  est périodique, on peut alors définir un réseau de Bravais tel que :

$$\epsilon(\vec{r} + \vec{R}) = \epsilon(\vec{r}) \quad (7.12)$$

pour tout vecteur  $\vec{R}$  du réseau de Bravais.

Pour démontrer le théorème de Bloch, il faut introduire un opérateur translation  $T_{\vec{R}}$  :

$$T_{\vec{R}}f(\vec{r}) = f(\vec{r} + \vec{R}) \quad (7.13)$$

L'hamiltonien  $\Theta$  étant périodique il commute avec l'opérateur translation : <sup>11</sup>

$$[T_{\vec{R}}, \Theta] = 0 \quad (7.14)$$

Or d'après les théorèmes de la mécanique quantique, si deux opérateurs commutent, un vecteur propre de l'un sera vecteur propre de l'autre [44], ainsi un champ  $\vec{H}$  solution de l'équation de propagation sera aussi vecteur propre de l'opérateur translation :

$$\begin{aligned} \Theta \vec{H} &= \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 \vec{H} \\ T_{\vec{R}} \vec{H} &= c_{\vec{R}} \vec{H} \end{aligned} \quad (7.15)$$

où  $c_{\vec{R}}$  est la valeur propre associée à l'opérateur translation du vecteur  $\vec{R}$ .

D'après la définition des opérateurs translations, on a :

$$T_{\vec{R}_1 + \vec{R}_2} = T_{\vec{R}_1} T_{\vec{R}_2} \quad (7.16)$$

<sup>11</sup>Pour montrer que les opérateurs commutent, il suffit de montrer que l'opérateur translation commute avec  $\vec{\nabla}$ . Pour cela il faut vérifier que l'opérateur translation commute avec l'opérateur dérivée :  $\frac{\partial}{\partial x} T_R f(x) = \frac{\partial}{\partial x} f(x + R) = f'(x + R) = T_R \frac{\partial}{\partial x} f(x)$

où  $\vec{R}_1$  et  $\vec{R}_2$  sont deux vecteurs du réseau de Bravais.

On peut alors montrer, en utilisant des vecteurs  $\vec{R}_1$  et  $\vec{R}_2$  particuliers (cf [31]) que

$$c_{\vec{R}} = e^{i\vec{k}\vec{R}} \quad (7.17)$$

avec

$$\vec{k} = x_1\vec{b}_1 + x_2\vec{b}_2 + x_3\vec{b}_3 \quad (7.18)$$

où  $\vec{b}_1, \vec{b}_2$  et  $\vec{b}_3$  sont les vecteurs primitifs du réseau réciproque.

Ainsi un vecteur propre de l'opérateur  $\Theta$ , c'est à dire un champ magnétique  $\vec{H}(\vec{r})$  vérifie la relation :

$$\vec{H}(\vec{r} + \vec{R}) = e^{i\vec{k}\vec{R}}\vec{H}(\vec{r}) \quad (7.19)$$

où  $\vec{R}$  est un vecteur du réseau de Bravais. L'équation 7.19 est le théorème de Bloch. Il est aussi appelé théorème de Floquet.

### 7.2.3 Structure de bande photonique

Le théorème de Bloch 7.19 implique que pour caractériser le système, il suffit de se restreindre à la connaissance du champ dans une maille primitive, ainsi que du vecteur d'onde de Bloch  $\vec{k}$ .

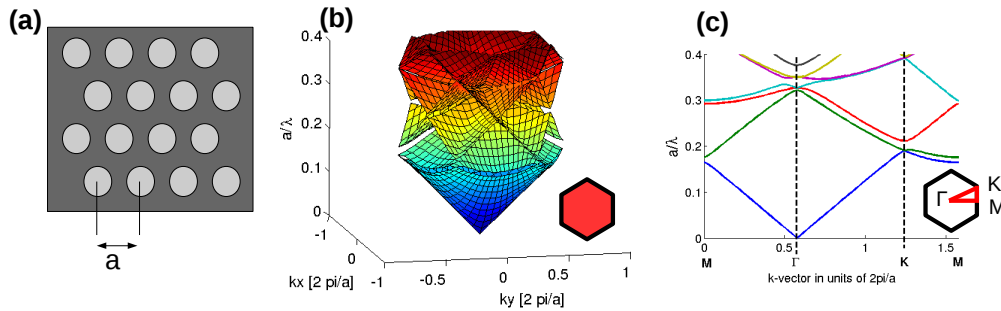
La valeur du champ est identique pour un vecteur d'onde  $\vec{k}$  ou  $\vec{k} + \vec{K}$ , où  $\vec{K}$  appartient au réseau réciproque (car d'après la définition du réseau réciproque  $\exp(i\vec{K} \cdot \vec{R}) = 1$ ). Ainsi il suffit de se limiter en espace réciproque à la maille primitive, par simplicité la première zone de Brillouin est généralement choisie.

Le système peut alors être caractérisé en traçant la fréquence en fonction du vecteur d'onde  $\vec{k}$  que l'on restreint à la première zone de Brillouin. Par exemple la figure 7.2 reproduit la structure de bande d'un réseau triangulaire de trous.

Généralement les systèmes étudiés ont des symétries, on peut alors restreindre la structure de bande photonique aux directions de plus haute symétrie, ce qui simplifie fortement la lecture de celle-ci (cf panneau (b) et (c) de la figure 7.2). Ce sont selon les directions de plus haute symétrie que la structure de bande a des particularités, par exemple des dérivées partielles nulles, et des extrema.

## 7.3 Laser à cristaux photoniques

Il existe deux grandes catégories de laser utilisant les cristaux photoniques. Les premiers sont les lasers à défaut : dans ce type de structure,



**FIG. 7.2:** Exemple de structure de bande, pour un réseau trigonal, d'indice optique 2.8 dans les trous et 3.6 ailleurs. Le ratio rayon des trous sur la période est de  $9/32$ . Les unités de longueur sont volontairement omises puisque les équations de Maxwell sont invariantes par loi d'échelle. Le système est étudié en polarisation TM, c'est à dire que le champ magnétique est dans le plan du C.P. Le panneau (b) correspond à la structure de bande calculée pour tous les vecteurs d'onde de la première zone de Brillouin (hexagone rouge). La partie (c) correspond à la structure de bande calculé selon les directions de plus haute symétrie en suivant le chemin M- $\Gamma$ -K-M. L'échelle verticale correspond à la fréquence réduite  $a/\lambda$ . Les calculs ont été obtenus par une simulation numérique basée sur l'article [106].

le cristal photonique doit avoir un gap complet. En modifiant une partie de la structure on peut créer un défaut qui se comportera comme un résonateur, et dont sa fréquence est dans le gap. Le gap sert de miroir parfait, le mode est alors localisé.

Le deuxième groupe de laser à cristaux photonique sont les lasers en bord de bande. Le mode laser correspond alors à un bord de bande photonique où la vitesse de groupe est minimale. À l'inverse des modes de défauts, le mode laser en bord de bande est délocalisé sur tout le CP.

### 7.3.1 Laser à mode de défaut

Si l'effet de la périodicité photonique est assez fort, un *gap* peut apparaître, c'est à dire un domaine spectral, où la propagation de la lumière est interdite dans toutes les directions de l'espace. On parle de *gap* complet, lorsque cette relation est valable pour les deux polarisations. Dans ce cas le cristal photonique agit comme un miroir parfait.

Dans le cas d'une structure à *gap* photonique, si on introduit un défaut dans le cristal, par exemple en enlevant un trou, alors des modes peuvent

avoir des fréquences appartenant au *gap*, et ainsi ces modes seront fortement confinés spatialement puisqu'ils pourront s'étendre dans le cristal photonique que de manière évanescence.

De très nombreuses recherches traitent des modes de défauts. Nous ne les avons pas étudiés durant cette thèse, ainsi je ne développerai pas le sujet. De plus amples informations peuvent être trouvées dans les articles suivant : [107, 86, 108, 109].

### 7.3.2 Laser en bord de bande (*band edge laser*)

Dans une structure photonique périodique, on appelle laser en bord de bande, un laser dont l'émission correspondra à un mode particulier du cristal photonique. Le bord de bande signifie que le mode en question correspond à un extrema local (et a fortiori global) d'une bande photonique.

Il est logique de se demander pourquoi le laser fonctionnera sur ce mode de bord de bande, et non pas un autre point de la structure de bande.

Pour comprendre ce phénomène, nous allons suivre le développement utilisé par J. P. Dowling et collaborateurs, qui ont pour la première fois expliqué pourquoi le mode laser doit correspondre à un bord de bande [110].

La vitesse de phase est défini par :

$$v_{\phi} = \frac{\omega}{k} \quad (7.20)$$

c'est à dire la vitesse d'oscillation de la phase optique dans le système. Et la vitesse de groupe est définie par :

$$v_g = \frac{d\omega}{dk} \quad (7.21)$$

Elle mesure la vitesse à laquelle se propage la lumière.

Dans une structure photonique, à partir du moment où les indices sont différents, les bandes photoniques vont se séparer (ouverture d'un *gap* local), et alors la vitesse de groupe va s'annuler. Physiquement cela veut dire qu'un photon dans une structure photonique va subir de nombreuses réflexions, et ainsi il va traverser la structure par percolation, avec une vitesse moyenne donnée par la vitesse de groupe  $v_g$ .

Pour comprendre plus en détail nous allons étudier une structure périodique unidimensionnelle constituée de deux matériaux d'indices  $n_1$  et  $n_2$ , de largeur  $a$  et  $b$ , pour une période  $d = a + b$  (les notations utilisées sont

les mêmes que dans les articles [110, 111]<sup>12</sup>. La structure de bande peut être calculée de manière analytique, et elle est donnée par les solutions de la relation de dispersion [111] :

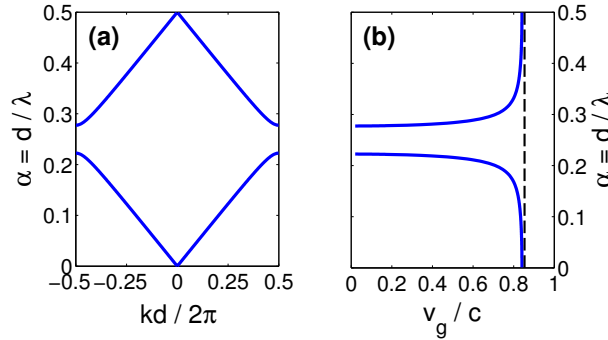
$$\begin{aligned} \cos(kd)4n_1n_2 = & (n_1 + n_2)^2 \cos\left(\frac{\omega}{c}(an_1 + bn_2)\right) \\ & - (n_1 - n_2)^2 \cos\left(\frac{\omega}{c}(an_1 - bn_2)\right) \end{aligned} \quad (7.22)$$

La figure 7.3 représente la structure de bande ainsi calculée pour des indices  $n_1 = 1$  et  $n_2 = \sqrt{2}$ , et de largeurs  $a$  et  $b$  telles que  $an_1 = bn_2$  (paramètres de l'article [110]).

On peut alors calculer la vitesse de groupe [110] en dérivant la relation de dispersion [111].

$$\frac{v_g}{c} = \frac{\left(\frac{\alpha}{n_1} + \frac{\beta}{n_2}\right) \sqrt{16n_1^2n_2^2 - [(n_1 + n_2)^2 \cos(2\pi(\alpha + \beta)) - (n_1 - n_2)^2 \cos(2\pi(\alpha - \beta))]^2}}{(n_1 + n_2)^2(\alpha + \beta) \sin(2\pi(\alpha + \beta)) - (n_1 - n_2)^2(\alpha - \beta) \sin(2\pi(\alpha - \beta))} \quad (7.23)$$

où  $\alpha = an_1\omega/(2\pi c)$  et  $\beta = bn_2\omega/(2\pi c)$  sont des paramètres sans dimension qui mesure l'épaisseur des couches en fonction de la longueur d'onde dans le vide  $\lambda = 2\pi c/\omega$ . La figure 7.3 illustre ce phénomène, lorsque l'on se rapproche du bord de bande, la vitesse de groupe diminue jusqu'à s'annuler au bord de bande.



**FIG. 7.3:** (a) Structure de bande photonique pour une structure unidimensionnelle composée de deux matériaux d'indice  $n_1 = 1$  et  $n_2 = \sqrt{2}$ , de largeur  $a$  et  $b$ , vérifiant  $an_1 = bn_2$ . La largeur d'une période est  $d = a + b$ . Le panneau (b) représente la vitesse de groupe  $v_g$  normalisée par la vitesse de la lumière. La droite verticale en pointillé correspond à la vitesse obtenue en utilisant un indice moyen.

<sup>12</sup>Les miroirs de Bragg sont un exemple de structure de ce type.

Pour une structure réelle et donc finie, la vitesse de groupe, ne sera pas nulle, mais sera nettement réduite. Le fait qu'elle soit plus faible implique que le gain par unité de longueur sera plus important (*gain enhancement factor*). Mais cela implique aussi que les pertes du guide d'onde vont augmenter. Le ratio des pertes du guide d'onde sur le gain reste constant. L'effet principal va être d'augmenter artificiellement la longueur effective de la cavité, et ainsi réduire les pertes des miroirs.

Pour les dispositifs inter-bandes (diode laser par exemple), il y a un autre effet, qui implique que le mode laser correspondra à un bord de bande : c'est l'émission spontanée. Au bord de bande la densité d'état photonique diverge, ainsi l'émission spontanée sera plus intense. Pour les lasers à cascade cela n'a pas d'effet puisque l'émission spontanée, ne joue qu'un rôle très réduit dans les caractéristiques du laser.

Dans le cadre de modèle plus complet, par exemple en utilisant une théorie semi-classique de l'émission laser en bord de bande [112], les conclusions obtenues précédemment sont confirmées.

### 7.4 Géométrie des cristaux photoniques utilisés

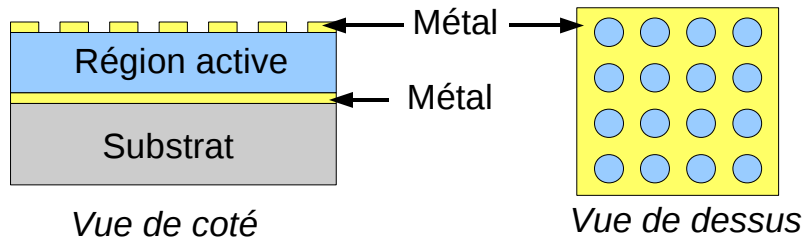
L'étude des cristaux photoniques pour les lasers à cascade quantique dans le THz est principalement motivée par l'obtention de deux objectifs : le premier est l'émission mono-mode spectrale, qui peut être obtenue à la fois en utilisant des modes de défauts du CP, ou des modes de bord de bande délocalisés. Le deuxième objectif est d'obtenir une émission directive, c'est à dire un champ lointain étroit. Pour cela il est nécessaire d'avoir un mode délocalisé sur une grande surface, et donc requière l'utilisation de mode de bord de bande du CP.

C'est pour cela, que dans le cadre de cette thèse nous avons étudié uniquement les lasers à CP en bord de bande.

Les lasers à cascade quantique sont des lasers pompés électriquement, il est ainsi beaucoup plus simple technologiquement d'étudier des structures connexes, c'est à dire des réseaux de trous plutôt que des réseaux de piliers. (L'utilisation de réseau de pilier est quand même possible [87])

Généralement le contraste d'indice nécessaire pour la structure photonique est obtenu en gravant le semi-conducteur. Nous avons choisi une méthode alternative : nous allons utiliser le même principe que pour les microcavités (cf chapitre 6), c'est à dire utiliser la réflectivité induite par le métal. Ainsi nous utiliserons le guide métal métal, et le CP sera simplement "imprimé" par le métal supérieur (cf schéma 7.4). Cette technique

pour définir le cristal photonique simplifie fortement la fabrication des dispositifs.



**FIG. 7.4:** Schéma de la géométrie des CPs utilisés. Ils sont définis uniquement par la géométrie du métal supérieur, dans un guide métal-métal. Le cristal photonique consiste en un réseau de trous dans le métal (ici un réseau carré est représenté).

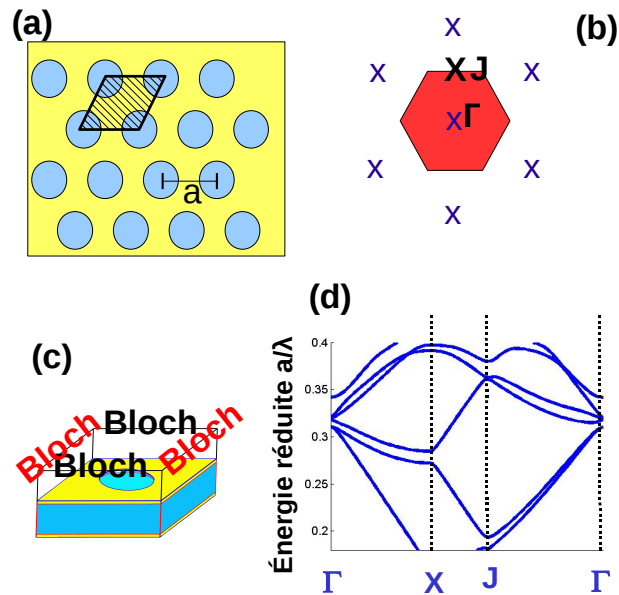
Notre but est d'obtenir une émission verticale (perpendiculaire au plan du CP). Il est alors nécessaire de travailler au point  $\Gamma$ , c'est à dire au centre du réseau réciproque  $|\vec{k}| = 0$ , cela permet d'obtenir une émission verticale par diffraction au deuxième ordre de Bragg.

#### 7.4.1 Simulation 3D Bloch périodique.

Le contraste d'indice dans le type de structure utilisé est obtenu par la réflectivité induite par le métal. Ainsi la simplification de la structure en une structure bidimensionnelle (en remplaçant la structuration verticale par l'indice effectif correspondant) ne peut pas permettre d'obtenir une structure de bande décrivant correctement les fréquences des bords de bande (dans le chapitre 5, la figure 5.3 démontre en effet que l'approximation des indices effectifs ne fonctionne pas).

Il est donc nécessaire d'utiliser une cellule élémentaire tridimensionnelle pour calculer la structure de bande photonique. Afin de diminuer la puissance de calcul exigée, la géométrie de la cellule élémentaire a été simplifiée. Nous avons remplacé le métal par du métal parfait, et les couches dopées de contact ont été omises.

En utilisant cette géométrie simplifiée de la cellule élémentaire, nous avons pu calculer la structure de bande photonique, en appliquant les conditions périodiques de Bloch. Pour cela nous avons utilisé un programme commercial utilisant des éléments finis (Comsol), auquel nous avons ajouté les conditions périodiques de Bloch. Dans la figure 7.5, la structure de bande pour un réseau trigonal de trou est représentée.

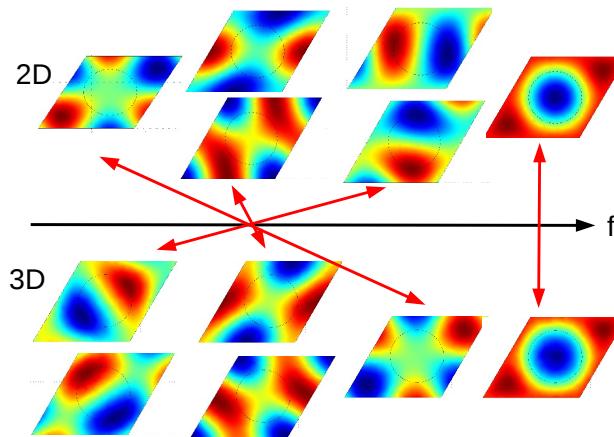


**FIG. 7.5:** (a) vue de dessus du cristal photonique (infini) en réseau trigonal (de période  $a$ ). La cellule élémentaire est hachurée. (b) Réseau réciproque. La première zone de Brillouin est représentée en rouge. Les points de plus haute symétrie sont  $\Gamma$ ,  $X$  et  $J$  et leurs coordonnées sont données par :  $\Gamma = (0, 0)$ ,  $X = (0, 1/\sqrt{3} * 2\pi/a)$  et  $J = (1/3 * 2\pi/a, 1/\sqrt{3} * 2\pi/a)$ . (c) Cellule élémentaire en 3D. Pour la simulation, le champ sur les faces opposées du parallélogramme est périodique selon les conditions de Bloch. (d) Structure de bande photonique, pour un CP en guide métal métal ( $12 \mu\text{m}$  d'épaisseur) défini uniquement par le métal. La période est de  $36 \mu\text{m}$  et le rayon des trous est de  $8 \mu\text{m}$ .

Une fois la structure de bande calculée en utilisant une approche 3D, on peut essayer de trouver *a posteriori* des paramètres permettant d'obtenir la même structure de bande, mais en utilisant une cellule élémentaire 2D, ce qui simplifierait fortement les calculs. Malheureusement ce n'est pas possible car le mécanisme de couplage optique défini par la réflectivité induite par le métal ne peut être décrit par une approche 2D. Pour s'en convaincre, on peut remarquer que l'ordre des bords de bande en fonction de la fréquence est différent en 2D et en 3D, par exemple au point  $\Gamma$ , pour une énergie réduite comprise entre  $a/\lambda = 0.3 - 0.35$  (cf figure 7.6). Cela suggère qu'il n'est pas possible de s'affranchir du calcul tridimensionnel



pour calculer la structure de bande.



**FIG. 7.6:** Ordre des modes de bord de bande présent pour un réseau trigonal au point  $\Gamma$ , pour des énergies réduites comprises entre  $0.3 < a/\lambda < 0.35$ ) (cf fig. 7.5). Les modes peuvent être classés selon leurs symétries : (1 lobe : monopôle, 2 lobes bipôle, 4 lobes : quadrupôle, 6 lobes : hexapôle). En 2D comme en 3D, il existe deux modes bipolaires qui sont dégénérés, et deux modes quadrupolaires dégénérés. Par exemple l'hexapôle est le premier bord de bande du point  $\Gamma$  en 2D, mais le troisième en 3D.

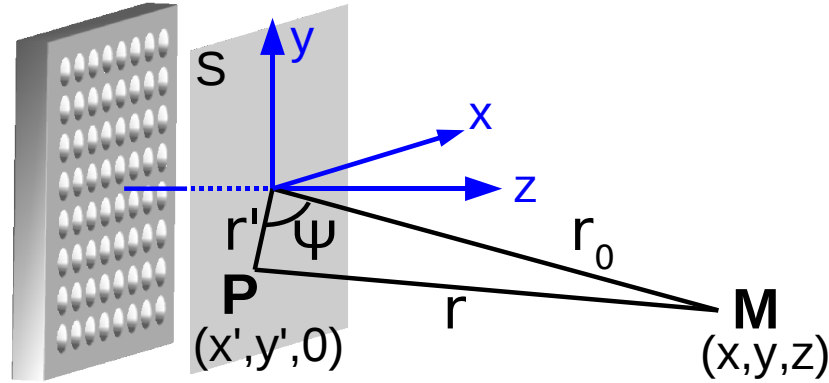
## 7.5 Calcul de champ lointain

Dans le prochain chapitre nous rencontrerons de nombreux champs lointains. Ce sont les diagrammes d'intensité émise par le laser en fonction de la direction angulaire. Dans ce paragraphe nous montrerons comment on peut les calculer.

Afin d'obtenir la distribution spatiale du champ lointain, il faut a priori simuler la structure, et un très grand volume d'air l'entourant c'est à dire jusqu'à atteindre le champ lointain où les champs électromagnétiques peuvent être décrits par des ondes planes. Toutefois il est en pratique presque impossible de faire ce genre de simulations, à moins d'avoir accès à des puissances de calcul gigantesques. Heureusement, on peut calculer la distribution spatiale du champ lointain à partir du profil du champ proche. La méthode utilisée pour faire cette transformation est inspirée de l'article de J. Vučković [113]. La technique est basée sur le principe de Huygens. Si un point  $M$  de l'espace reçoit une onde d'amplitude  $A$  et de

phase  $\phi$ , alors on peut considérer qu'il agit comme une source secondaire qui émettra une onde sphérique de même amplitude et de même phase.

Supposons que la distribution spatiale du champ proche sur une surface  $S$  soit connue, par exemple sur un plan parallèle à la surface du cristal photonique (cf figure 7.7).



**FIG. 7.7:** Estimation du champ émis, vu du point d'observation M en utilisant le champ proche (supposé connu) sur la surface S.

Sur le plan  $S$  les sources équivalentes peuvent être exprimées en fonction du courant électrique de surface ( $\vec{J}_S$ ), ainsi que du courant magnétique ( $\vec{M}_S$ ) :

$$\begin{aligned}\vec{J}_S &= \vec{n} \wedge \vec{H} = -H_y \vec{x} + H_x \vec{y} \\ \vec{M}_S &= -\vec{n} \wedge \vec{E} = E_y \vec{x} - E_x \vec{y}\end{aligned}\quad (7.24)$$

où  $\vec{n}$  est un vecteur normal à la surface  $S$ , et  $\vec{E}$  et  $\vec{H} = \vec{B}/\mu_0$  sont les champs électrique et magnétique. Dans un milieu homogène et isotrope au dessus de  $S$ , les potentiels retardés  $\vec{A}$  et  $\vec{F}$  peuvent être estimés à partir des courants de surface introduit précédemment (cf [83]) :

$$\vec{A} = \mu_0 \int_S \frac{\vec{J}_S e^{-ikr}}{4\pi r} dS \quad (7.25)$$

$$\vec{F} = \epsilon_0 \int_S \frac{\vec{M}_S e^{-ikr}}{4\pi r} dS \quad (7.26)$$

où  $k = 2\pi/\lambda = \omega/c$  ( $\lambda$  est la longueur d'onde dans le vide), et  $r$  est la distance entre le point d'observation  $M$  et la l'élément de surface  $dS$  (c'est à dire la distance MP, cf fig. 7.7).

D'après le théorème d'Al-Kashi, on a la relation :

$$r^2 = r_0^2 + r'^2 - 2r_0r' \cos(\Psi) \quad (7.27)$$

On cherche le champ lointain, on a donc :

$$\begin{aligned} r' &\ll r_0 \\ r' &\ll r \end{aligned} \quad (7.28)$$

En faisant un développement limité sur  $r'$ , on trouve qu'au premier ordre en  $r'$  :

$$r = r_0 - r' \cos(\Psi) \quad (7.29)$$

Nous allons maintenant introduire les vecteurs de radiations  $\vec{L}$  et  $\vec{N}$  qui sont définis par :

$$\vec{N} = \int_S \vec{J}_S e^{ikr' \cos(\Psi)} dS \quad (7.30)$$

$$\vec{L} = \int_S \vec{M}_S e^{ikr' \cos(\Psi)} dS \quad (7.31)$$

On a alors (toujours au premier ordre en  $r'$ , et en utilisant les équations 7.25 et 7.26) :

$$\vec{A} = \mu_0 \frac{e^{-ikr_0}}{4\pi r_0} \vec{N} \quad (7.32)$$

$$\vec{F} = \epsilon_0 \frac{e^{-ikr_0}}{4\pi r_0} \vec{L} \quad (7.33)$$

Selon les notations utilisées, on a :

$$kr' \cos(\Psi) = kr' \frac{\vec{r}_0 \cdot \vec{r}'}{r_0 r'} = \frac{k}{r_0} (xx' + yy') \quad (7.34)$$

Où les coordonnées du point  $P$  sont  $(x', y', 0)$  et les coordonnées du point d'observation  $M$  sont  $(x, y, z)$ .

D'après les équations 7.30, 7.31 et 7.34, les vecteurs de radiation  $\vec{N}$  et  $\vec{L}$  sont les transformées de Fourier des courants de surfaces  $\vec{J}_S$  et  $\vec{M}_S$  calculés en fonction du vecteur d'onde :

$$\vec{k}_{//} = k \left( \frac{x}{r_0} \vec{x} + \frac{y}{r_0} \vec{y} \right) \quad (7.35)$$

$$\vec{N} = TF_2(\vec{J}_S) \Big|_{\vec{k}_{//}} \quad (7.36)$$

$$\vec{L} = TF_2(\vec{M}_S) \Big|_{\vec{k}_{//}} \quad (7.37)$$

la transformée de Fourier étant définie par :

$$\begin{aligned} TF_2(f(x, y)) &= \iint f(x, y) e^{i\vec{k}_{//} \cdot (x, y)} dx dy \\ &= \iint f(x, y) e^{ik_x x + k_y y} \end{aligned} \quad (7.38)$$

On peut alors exprimer les composantes des vecteurs de radiation en fonction de la transformée de Fourier des champs proches sur la surface  $S$ .

$$N_x = -TF_2(H_y) \Big|_{\vec{k}_{//}} \quad (7.39)$$

$$N_y = TF_2(H_x) \Big|_{\vec{k}_{//}} \quad (7.40)$$

$$L_x = TF_2(E_y) \Big|_{\vec{k}_{//}} \quad (7.41)$$

$$L_y = -TF_2(E_x) \Big|_{\vec{k}_{//}} \quad (7.42)$$

Il est important de mentionner que, pour tous points d'observation M, le vecteur d'onde  $\vec{k}_{//}$  défini précédemment est à l'intérieur du cône de lumière, c'est à dire que  $|\vec{k}_{//}| \leq k$ , où  $k = 2\pi/\lambda$ . Ainsi les vecteurs de radiations sont complètement définis par les composantes de Fourier situées à l'intérieur du cône de lumière.

Les champs lointains s'écrivent en fonction des potentiels retardés :

$$\vec{E} = -i\omega\vec{A} - \frac{i\omega}{k^2} \vec{\nabla}(\vec{\nabla} \cdot \vec{A}) - \frac{1}{\epsilon_0} \vec{\nabla} \wedge \vec{F} \quad (7.43)$$

$$\vec{H} = -i\omega\vec{F} - \frac{i\omega}{k^2} \vec{\nabla}(\vec{\nabla} \cdot \vec{F}) - \frac{1}{\mu_0} \vec{\nabla} \wedge \vec{A} \quad (7.44)$$

En supposant que tous les termes des champs qui décroissent plus vite que  $1/r_0$  peuvent être négligées, les composantes du champ électrique en un point arbitraire M sont données par :

$$E_\theta = \eta H_\phi = -i \frac{e^{-ikr_0}}{2\lambda r_0} (\eta N_\theta + L_\phi) \quad (7.45)$$

$$E_\phi = -\eta H_\theta = i \frac{e^{-ikr_0}}{2\lambda r_0} (-\eta N_\phi + L_\theta) \quad (7.46)$$

$$\eta = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \quad (7.47)$$

où  $(r_0, \theta, \phi)$  sont les coordonnées du point M en coordonnées sphériques :

$$\begin{aligned} x &= r_0 \sin(\theta) \cos(\phi) \\ y &= r_0 \sin(\theta) \sin(\phi) \\ z &= r_0 \cos(\theta) \end{aligned} \quad (7.48)$$

L'intensité de radiation par angle solide est égale à (cf [113]) :

$$K(\theta, \phi) = \frac{\eta}{8\lambda^2} \left( \left| N_\theta + \frac{L_\phi}{\eta} \right|^2 + \left| N_\phi - \frac{L_\theta}{\eta} \right|^2 \right) \quad (7.49)$$

Les vecteurs de radiations en coordonnées sphériques peuvent être exprimés en fonction de leur composante en coordonnées cartésiennes :

$$N_\theta = \left( N_x \cos(\phi) + N_y \sin(\phi) \right) \cos(\theta) \quad (7.50)$$

$$N_\phi = -N_x \sin(\phi) + N_y \cos(\phi) \quad (7.51)$$

où  $N_x, N_y, L_x$  et  $L_y$  sont les transformées de Fourier des composantes tangentielles des champs sur la surface  $S$  que nous avons introduit précédemment.

Ainsi, en la connaissance de la transformée de Fourier des champs proches transverses est suffisante pour évaluer la distribution spatiale de champ lointain.

## 7.6 Simplification de 3D vers 2D pour le calcul du champ lointain

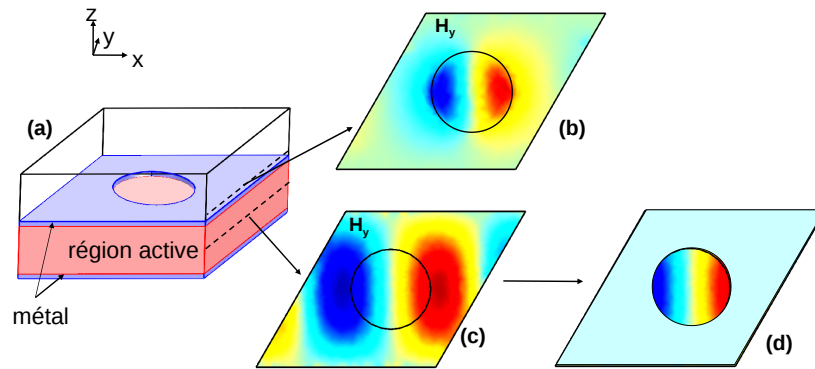
Selon le formalisme que l'on vient de développer, pour calculer le champ lointain, il est nécessaire d'utiliser une simulation tridimensionnelle comprenant l'ensemble du cristal photonique, afin d'obtenir la distribution spatiale du champ proche. Ce type de simulation demande des puissances numériques importantes et est donc difficile d'utilisation.

Il est possible de simplifier le calcul à une simulation bidimensionnelle. Pour cela deux hypothèses fortes sont nécessaires :

1. La forme du champ proche au dessus du cristal photonique est semblable au champ proche à l'intérieur du CP, en annulant la partie qui se trouve en dehors des trous.
2. La variation lente des champs (fonction enveloppe) est similaire en 3D et en 2D.

La première hypothèse s'explique par la géométrie des échantillons. Le cristal photonique est défini par la seule géométrie du métal supérieur, l'épaisseur du métal étant largement plus grande que la l'épaisseur de peau, l'émission provient uniquement des champs qui "sortent" des trous. Par continuité du champ transverse, le champ proche au dessus du C.P. doit ressembler au champ à l'intérieur du cristal photonique, en annulant la partie qui ne se trouve pas au dessous du trou. Nous appellerons "pseudo trou" la région qui se trouve à la verticale du trou dans le métal.

Pour vérifier cette hypothèse, on peut comparer le champ transverse, sur une période du cristal photonique (avec les conditions de Bloch périodique), où les simulations tridimensionnelles sont accessibles (cf fig. 7.8). Le champ au dessus des trous a en effet une forme similaire au champ à l'intérieur du CP, en annulant la partie qui n'est pas dans le "pseudo trou".



**FIG. 7.8:** Forme du champ transverse ( $H_y$ ) à l'intérieur de la région active (panneau (c)) et au juste au dessus du C.P. (panneau (b)). La forme du champ proche juste au dessus du C.P. peut être obtenue en utilisant le champ à l'intérieur du cristal photonique (panneau (c)), et en annulant le champ en dehors du "pseudo trou" (panneau (d)). L'approximation consiste à assimiler les panneaux (b) et (d). Pour cet exemple nous avons utilisé le monopole du point  $\Gamma$  pour une réseau trigonal. Une approche identique peut être utilisée pour les autres modes de bord de bande.

La deuxième hypothèse est plus complexe à expliquer. Elle revient à se demander si le profil du champ proche est similaire en 3D et en 2D. Certes il doit y avoir des similitudes, mais est ce que c'est important... La justification de ce deuxième point sera donnée expérimentalement, ou les champs lointains calculés par une approche bidimensionnelle sont en bon accord avec les mesures expérimentales.

## 7.7 Résumé des simulations utilisées

Nous avons décrit l'ensemble des simulations numériques qui vont être utilisées dans le prochain chapitre pour développer efficacement les lasers THz à cristaux photoniques.

La structure de bande photonique du système infini sera obtenue en utilisant des simulations à éléments finis avec les conditions périodiques de Bloch. Cette approche permet d'obtenir avec précision la structure de bande et surtout les fréquences des modes de faible vitesse de groupe, où les lasers sont censés fonctionner.

Malheureusement, cette approche est inapplicable aux résonateurs de taille finie, dont l'étude électromagnétique est nécessaire pour modéliser le diagramme d'émission en champ lointain. Dans ce cas, nous utiliserons des simulations FDTD 2D, en utilisant l'approximation des indices effectifs, c'est à dire que les parties métallisées seront remplacées par un matériau d'indice 3.6 et les pseudo-trous par un matériau d'indice 2.8. Bien que ces simulations ne puissent pas fournir des valeurs précises pour les fréquences des modes de faible vitesse de groupe, elles permettent de prédire la géométrie du champ lointain. La justification de ce dernier point sera obtenue a posteriori, grâce au très bon accord entre les simulations et les résultats expérimentaux.

---

# Chapitre 8

## Cristaux photoniques, résultats expérimentaux

### 8.1 Introduction

Le but de ce chapitre est démontrer expérimentalement que l'utilisation de cristaux photoniques (CPs) est une méthode très puissante pour contrôler précisément le mode optique d'un laser.

À la différence de la majorité des études concernant les lasers à CP qui sont pompés optiquement, nos dispositifs fonctionnent par injection électrique.

L'étude des CPs est motivée par l'obtention simultanée de trois objectifs : le premier est une émission spectralement single mode, le deuxième est de rendre le faisceau laser directif (c'est à dire un champ lointain étroit et composé d'un seul lobe), et enfin le troisième objectif est de réaliser les deux premiers points jusqu'à des températures proches de l'état de l'art des lasers à cascade quantique dans le THz.

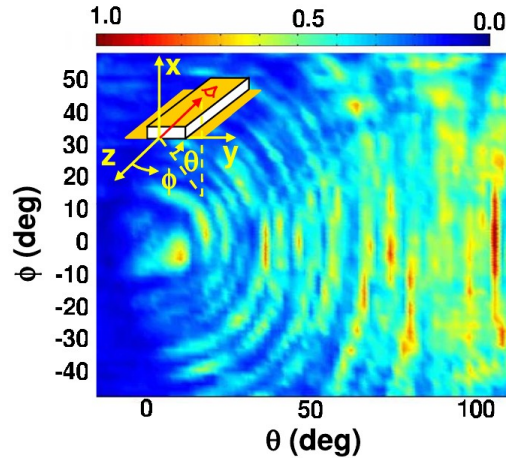
Pour atteindre ces objectifs, nous utiliserons des cristaux photoniques bidimensionnels, et nous procéderons en trois étapes :

- 1) Nous commencerons par étudier la faisabilité de cavité à CP pour les lasers à cascade quantique dans le THz. Nous verrons que les conditions aux bords du CP seront cruciales.
- 2) Après avoir identifié les conditions aux bords permettant d'obtenir un mode du CP ayant les caractéristiques désirées, nous identifierons précisément le mode de cavité à CP mis en jeu pour l'émission laser. Entre autres nous montrerons que le profil de champ lointain est prédictible.
- 3) Il sera alors possible de travailler sur l'ingénierie du champ lointain, ainsi que sur des améliorations qui permettront d'augmenter la température maximale de fonctionnement.

Pour les lasers à cascade quantique dans le THz, les meilleures performances en température sont obtenues en utilisant un guide métal-métal



[114, 72, 29]. Toutefois à cause du confinement vertical sub-longueur d'onde, le profil de champ lointain est fortement divergent (cf fig. 8.1).



**FIG. 8.1:** Champ lointain typique d'un ruban métal métal (extrait de [115]). La direction  $(\theta, \phi) = (0, 0)$  correspond à l'émission par la facette, et  $(\theta, \phi) = (90, 0)$  par la surface. L'émission est fortement divergente à cause du confinement sub longueur d'onde du guide métal métal.

Ainsi nous utiliserons le guide métal métal pour ses bonnes performances en température. L'utilisation de structures photoniques pour l'obtention de laser directif, est alors une amélioration notable des performances des laser à cascade quantique dans le THz. Le but de l'étude des CPs n'est pas uniquement d'améliorer les performances des dispositifs, mais aussi de comprendre les phénomènes mis en jeu, principalement les modifications engendrées par un CP de taille finie, ce qui n'a pas encore été beaucoup étudié dans les CPs. Comme les CPs respectent une loi d'échelle, les résultats pourront être transposés à d'autres longueurs d'ondes, ou d'autres matériaux, notamment pour les lasers à cascade quantique dans l'infrarouge moyen.

Toutes les mesures expérimentales présentées dans ce chapitre ont été réalisées dans notre laboratoire à l'IEF, mis à part les mesures de champ lointain qui ont été effectuées dans le groupe de C. Sirtori, du département MPQ, de l'université Paris 7 Diderot. Plus particulièrement j'ai principalement collaboré avec Wilfried Mainault et Stefano Barbieri.

### 8.1.1 Structures photoniques pour les structures à cascade quantique

Dans l'infrarouge moyen, l'utilisation d'un cristal photonique bidimensionnel comme cavité, a été démontré tant pour l'émission laser par la surface [116] que pour la détection à incidence normale [117]. L'utilisation des cristaux photoniques est séduisante puisqu'elle permet d'obtenir simultanément un contrôle spectral (single mode), et spatial (émission par la surface, champ lointain contrôlé) du mode de cavité. Dans les structures infrarouges moyen cité ci dessus [116, 117], le contraste d'indice est obtenu en perforant le semi-conducteur par gravure sèche. Cette approche a été transposée dans le THz, en définissant des réseaux de piliers [85, 118] ou de trous [119]. Néanmoins la tendance actuelle dans le THz est d'utiliser uniquement la géométrie du métal pour définir la cavité photonique, ce qui évite la gravure sèche (un procédé difficile technologiquement).

#### Structures photoniques THz

Depuis quelques années l'étude des structures photoniques pour les lasers à cascade quantique dans le THz est en forte expansion. Les premières études, en 2005, concernent le développement de lasers spectralement mono mode. Pour cela la cavité laser est un réseau à contre-réaction distribué du premier ordre (*1<sup>st</sup> order DFB*) en guide plasmonique [120], et en guide métal-métal [121]. Les dispositifs ont alors une émission spectralement mono mode. La fin de l'année 2006 et le début de l'année 2007 sont marqués par l'obtention d'une émission verticale en utilisant un *DFB* au second ordre de Bragg [82, 81]. L'émission verticale est intéressante car elle est souhaitée pour de nombreuses applications, toutefois, du fait de la polarisation TM des transitions intersousbandes, elle ne peut être obtenue directement; une structure au second ordre de Bragg est nécessaire. L'émission obtenue est spectralement mono mode, et le profil de champ lointain est étroit dans la direction du réseau, mais reste large dans la direction transverse. Dans la direction transverse, il est nécessaire d'utiliser des rubans étroits pour éviter les modes d'ordre supérieur dans la direction latérale. Cela implique que l'extension du champ lointain dans cette direction sera large.

Entre 2005 et 2008, plusieurs études visent à démontrer l'utilisation de microcavités circulaires ou en anneau comme résonateur (cf chapitre 4 et [94, 95, 93, 122]). Dans ces dispositifs la surface du dispositif est réduite, et le nombre de modes possibles se superposant avec la courbe de

gain est faible, ainsi l'émission est typiquement spectralement mono mode. Dans aucun des articles cités précédemment des mesures de champ lointain n'ont été acquises, mais à cause des dimensions typiquement sub longueur d'onde, il est certain que l'émission laser n'est pas directive.

En combinant les cavités circulaires et les *DFB* du second ordre, il a été montré que l'on peut obtenir une émission plus directive [123, 124, 125].

Une autre alternative pour obtenir une émission directive est d'utiliser un *DFB* du troisième ordre [126]. Dans le cas idéal ou l'indice optique est de 3, l'émission se fait dans l'axe de la facette. Pour un indice légèrement supérieur, l'émission sera dans une direction d'une dizaine de degrés. Grâce aux nombreuses interférences, le profil de champ lointain est directif, et ne contient qu'un seul lobe. La puissance émise est importante puisqu'elle se fait directement dans l'axe du laser, c'est à dire qu'elle n'est pas le résultat d'une diffusion de Bragg comme c'est le cas pour des *DFB* du second ordre. Cette technique a néanmoins un inconvénient, elle nécessite de graver profondément la structure (pour abaisser l'indice moyen et se rapprocher du cas idéal ou il vaut 3), et ne peut être transposée vers d'autres longueurs d'onde ou d'autres matériaux, qu'à la condition que l'indice optique soit proche de 3.

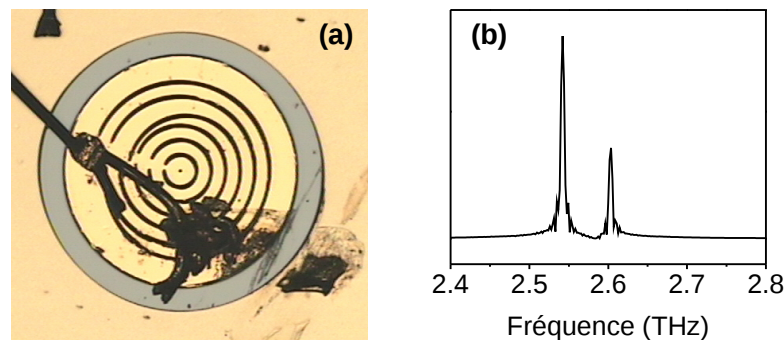
Les cristaux photoniques bidimensionnels pour les lasers à cascades quantiques dans le THz ont été utilisés pour la première fois en 2008 par L. Sirigu et collaborateurs [127]. Dans ces dispositifs le cristal photonique est défini uniquement par la géométrie du métal. L'émission est spectralement single mode, mais étonnamment ne s'accompagne pas d'une émission directive. Notre travail sur les CPs a commencé environ au même moment, et présente des similitudes avec l'étude menée par L. Sirigu. Néanmoins, la différence principale est l'accent que nous avons mis pour contrôler les conditions aux bords du CP. Cela a permis entre autres d'obtenir un champ lointain directif.

La fabrication des dispositifs photoniques dans le THz est relativement simple car elle nécessite seulement les techniques de bases de salles blanches : utilisation de lithographie optique, et non pas électronique, et la gravure sèche n'est souvent pas requise. Cette simplicité de fabrication, combinée avec la loi d'échelle des équations de Maxwell, peut rendre les lasers à cascade quantique dans le THz, un système modèle pour étudier les structures photoniques. Les résultats obtenus peuvent être ensuite transposés vers d'autres longueurs d'onde.

### 8.1.2 Photonique en guide métal métal : subtilité dans l'interprétation des résultats

Généralement, pour les lasers semi-conducteurs, un moyen de savoir si la cavité optique a les bons paramètres, consiste à vérifier que le seuil laser n'est pas trop élevé, et que le spectre d'émission est mono mode. Pour les lasers à cascade quantique dans le THz utilisant un guide métal métal, ce n'est pas suffisant. Par exemple, pour l'étude des cristaux photoniques, il faudra aussi vérifier que l'accordabilité du laser avec la période du cristal photonique correspond bien à la théorie, et que le champ lointain est directif, ce n'est qu'une fois que ces mesures seront effectuées, que l'on pourra valider que l'on a effectivement un contrôle sur le mode laser.

Par exemple la cavité présentée dans la figure 8.2 a clairement eu un problème de fabrication, cependant le dispositif lase, et son seuil laser n'est que légèrement plus élevé que le meilleur seuil pour cette région active.



**FIG. 8.2:** Exemple de cavité endommagée en guide métal-métal. Même si la fabrication du dispositif a eu de nombreux problèmes, le dispositif lase (son spectre d'émission est représenté dans le panneau (b)). La mesure a été effectuée à 10 K et en mode pulsé (300 ns, 20 kHz).

Afin de comprendre ce résultat surprenant, mais néanmoins bien connu dans la communauté des lasers à cascade dans le THz, il est nécessaire de comprendre quels sont les mécanismes qui impliquent qu'une cavité n'ayant pas les bons paramètres, ou qui a été endommagée a des performances fortement diminuées.

Ce sont les pertes, et la compétition entre les modes qui vont définir le comportement du laser. Il est possible de définir trois types de pertes : les pertes du matériau  $\alpha_{mat}$ , c'est à dire les pertes du guide d'onde utilisé, les

perdes par émission  $\alpha_{out}$ , et les pertes liées au bord de la cavité  $\alpha_{miroir}$ . Dans le cas d'une cavité linéaire (guide ruban), les deux derniers types de pertes sont confondues.

Quand les paramètres de la cavité ne sont pas adéquats, ce sont généralement les pertes par émission qui augmentent, provenant de la diffusion de la lumière, ou de réflexion vers d'autres modes de cavité. Le guide métal métal se distingue des autres types de cavité car ce sont les pertes du matériau qui dominent les autres pertes d'environ un facteur 10. Ainsi, en guide métal métal, même si la cavité n'est pas adaptée, les pertes totales n'augmenteront pas de manière significative.

Dans une cavité optique, le nombre de modes est généralement grand, typiquement il existe un mode par unité de longueur d'onde dans le matériau. Généralement ces modes sont fortement dégénérés. Lorsque la cavité n'a pas le bon paramètres, la dégénérescence est levée (au moins partiellement). La compétition entre les modes va assurer que les modes ayant les pertes les plus faibles vont laser. Dans le cas général d'une cavité semi-conductrice, si la cavité n'est pas adéquate, les pertes seront nettement supérieures par rapport au cas d'une cavité optimale, et ainsi les performances seront fortement dégradées. En guide métal métal, ce ne sera pas le cas, car ce sont les pertes du matériau qui dominent.

Un laser dans le THz, dont la cavité est un CP, et dont le seuil laser est faible, n'implique pas que le dispositif a les fonctionnalités du CP (accordabilité spectrale, champ lointain). Il est ainsi nécessaire de les caractériser pour s'assurer que le mode laser est un mode délocalisé du CP. L'objectif n'étant pas d'avoir un laser dont la géométrie est un CP, mais dont ses fonctionnalités sont celles du CP.

## 8.2 Effet des conditions aux bords sur les cristaux photoniques.

### 8.2.1 Introduction

Dans cette partie, nous étudierons la faisabilité de cavité à cristal photonique pour les laser à cascade quantique dans le THz. Le cristal photonique bidimensionnel est défini par lithographie optique du métal supérieur d'un laser à cascade quantique THz en guide métal métal. Le contraste d'indice nécessaire pour la structure photonique sera obtenu via la réflectivité induite par le métal que nous avons déjà rencontrée dans les chapitres 5 et 6.

Nous montrerons que le fonctionnement des lasers à cristaux photoniques dépend fortement des conditions aux bords. Et plus particuliè-

rement, l'utilisation d'un bord absorbant est nécessaire pour que l'émission laser ait les caractéristiques d'un laser bord de bande (spectralement single mode, et un champ lointain étroit qui est la signature d'un mode délocalisé).

Généralement dans les lasers à cristaux photoniques, l'effet des conditions aux bords est souvent négligé. Ce n'est que récemment (en 2007) qu'a été publiée une première étude théorique visant à caractériser cet effet [128]. Il y a plusieurs raisons qui expliquent pourquoi les conditions aux bords sont généralement omises.

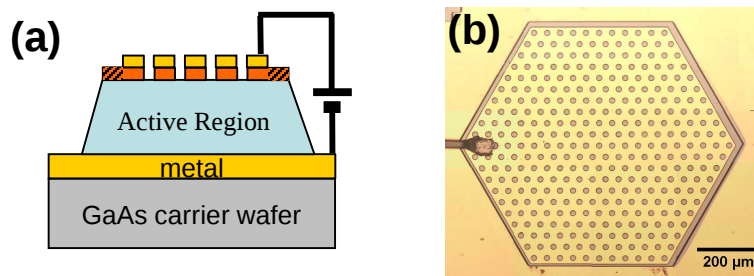
- 1) Les CPs sont généralement grand (typiquement une centaine de périodes depuis le centre). L'effet des bords est alors moins marqué.
- 2) Les lasers à CP sont généralement pompés optiquement, et la taille du laser de pompe est généralement plus petite que le CP. Le bord du CP, n'est pas pompé optiquement, et ainsi présente des pertes. Les conditions aux bords absorbantes sont alors naturellement introduites.
- 3) En bord de bande, l'émission spontanée est plus intense (la densité d'état photonique est plus grande), cela va donc favoriser l'émission laser pour les modes correspondants. Cet effet n'est pas applicable pour les lasers à cascade puisque l'émission spontanée ne joue qu'un rôle limité dans les caractéristiques du laser [112].

### 8.2.2 Géométrie des cristaux photoniques

La région active pour ces premiers cristaux photoniques est formellement identique à celle décrite dans l'article [53], c'est à dire un coeur de type *bound to continuum*, de fréquence centrale nominale 2.7 THz (dans la structure publiée, la fréquence est plutôt 2.9 THz), et de 12  $\mu\text{m}$  d'épaisseur. Afin de pouvoir utiliser la réflectivité induite par le métal, le guide d'onde métal-métal sera utilisé. Le cristal photonique sera alors défini uniquement par des trous dans le métal supérieur.

Le cristal photonique est un réseau trigonal de trou, de 10 périodes depuis le centre (cf image 8.3). Pour injecter le courant, le fil d'or (*wire bonding*) est micro-soudé directement sur la surface du CP.

Nous avons vu lors de l'étude des micro-cavités (cf. chapitre 6) que lorsque dans un guide métal métal le métal supérieur est retiré, la couche dopée supérieure engendre des pertes très importantes. Afin de limiter les pertes dans le C.P., celle-ci a été retirée dans les trous (par une rapide gravure humide, cf. annexe). Concernant le bord du CP, deux séries de dispositifs ont été étudiées que l'on appellera par la suite :



**FIG. 8.3:** (a) Vue de coté schématique du dispositif. Le laser utilise un guide métal-métal, et le PC est défini uniquement par la géométrie du métal supérieur. La partie hachurée (couche dopée) peut être retirée (cf. fig. 8.4). (b) Photo du dispositif, obtenue avec un microscope optique. La fil électrique est micro-soudé directement sur la surface du métal supérieur.

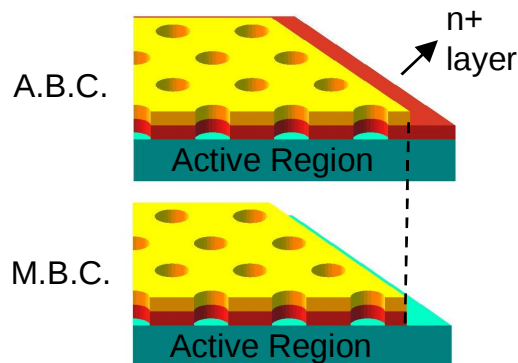
- C.P. avec bord absorbant : lorsque l'on laisse la couche dopée sur le bord de l'échantillon.
- C.P. avec bord réfléchissant : lorsque la couche dopée est retirée (gravure humide).

La figure 8.4 schématise ces deux types de CP.

Afin d'étudier les CPs, 32 types de dispositifs ont été fabriqués en salle blanche :

- 8 dispositifs où la période  $a$  du CP varie : de 34 à 38.9  $\mu\text{m}$  par pas de 0.7  $\mu\text{m}$ . Le rayon des trous égal à  $r/a = 2/9$  de la période. (Le rayon des trous varie avec la période afin de suivre la loi d'échelle).
- 8 dispositifs où le rayon varie de 0 à 14  $\mu\text{m}$  par pas de 2  $\mu\text{m}$ . Le dispositif dont le rayon est égal à 0, c'est à dire qu'il n'y a pas de cristal photonique, servira de référence. Le CP avec un rayon de trou de 14  $\mu\text{m}$  n'a pas pu être mesuré car il est presque impossible de micro-souder l'échantillon quand la taille des trous est trop grande (il n'y a plus assez de métal sur la surface du dispositif pour réussir à faire la soudure). Pour ces échantillons la période est fixe et égale à  $a = 36.5 \mu\text{m}$ .

Chaque PC a été fabriqué pour les deux conditions aux bords. Généralement chaque type de cristal photonique est répété 2 fois afin d'avoir au moins un PC de chaque type viable (parfois le report de substrat pose problème et des parties de l'échantillon sont court-circuité, ou il peut arriver qu'il y ait des problèmes de fabrications).



**FIG. 8.4:** Détails des conditions aux bords du CP. Quand la couche dopée de contact ( en rouge ) est laissée en place sur le bord du PC, elle agit comme un absorbeur. Les PCs avec ce type de conditions aux bords seront nommés ABC (pour *Absorbing Boundary Conditions*). Lorsque la couche dopée est retiré, le *mismatch* des modes impliquent une réflectivité élevée. Ce sera les conditions MBC (pour *Mirror Boundary Conditions*).

### 8.2.3 Structure de bande photonique

La structure de bande est calculée comme décrit dans le chapitre précédent, en utilisant les simulations avec les conditions au bord périodiques de Bloch (en 3D). La figure 8.5 reproduit la structure de bande déjà présenté dans le chapitre précédent.

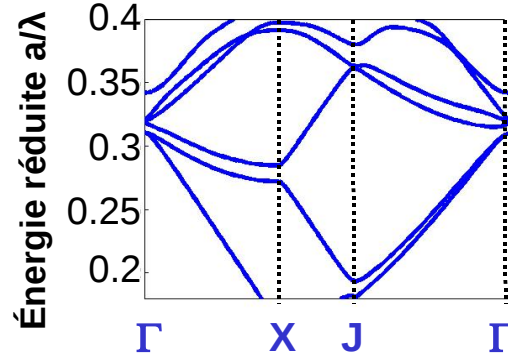
Nous travaillerons au point  $\Gamma$ , c'est à dire au centre du réseau réciproque, ainsi toutes les cellules élémentaires auront la même phase. L'émission verticale est alors possible. Plus précisément nous chercherons à obtenir l'émission des bords de bande présents pour des énergies réduites dans la gamme  $0.3 < a/\lambda < 0.35$ . Avec les paramètres utilisés cela correspond à des longueurs d'onde dans la plage  $100 < \lambda < 130 \mu\text{m}$  ( $2.3 < \nu < 3 \text{ THz}$ ).

### 8.2.4 Caractéristiques LIV des cristaux photoniques

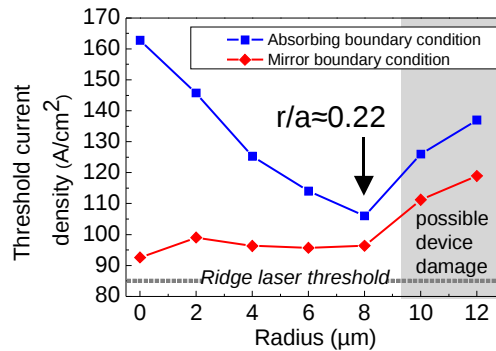
#### Effet du rayon des trous

Tous les dispositifs mesurés sont fonctionnels. La première étude concerne l'évolution de la densité de courant de seuil laser ( $J_{th}$ ) en fonction de la taille des trous du cristal photonique, pour une période fixe et égale à  $36.5 \mu\text{m}$ .





**FIG. 8.5:** Structure de bande photonique pour le réseau trigonal de trous utilisé. Pour cette simulation 3D les paramètres suivants ont été utilisés : la période est  $a = 36 \mu\text{m}$ , l'épaisseur de la région active :  $h = 12 \mu\text{m}$ , assimilé à du GaAs d'indice 3.6, et le métal est supposé parfait. Le rayon des trous est  $r = 8 \mu\text{m}$ . Les différentes couches dopées n'ont pas été prises en compte.



**FIG. 8.6:**  $J_{th}$  en fonction du rayon des trous du CP. La période des CPs est fixe et égale à  $36.5 \mu\text{m}$ . La courbe bleue correspond aux dispositifs avec les conditions aux bords absorbantes (ABC), et la rouge avec les MBCs. Les mesures ont été acquises à  $10 \text{ K}$  avec un bolomètre Si (refroidit à  $4 \text{ K}$ ). Pour les rayons de plus de  $10 \mu\text{m}$  de rayon, l'augmentation du seuil peut être due à détérioration du dispositif lors de la micro-soudure (il est difficile de contacter les dispositifs avec des trous larges). En comparaison le seuil laser d'un guide ruban est de l'ordre de  $\approx 85 \text{ A} \cdot \text{cm}^{-2}$ .

## 8.2 . EFFET DES CONDITIONS AUX BORDS SUR LES CRISTAUX PHOTONIQUES.

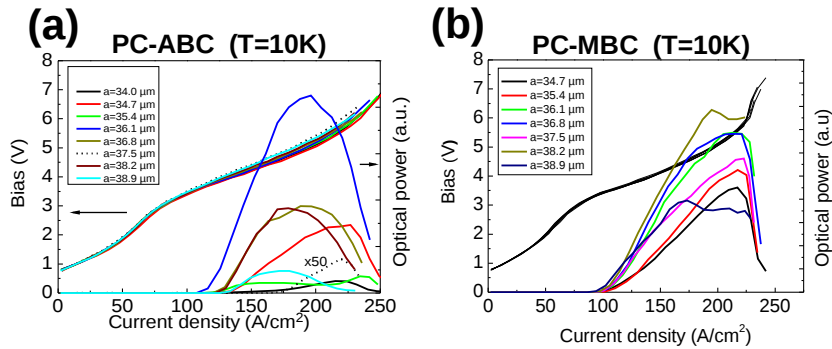
Le comportement du seuil laser est très différent entre les PCs-ABC et les PCs-MBC (cf fig. 8.6). Les lasers avec les conditions MBC ont approximativement un seuil constant et égal à  $\approx 95 \pm 5 \text{ A} \cdot \text{cm}^{-2}$ , qui est du même ordre de grandeur que celui obtenu en ruban métal-métal fabriqué à partir de la même couche épitaxiale. Au contraire, le seuil des dispositifs avec les conditions ABC dépend fortement des caractéristiques du CP. Le  $J_{th}$  est maximal pour le dispositif de contrôle ( $r = 0$ ) et décroît jusqu'à  $110 \text{ A} \cdot \text{cm}^{-2}$  pour un rayon de  $8 \mu\text{m}$ . L'augmentation du seuil pour les rayons supérieurs à  $10 \mu\text{m}$  ne peut être attribuée sans ambiguïté aux caractéristiques du CP, car la micro-soudure des dispositifs est difficile lorsque la proportion de métal à la surface de l'échantillon est faible (c'est à dire pour des rayons des trous importants). Il est ainsi probable que les échantillons dont le rayon des trous est supérieur à  $10 \mu\text{m}$  sont détériorés.

Ces premiers résultats offrent une première indication que différents modes lasers sont possibles et dépendent des conditions aux bords. Les dispositifs MBC qui ne semblent pas être affectés par le CP et dont le seuil est approximativement égal à celui d'une cavité hexagonale nue ( $r = 0$ ) lase probablement sur un mode de type *whispering gallery* [122, 129], alors que les dispositifs avec les conditions absorbantes sont de bons candidats pour laser sur des modes de bords de bande, délocalisés sur tout le CP.

### Variations avec la période du CP

Nous allons maintenant étudier les variations des caractéristiques LIV en fonction de la période  $a$  du CP. Afin de suivre au mieux la loi d'échelle, le ratio du rayon des trous sur la période est fixe et égal à  $r/a = 0.22$ . La période varie de  $34$  à  $38.9 \mu\text{m}$  par pas de  $0.7 \mu\text{m}$ . Ces valeurs ont été choisies pour que l'énergie réduite correspondant se situe autour de  $a/\lambda = 0.33$ , afin que le gain de la région active se superpose avec les bords de bande du point  $\Gamma$  (cf fig 8.5).

Les caractéristiques LIV en fonction de  $a$ , pour les dispositifs ABC et MBC sont représentées dans la figure 8.7. Les CPs-MBC ont un  $J_{th}$  identiques pour toutes les périodes. Cela confirme qu'ils ne semblent pas être affectés par le CP. Au contraire les caractéristiques LIVs des CPs-ABC diffèrent selon la période du CP. Le seuil laser suit approximativement la courbe de gain de la région active, c'est à dire que le seuil est minimal pour le dispositif dont la période est de  $36.1 \mu\text{m}$  ce qui correspond à la fréquence centrale de la courbe de gain (cf prochain paragraphe).



**FIG. 8.7:** Caractéristiques LIVs en fonction de la période  $a$  du CP. Les dispositifs avec les bords absorbants sont représentés en (a), et ceux avec les bords réfléchissant en (b). Le PC-ABC de période égal à  $37.5 \mu\text{m}$  est probablement détériorée (représenté en pointillé), puisque sa puissance d'émission est 50 fois inférieure aux autres CPs.

### 8.2.5 Caractéristiques spectrales

L'étude des caractéristiques LIV suggère que l'effet du CP dépend fortement des conditions aux bord. L'étude des spectres d'émission confirme sans ambiguïté cet effet.

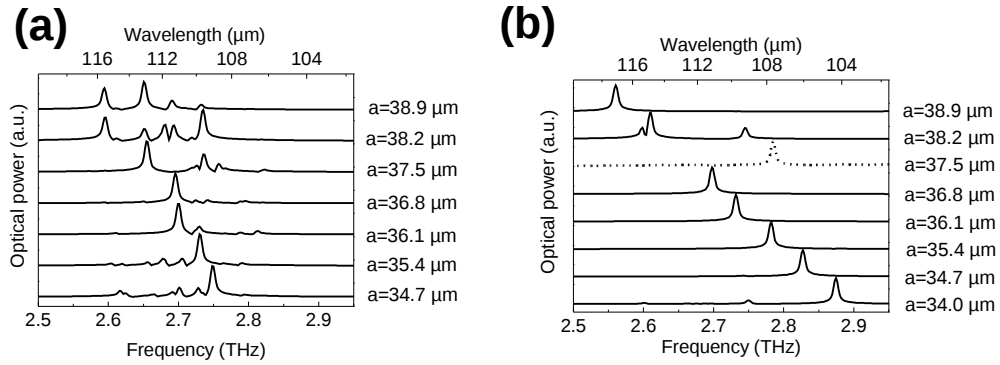
La figure 8.8 (a) présente les spectres d'émission en fonction de la période du CP pour les bords réfléchissants. L'émission est multimode et ne présente pas de décalage en fonction de la période (on s'attendrait à une émission qui suit la loi d'échelle c'est à dire que la longueur d'onde d'émission soit proportionnelle à la période du CP).

Le contraste est net pour les CPs avec les conditions absorbantes (fig. 8.8(b)) : le spectre d'émission devient mono-mode pour presque tous les dispositifs. L'émission est alors accordable par lithographie optique de 2.55 THz jusqu'à 2.88 THz ( $\lambda \simeq 104 \rightarrow 118 \mu\text{m}$ ), c'est à dire sur quasiment toute la courbe de gain (la luminescence du dispositif est présentée dans la figure 8.9).

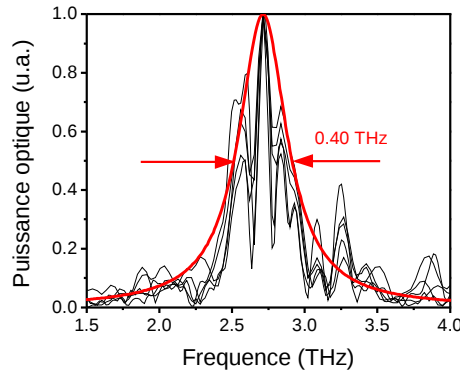
### 8.2.6 Champs lointains

Nous avons établi que les conditions aux bords sont cruciales pour que les CP lasent sur le mode de bord de bande désirée. Nous allons maintenant étudier l'effet de la sélection spectrale du mode optique sur le profil de champ lointain. La figure 8.10 présente les champs lointains me-

## 8.2 . EFFET DES CONDITIONS AUX BORDS SUR LES CRISTAUX PHOTONIQUES.

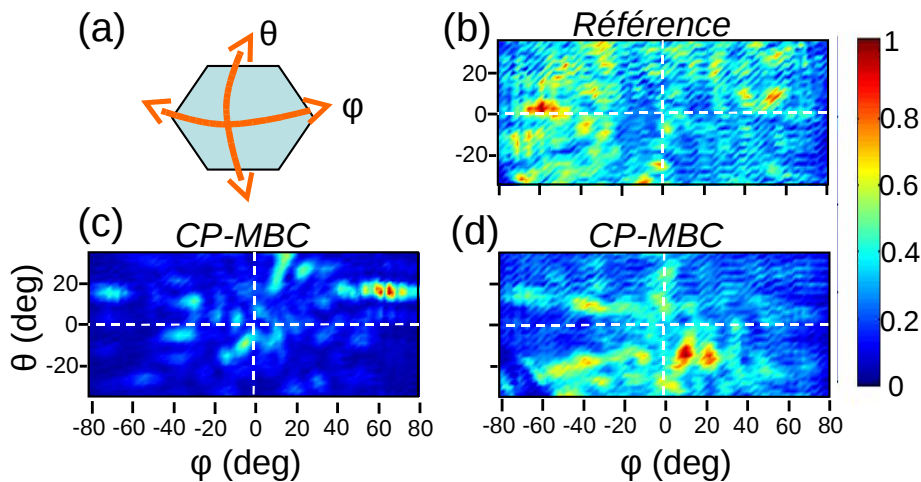


**FIG. 8.8:** Caractéristiques spectrales des CPs pour différentes périodes  $a$ . Le panneau (a) correspond aux CPs avec le bord réfléchissant et le (b) pour ceux avec le bord absorbant. Dans le premier cas l'émission est multi mode alors que les spectres d'émissions des CPs-ABC sont quasiment mono mode, et leurs fréquences d'émission est accordable avec la période du CP. Le dispositif pour  $a = 37.5$  (ligne pointillée) est probablement détérioré (cf fig. 8.7). Les mesures ont été acquises à 10 K avec un spectromètre à transformée de Fourier dont la résolution est de  $0.125 \text{ cm}^{-1}$ . Chaque spectre a été mesuré pour le maximum de la puissance optique d'émission et en mode pulsé (20 kHz, 300 ns).



**FIG. 8.9:** Luminescence de différents dispositifs présentés dans la figure 8.8. La structuration de la luminescence n'a aucun rapport avec le CP, elle correspond aux raies d'absorption de la vapeur d'eau. La courbe rouge correspond à une régression lorentzienne de fréquence centrale 2.718 THz, et dont la largeur à mi-hauteur est de 0.402 THz.

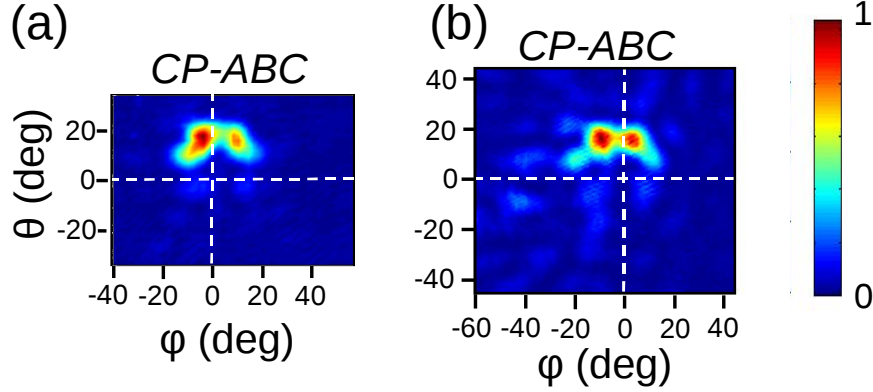
surés expérimentalement pour les dispositifs avec un bord miroir. Comme référence nous avons utilisé une cavité hexagonale de la même dimension que le CP (c'est à dire un CP avec un rayon des trous nul). Le profil de champ lointain n'est pas directionnel, comme on peut s'attendre d'une cavité sans CP. Pour les CPs avec le bord miroir (CP-MBC), l'émission reste non directionnelle. Les dispositifs ont le même problème typique des guides métal-métal, c'est à dire une émission non directive.



**FIG. 8.10:** Caractéristique du champ lointain pour les CPs avec les conditions aux bords miroirs (MBC). Les mesures ont été acquises en déplaçant une cellule de Golay à une distance de 6 ou 13 cm de l'échantillon. Un diaphragme de 2 mm de diamètre a été utilisé afin d'augmenter la résolution angulaire (à 6 cm la résolution est d'environ 2 degrés). Le panneau (a) représente la définition des angles  $\theta$  et  $\phi$ , le (0,0) correspondant à direction normale au CP. Le champ lointain du dispositif de référence, c'est à dire un hexagone sans CP est représenté dans le panneau (b). L'émission n'est pas du tout directionnelle, et s'étend sur toute la plage angulaire mesurable (jusqu'à 80°). Dans les panneaux (c) et (d) sont représentés les champs lointains expérimentaux de CP avec les conditions MBC pour des périodes de  $a=36.8 \mu\text{m}$  et  $a=35.4 \mu\text{m}$  ( $r/a=0.22$ ). L'émission n'est pas directionnelle mis à part un *point chaud* présent pour  $(\phi, \theta) = (70^\circ, 20^\circ)$  qui est présent seulement pour le dispositif  $a=36.8 \mu\text{m}$  mais qui n'est pas reproductible. Les champs lointains des dispositifs PC-MBC ne sont pas radicalement différents de ceux du dispositif de référence.

Le contraste est flagrant avec les CPs avec un bord absorbant (CP-ABC), le profil de champ lointain est alors fortement localisé angulairement

(cf fig. 8.11).



**FIG. 8.11:** Champ lointain des CPs avec bord absorbant (CP-ABC). Les mesures ont été acquises avec les mêmes paramètres que ceux de la figure 8.10. La période du CP-ABC est de  $a=35.4 \mu\text{m}$  en (a) et de  $a=36.1 \mu\text{m}$  en (b). La résolution de la mesure du premier dispositif est de 2 degrés (la cellule de Golay est à 6 cm du CP), et de 1 degré pour le second (le détecteur est à 13 cm).

L'émission présente deux principaux lobes. Chaque lobe est étroit angulairement, de l'ordre d'une dizaine de degré. Afin de vérifier si cela correspond à un mode délocalisé, nous pouvons comparer cette valeur à l'angle de divergence  $\Delta\theta$  d'un faisceau Gaussien émis à partir d'une surface de rayon  $R$ . Il peut être estimé à partir de la relation suivante [130] :

$$\Delta\theta = 2 \tan^{-1} \left( \frac{\lambda}{\pi R} \right) \quad (8.1)$$

où  $\lambda$  est la longueur d'onde. Le cristal photonique est un hexagone de côté  $c = 10.5a$  ou  $a$  est la période du cristal photonique. Par exemple pour  $a = 36.1 \mu\text{m}$ , la surface du CP est équivalente à celle d'un cercle de rayon  $R = 344 \mu\text{m}$  (la surface d'un hexagone de côté  $c$  est  $3\sqrt{3}/2 c^2$ ). Pour la même période la longueur d'onde d'émission est de  $\lambda = 110 \mu\text{m}$  (cf 8.8). En utilisant la relation 8.1, on obtient un angle de divergence d'environ  $\approx 12$  degré. Ce calcul, ne donne pas la divergence exacte mais indique l'ordre de grandeur attendu pour un mode délocalisé. La divergence mesurée expérimentalement est en bon accord avec celle prévue pour un faisceau Gaussien de même taille. Cela prouve que le mode est délocalisé sur tout le CP.

Le profil de champ lointain est étroit angulairement mais n'a pas toute la symétrie du CP. Dans nos structures, l'unique élément qui peut rompre

la symétrie est la position de la micro-soudure. Nous avons fait plusieurs tests afin de vérifier son effet sur le profil de champ lointain (cf fig. 8.12).

Le premier test vise à déterminer si dans la micro-soudure c'est le fil d'or ou l'impact de la soudure sur le CP qui a le plus d'effet. Pour cela nous avons enlevé le bonding (qui laisse l'impact) d'un coin, et nous avons contacté le dispositif dans le centre du CP (cf fig. 8.12 panneaux (a) et (b)). Le profil de champ lointain n'est pas modifié. C'est donc l'impact de la micro-soudure qui a le plus d'effet sur le profil de champ lointain.

Le deuxième test consiste à micro-souder le CP seulement dans le centre, le profil du champ lointain devient plus symétrique.

Et pour finir nous avons aussi essayé de contacter le PC avec 6 micro-soudures (une dans chaque coin), et le champ lointain se simplifie en un seul lobe d'environ 10 degrés de large.

Le profil de champ lointain dépend donc de la position de la micro-soudure. Nous pouvons affirmer que ce n'est pas la micro-soudure qui agit comme une antenne et rayonne, puisque les cinq champs lointains présentés dans la figure 8.12 sont tous maximaux sur un cône d'environ 15 degré de large. La position de la micro-soudure étant difficile à contrôler, il est peu probable que l'émission de tous ces dispositifs reste dans le même cône de 15 degré si elle provient du bonding.

En outre, la dimension de la micro-soudure est d'environ 50  $\mu\text{m}$ , en appliquant la formule 8.1, cela correspond à une divergence  $\Delta\theta \simeq 70^\circ$ , c'est à dire beaucoup plus que ce qui est observé expérimentalement.

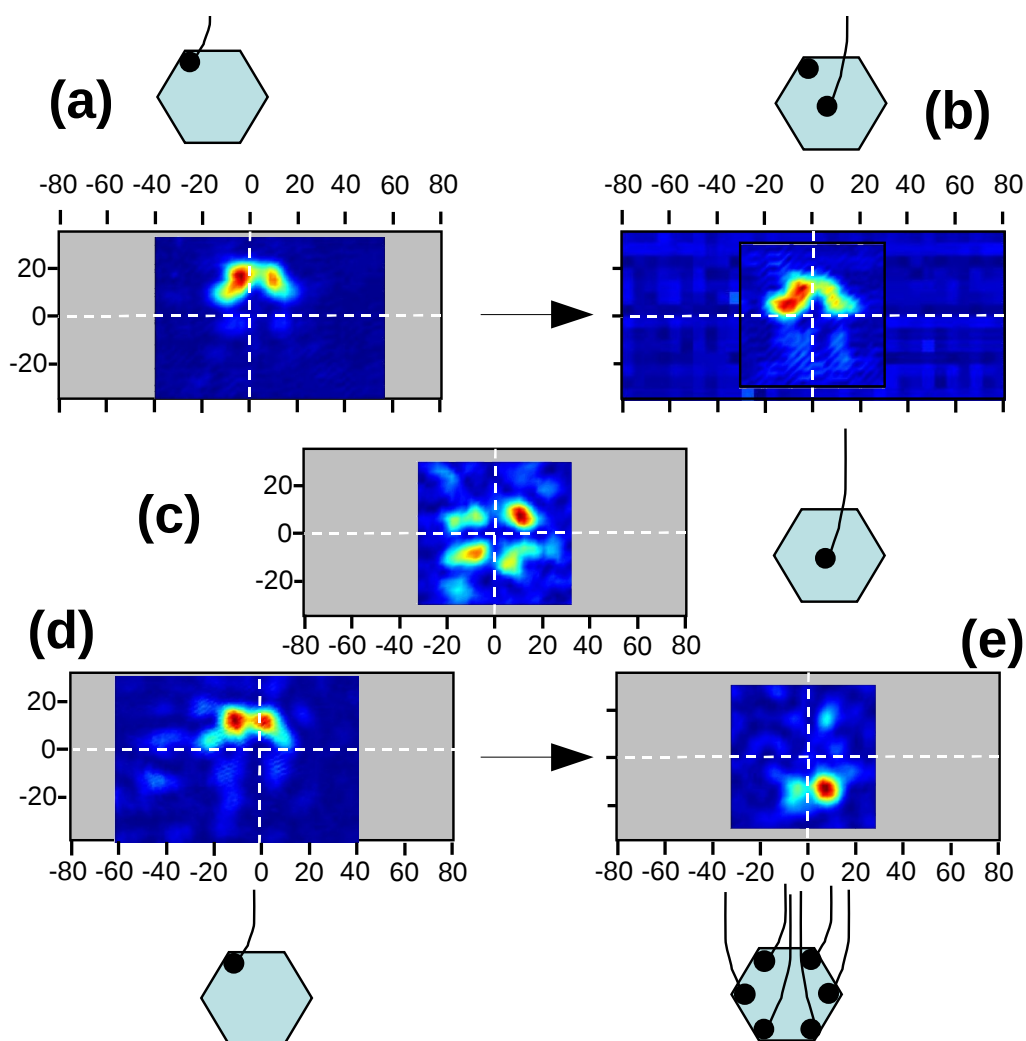
Nous pensons que l'effet de la micro-soudure est indirect. La micro-soudure est en métal, et comme nous l'appliquons sur le CP, elle va cacher certains trous du CP. Ainsi il est probable que son effet soit de modifier la fonction enveloppe du champ dans le CP, en modifiant le couplage local où les trous seront cachés.

### 8.2.7 Mode *pulling*

Comme on l'a vu dans la figure 8.8, l'émission laser est accordable avec la période du cristal photonique. Quand on trace cette même figure, mais en fréquence réduite ( $= a/\lambda$ ), on s'attend à ce que toutes les fréquences se superposent avec la valeur  $a/\lambda = 0.33$  du bord de bande au point  $\Gamma$ . Expérimentalement, on observe une petite déviation en fonction de la période du cristal photonique (cf fig 8.13.)

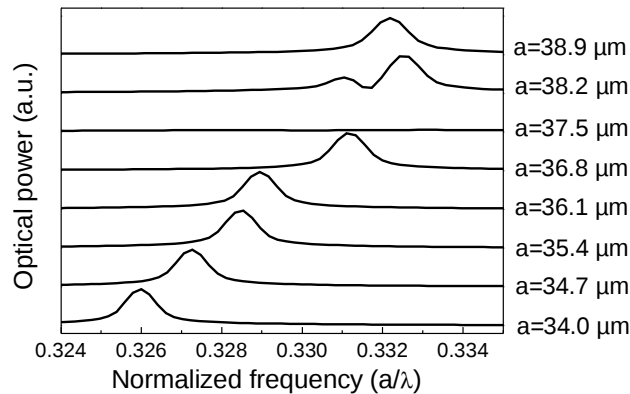
Cette déviation pourrait être expliquée par le fait que la loi d'échelle n'est pas exacte dans nos échantillon : le ratio rayon des trous par la période du cristal photonique est certes fixe, mais l'épaisseur de la région active est fixe, et ainsi le ratio de l'épaisseur sur la période n'est plus

## 8.2 . EFFET DES CONDITIONS AUX BORDS SUR LES CRISTAUX PHOTONIQUES.



**FIG. 8.12:** Champs lointains pour les CPs-ABC, pour différentes positions de la microsoudure. Les schémas à côté des figures présentent la position des micro-soudures. Le panneau (a) correspond à un dispositif où la microsoudure est faite dans un coin du CP. Lorsque l'on enlève la micro-soudure, c'est à dire que le fil est retiré, mais laisse une trace sur le PC, et re-soudé au centre (panneau (b)), le champ lointain n'est pas modifié. Nous avons aussi vérifié qu'il n'y a pas d'émission pour des grands angles, en faisant un scan à basse résolution. Le carré indique où la haute résolution a été utilisée. Lorsque le dispositif est bondé uniquement dans le centre (panneau (c)), le profil de champ lointain devient plus symétrique. Pour un dispositif bondé dans un coin (panneau (d)) si on ajoute 5 autres microsoudures dans les autres coin (panneau (e)), le champ lointain reste directionnelle mais perd sa symétrie.





**FIG. 8.13:** Spectres laser, en fonction de la fréquence normalisée  $a/\lambda$  pour les huit CPs-ABC de périodes différentes. La largeur des pics laser correspond à la résolution du spectromètre à transformée de Fourier, c'est à dire  $0.125 \text{ cm}^{-1}$ . (Les spectres sont les mêmes que ceux présentés dans la figure 8.8(b).)

constant. Cependant, les simulations montrent que cet effet est trop petit pour expliquer la déviation observée expérimentalement.

Nous attribuons cette déviation à un effet de mode *pulling*. Dans une cavité ayant une fréquence de résonance  $f_{cav}$ , si on “ajoute” du gain centré à la fréquence  $f_{gain}$ , la fréquence d'émission laser ne sera ni  $f_{cav}$  ni  $f_{gain}$ , mais une valeur entre les deux. Cela s'explique de manière intuitive par le fait que l'“ajout” du gain, n'a pas un effet uniquement sur la partie imaginaire de l'indice optique, mais va aussi modifier la partie réelle de l'indice et ainsi déplacer la résonance de la cavité [49].

### Susceptibilité et indice optique

Pour comprendre plus précisément cet effet, il faut commencer par séparer dans l'indice la partie provenant du matériau “nu”, et celle provenant du gain. L'indice optique s'écrit

$$n^2 = 1 + \chi \quad (8.2)$$

La susceptibilité  $\chi$  peut être décomposée en :

$$\chi = \chi_{mat} + \chi_{gain} \quad (8.3)$$

où  $\chi_{mat}$  correspond au matériau, et  $\chi_{gain}$  correspond à la variation de la susceptibilité due au gain. Généralement l'effet du gain sur l'indice est

faible, ainsi :

$$\chi_{gain} \ll 1 \quad (8.4)$$

En faisant un développement limité au premier ordre en  $\chi_{gain}$  on trouve que

$$n = n_0 \left( 1 + \frac{\chi_{gain}}{2n_0^2} \right) \quad (8.5)$$

avec  $n_0 = \sqrt{1 + \chi_{mat}}$  est l'indice optique sans gain.

Décomposons  $\chi_{gain}$  et  $n_0$  en partie réelle et imaginaire (les notations sont les mêmes que celles utilisées dans le livre de A. Yariv [49]) :

$$\chi_{gain} = \chi' - i\chi'' \quad (8.6)$$

$$n_0 = n'_0 + in''_0 \quad (8.7)$$

Pour alléger les notations,  $\chi$  ne représente plus que la partie correspondant au gain. Les signes sont différents car la partie imaginaire de l'indice du matériau correspond à des pertes, et la partie imaginaire de la susceptibilité à du gain.

### Cavité

Dans une cavité la fréquence de résonance est donnée par [131] :

$$\nu = \frac{\nu_{cav}^{empty}}{Re(n)} \quad (8.8)$$

où  $\nu_{cav}^{empty}$  est la fréquence de résonance pour une cavité d'indice optique égal à 1. Cette relation est évidente pour une cavité linéaire, mais reste valable pour des cavités plus complexes.

Ainsi la fréquence de résonance de la cavité (sans gain) est :

$$\nu_{cav} = \frac{\nu_{cav}^{empty}}{n'_0} \quad (8.9)$$

En présence de gain, la fréquence de résonance est :

$$\nu = \frac{\nu_{cav}^{empty}}{n'_0 (1 + \chi'/(2n_0'^2))} \quad (8.10)$$

Pour obtenir cette expression, nous avons utilisé l'équation 8.8 et fait que  $n'_0 \gg n''_0$ .

On trouve alors que la fréquence laser est donnée par l'équation :

$$\left( 1 + \frac{\chi'}{2n_0'^2} \right) \nu = \nu_{cav} \quad (8.11)$$

Cette équation est l'équation maîtresse du mode *pulling* et est identique à celle donnée dans le livre de A. Yariv [49]. Nous allons maintenant expliciter le lien entre la partie réelle et imaginaire de la susceptibilité.

### Lien entre $\chi'$ et $\chi''$ pour un élargissement homogène

Si la largeur du gain est donnée par un élargissement homogène, le lien entre la partie réelle et la partie imaginaire de la susceptibilité s'écrit [49] :

$$\chi'(\nu) = 2 \frac{\nu_0 - \nu}{\Delta\nu} \chi''(\nu) \quad (8.12)$$

où  $\nu_0$  représente la fréquence centrale du gain, et  $\Delta\nu$  sa largeur à mi hauteur. Le gain étant proportionnel à :

$$\gamma(\nu) \propto \frac{1}{1 + \left(\frac{\nu - \nu_0}{\Delta\nu/2}\right)^2} \quad (8.13)$$

### Gain et pertes

Dans l'équation 8.5, on va séparer la partie imaginaire qui provient du gain, et celle du matériau, pour distinguer les pertes du mode du gain.

Le gain dans la structure est défini par :

$$\gamma(\nu) = \frac{4\pi \text{Im}(n)}{\lambda} = \frac{4\pi\nu}{c} \text{Im}(n) \quad (8.14)$$

c'est à dire en utilisant l'équation 8.5 :

$$\gamma(\nu) = -\frac{4\pi\nu n_0 \chi''(\nu)}{2cn_0^2} = -\frac{2\pi\nu}{cn_0} \chi''(\nu) \quad (8.15)$$

Lorsque le dispositif lase, le gain est égal au pertes totales ( $\alpha_{tot}$ ) :

$$gain = \alpha_{tot} \quad (8.16)$$

Les deux termes étant exprimés en  $\text{cm}^{-1}$ . Dans le cas d'une cavité linéaire, donner les pertes par l'inverse d'une longueur à un sens, mais dans le cas de cavité plus complexe, généralement les pertes sont données en fonction du facteur de qualité  $Q$ . Les pertes par unité de longueur et le facteur de qualité  $Q$  sont reliés par :

$$Q = \frac{2\pi \nu n_0}{c \alpha_{tot}} \quad (8.17)$$

Ainsi l'équation "gain = pertes" se réécrit en fonction de 8.15 et 8.17 :

$$\chi''(\nu) = -\frac{n_0^2}{Q} \quad (8.18)$$

### Mode *pulling*

Ainsi en utilisant les équations 8.11, 8.12 et 8.18 la fréquence laser sera donnée par la solution de l'équation :

$$\left(1 - \frac{\nu_0 - \nu}{Q \Delta\nu}\right) \nu = \nu_{cav} \quad (8.19)$$

En introduisant la largeur à mi hauteur  $\Delta\nu_{cav} = \nu/Q$  de la résonance optique, cette expression peut se réécrire sous une forme plus simple :

$$\frac{\nu - \nu_{cav}}{\Delta\nu_{cav}} = \frac{\nu_0 - \nu}{\Delta\nu} \quad (8.20)$$

C'est sous cette forme, en 1955, qu'est apparu la première fois la formule du mode *pulling* [132]. Elle avait été établie pour la fréquence d'émission maser. Cette formule montre que la fréquence d'émission sera plus proche de la résonance la plus étroite. Dans les cas des lasers à semi-conducteur, à l'inverse des masers, la résonance plus étroite est généralement celle de cavité. Ainsi la fréquence laser sera proche de la fréquence de résonance de la cavité. Il est important de rappeler que cette formule a été établie pour un élargissement homogène du gain.

### Élargissement inhomogène

Dans le cas d'un élargissement inhomogène, les calculs sont beaucoup plus complexes [133], et nécessitent de connaître des paramètres supplémentaires (spécificité de l'élargissement inhomogène). Les pertes définissent la partie imaginaire de la susceptibilité via l'équation "gain = pertes". Or dans l'équation maîtresse du mode *pulling* (eq. 8.11), c'est la partie réelle de la susceptibilité qui intervient. Celle-ci peut se calculer à partir de la partie imaginaire en utilisant la relation de Kramers Kronig, mais fait intervenir des calculs lourds.

### Mode *pulling* dans les lasers à cascade

Dans les lasers à cascade quantique, le mode *pulling* a été utilisé plusieurs fois pour expliquer la fréquence d'émission [134, 93, 95]. Dans ces articles, le gain maximal changeait légèrement de fréquence à cause du décalage de Stark (*Stark shift* : l'énergie de la transition optique varie avec la tension appliquée), et la fréquence de la cavité était fixe. Dans notre cas la situation est différente : le *Stark shift* n'a pas d'effet mesurable sur la fréquence d'émission laser (le *Stark shift* dépend de la région active, et n'a

pas d'effet notable pour celle que nous utilisons), de plus les différentes mesures ont été effectuées approximativement pour la même tension. Le gain est alors fixe, mais nous disposons d'un ensemble de cavités légèrement différentes, ainsi nous pouvons étudier le système en fonction de la fréquence de résonance de la cavité.

Pour un laser la largeur de résonance de la cavité est généralement plus étroite que la largeur du gain, ainsi la fréquence d'émission laser sera plus proche de la fréquence de cavité nue. On peut alors donner une valeur explicite de la fréquence d'émission laser, en utilisant l'équation 8.19 :

$$\nu \approx \nu_{cav} - (\nu_{cav} - \nu_0) \frac{\nu_{cav}}{Q\Delta\nu} \quad (8.21)$$

Cette relation s'obtient en notant que  $\nu$  est proche de  $\nu_{cav}$  et  $Q\Delta\nu \gg \nu$

Dans le développement précédent nous avons utilisé la fréquence de résonance de la cavité nue, ainsi que la fréquence d'émission laser. Pour les résultats expérimentaux étudiés, la fréquence de résonance de la cavité sera remplacé par la position du bord de bande en énergie réduite  $u$  ( $u = a/\lambda_{cav}$ ,  $a$  est la période du cristal photonique), et la fréquence laser par la fréquence d'émission laser en énergie réduite  $\left(\frac{a}{\lambda}\right)_{laser}$  :

$$\begin{aligned} \nu_{cav} &\rightarrow u = a/\lambda_{cav} \\ \nu &\rightarrow \left(\frac{a}{\lambda}\right)_{laser} \\ \nu_0 &\rightarrow \nu_0 \end{aligned} \quad (8.22)$$

c'est à dire que l'on va convertir les unités de la façon suivante :

$$\begin{aligned} \nu_{cav} &= \frac{c}{a} u \\ \nu &= \frac{c}{a} \left(\frac{a}{\lambda}\right)_{laser} \end{aligned} \quad (8.23)$$

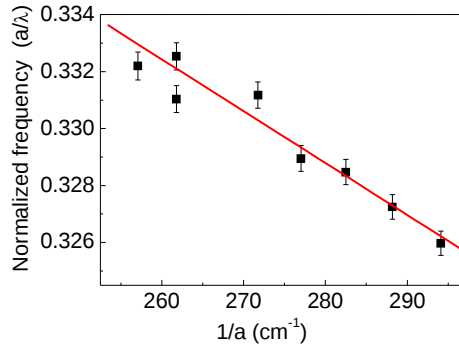
En utilisant ces changements dans l'équation 8.21 on obtient :

$$\left(\frac{a}{\lambda}\right)_{laser} = u \left(1 + \frac{\nu_0}{Q\Delta\nu}\right) - \frac{1}{a} \frac{u^2 c}{Q\Delta\nu} \quad (8.24)$$

La signature de l'effet du mode *pulling* sera alors une variation linéaire de la variation de la fréquence d'émission en énergie réduite en fonction de  $1/a$ . La figure 8.14 montre que c'est effectivement le cas, et à partir d'une régression linéaire des points expérimentaux, nous trouvons que :

$$u \left(1 + \frac{\nu_0}{Q\Delta\nu}\right) = 0.380 \pm 0.005 \quad (8.25)$$

## 8.2 . EFFET DES CONDITIONS AUX BORDS SUR LES CRISTAUX PHOTONIQUES.



**FIG. 8.14:** Fréquence d'émission laser (en énergie réduite en fonction de  $1/a$  obtenues à partir de la figure 8.13. Les barres d'erreur correspondent à la largeur des pics lasers (limitée par la résolution du spectromètre).

et

$$\frac{u^2 c}{Q \Delta \nu} = 1.82 \pm 0.18 \text{ } \mu m \quad (8.26)$$

En utilisant la forme de la luminescence (cf fig. 8.9), on peut extraire la fréquence centrale  $\nu_0 = 2.718$  THz, ainsi que la largeur à mi-hauteur  $\Delta \nu = 0.402$  THz. À partir des paramètres de la régression linéaire (cf eq. 8.25 et 8.26), on peut alors calculer l'énergie réduite du bord de bande  $u$ , ainsi que le facteur de qualité  $Q$  :

$$u = 0.33 \pm 0.01 \quad (8.27)$$

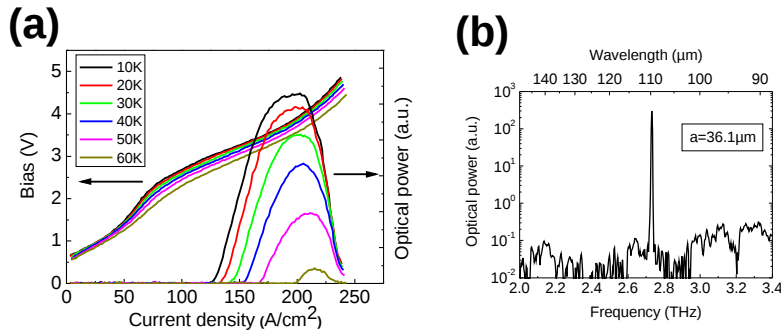
$$Q = 45 \pm 8 \quad (8.28)$$

La valeur du facteur de qualité est comparable à celle obtenue pour des micro-disques dans les références [95, 93].

### 8.2.8 Conclusion

Nous avons démontré que les caractéristiques d'émission (LIV, spectres, champ lointain) dépendent fortement des conditions aux bords. Seulement en utilisant le bord absorbant, le laser a les caractéristiques d'un laser CP en bord de bande. Ainsi pour la suite de l'étude des CPs, nous utiliserons uniquement les dispositifs avec le bord absorbant.

Les CPs étudiés jusqu'ici fonctionnent jusqu'à 62 K en mode pulsé (cf fig. 8.15), et 44 K en continue. En pulsé, la  $T_{max}$  est seulement de 15 K plus faible que la  $T_{max}$  en guide ruban. Pour augmenter la température



**FIG. 8.15: (a)** Caractéristiques LIV en fonction de la température en mode pulsé, pour un CP-ABC. La  $T_{max}$  est de 62 K, c'est à dire seulement 15 K de moins que la  $T_{max}$  de guide ruban de la même région active. En continue la  $T_{max}$  est de 44 K. **(b)** Spectre typique mono mode d'un CP-ABC, de période  $a = 36.1 \mu\text{m}$ , représenté en échelle logarithmique. Le *side mode suppression ratio* (SMSR) est d'au moins 30 dB.

maximale de fonctionnement, le plus simple est d'utiliser une structure dont la  $T_{max}$  est plus élevée, ce que nous verrons dans les prochains paragraphes.

## 8.3 Identification et prédiction du champ lointain

### 8.3.1 Introduction

Pour étudier, et prédire les performances des CPs, nous allons utiliser une autre région active. Nous utiliserons, une structure 3 puits quantiques, de fréquence centrale à 2.7 THz. En guide ruban métal métal, cette structure fonctionne jusqu'à 165 K (cf chapitre 4). Il y a plusieurs avantages d'utiliser cette nouvelle région active. Tout d'abord cela devrait permettre d'augmenter la  $T_{max}$ . En outre, ce type de région active a un gain plus large, ce qui va nous permettre d'explorer différents bord de bande.

Les CPs présentés dans cette partie sont identiques aux CP-ABC présenté dans les paragraphes précédents. L'unique différence est l'épaisseur de la région active qui est de 10 μm pour cette structure 3 puits quantiques contre 12 μm pour les structures précédentes.

Le but de cette partie est de montrer que l'on peut identifier précisément l'émission provenant des CPs. Pour cela nous comparerons aux simulations les spectres d'émissions, le profil de champ lointain, ainsi que

la polarisation du champ lointain.

### 8.3.2 Identification des modes en utilisant les caractéristiques spectrales

La première étude concerne les spectres d'émission pour différentes périodes du CP. Ceux-ci sont présentés dans la figure 8.16. On observe que la cavité du CP supporte principalement deux modes, dont la fréquence est accordable avec la période du CP. La séparation spectrale entre les deux modes est d'environ 13 % de la fréquence centrale, ce qui est plus large que la largeur typique du gain dans les lasers à cascade quantique dans le THz. Toutefois, la région active de type phonon résonnant a une courbe de gain plus large que les structures usuelles. C'est pour cela que les dispositifs dont la période est comprise entre  $a = 36.8 \mu\text{m}$  et  $a = 38.2 \mu\text{m}$  lasent simultanément sur deux bords de bande du CP.

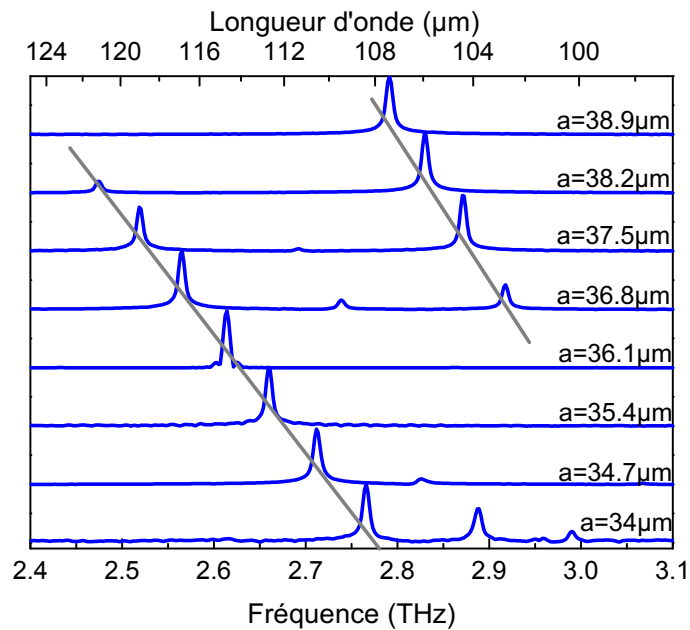
Les différents bords de bande du point  $\Gamma$  sont représentés dans la figure 8.17. Afin d'identifier lesquels des bords de bande A, B, C ou D lasent (cf fig. 8.17), il est intéressant de tracer les spectres d'émission en fonction de l'énergie réduite  $a/\lambda$  comme il est représenté dans la figure 8.18.

La ligne noire en pointillée représente la position prédite des bords de bande C et D (en énergie réduite) en fonction de la période du CP. Les calculs ont été fait avec une simulation 3D avec les conditions périodiques de Bloch. La variation expérimentale et théorique sont en très bon accord, indiquant que le mode  $a/\lambda = 0.315$  est le bord de bande hexapolaire (bord de bande C), et celui à  $a/\lambda = 0.36$  est le bord de bande monopolaire. Ces conclusions seront confirmées dans les prochains paragraphes par l'étude du profil de champ lointain ainsi que de sa polarisation.

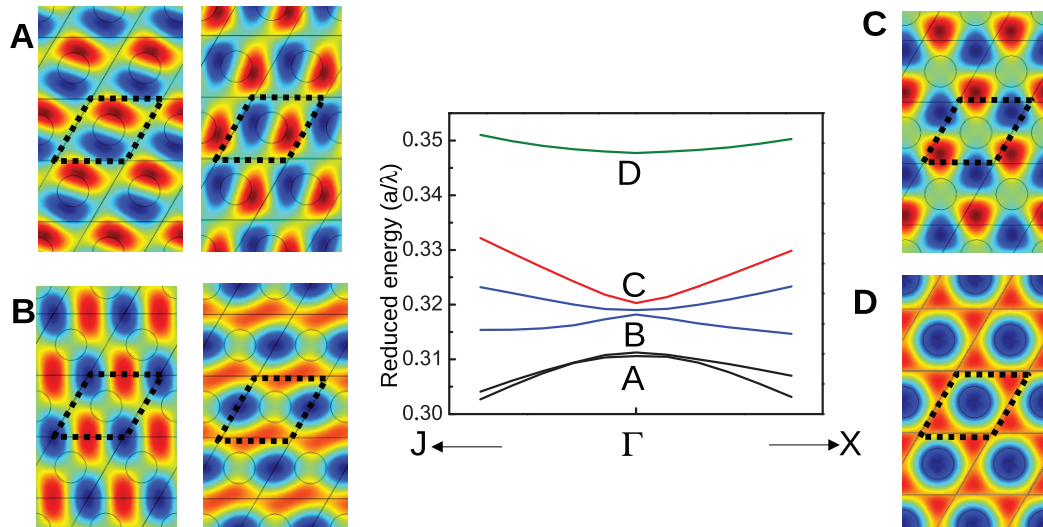
L'accord entre les simulations et les mesures n'est pas parfait, puisque l'écart entre les bords de bandes C et D est 35 % plus grand expérimentalement que théoriquement. Cela peut s'expliquer par différentes raisons : tout d'abord nous avons simplifié la structure pour alléger la puissance de calcul nécessaire (nous avons utilisé un métal parfait, et les couches dopées ont été omises). Une deuxième explication de la différence entre les expériences et la théorie provient de la taille finie des dispositifs, qui éloigne la fréquence d'émission de la fréquence du bord de bande.

La déviation du bord de bande D depuis la condition idéale  $a/\lambda = \text{constant}$  peut être expliquée intuitivement. La région active du laser a une épaisseur fixe, et ne dépend pas de la période du cristal photonique. En conséquence, la loi d'échelle typique des cristaux photoniques qui implique que " $a/\lambda = \text{constant}$ " n'est plus valide dans notre cas, et son effet n'est pas le même sur les différents bords de bande. Les modes dont l'in-

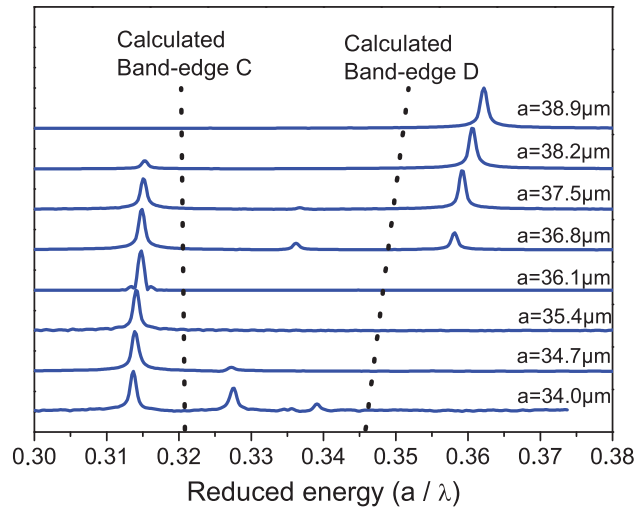




**FIG. 8.16:** Spectres laser mesurés à 78 K pour chaque période du CP. Pour chaque spectre la mesure a été acquise pour le courant d'injection qui donne la puissance d'émission la plus grande. Les spectres ont été acquis avec un spectromètre à transformée de Fourier (*FTIR*), en mode *rapid scan* et avec une résolution de  $0.125 \text{ cm}^{-1}$ , et en utilisant un détecteur *DTGS FAR-IR*. Chaque spectre correspond à une période du CP différente de 34 à  $38.9 \text{ μm}$ . Le CP supporte principalement deux modes.



**FIG. 8.17:** . Panneau central : agrandissement de la structure de bande photonique autour du point  $\Gamma$ , et dont l'énergie réduite correspond aux dispositifs fabriqués. La distribution du champ électrique  $E_z$  des bords de bandes du point  $\Gamma$  de la structure de bande photonique (nommé A B C et D) est aussi représenté. Le calcul a été obtenu pour une structure périodique et donc infinie, et le champ  $E_z$  normal au plan du CP est représenté en couleur. La partie à l'intérieur du parallélogramme en pointillé correspond à la cellule élémentaire utilisée pour le calcul (Bloch périodique). Le champ représenté correspond à une coupe au centre de la région active. Les cercles correspondent aux trous dans le métal supérieur. Les bords de bandes A (bipole) et B (quadrupole) sont doublement dégénérés. Les bords de bande C (hexapole) et D (monopole) ne le sont pas.

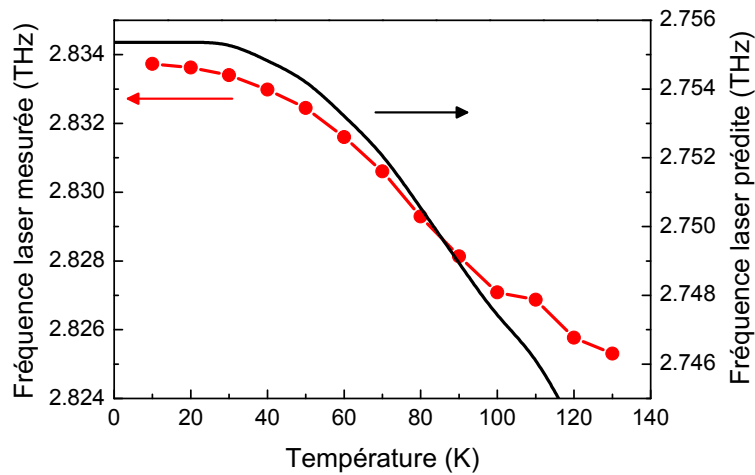


**FIG. 8.18:** Spectres d'émission laser en fonction de l'énergie réduite ( $a/\lambda$ ). Les mesures ont été acquises à 78 K et pour différentes périodes du CP. Les lignes pointillées correspondent aux fréquences calculées pour les bords de bande C (hexapole) et D (monopole).

tensité est principalement concentrée sous le métal, comme par exemple le bord de bande hexapolaire (mode C), ne vont presque pas être perturbés, car l'indice effectif du guide métal-métal est peu sensible à son épaisseur. À l'inverse, les modes qui ont une concentration importante des champs en dessous de la partie non métallisée (c'est à dire dans le "pseudo-trou", par exemple le monopole (cf fig 8.17)) vont être beaucoup plus sensibles car la pénétration dans l'air dépend de l'épaisseur de la région active. La déviation du mode D dans la figure 8.18 depuis  $a/\lambda = \text{constant}$  conforte son identification comme étant le monopole.

### 8.3.3 Accordabilité avec la température

La figure 8.19 montre les variations de la fréquence d'émission en fonction de la température, pour un CP de période  $a = 38.2 \mu\text{m}$ . Le taux de variation non linéaire (principalement pour les températures inférieures à 40 K) a été déjà observé pour un laser à cascade quantique dans le THz à contre-réaction distribuée du premier ordre (*1<sup>st</sup> order DFB laser*) [121]. Elle provient de la dépendance en température de l'indice du GaAs. Malheureusement, dans le THz, à notre connaissance, il n'y a pas de valeurs disponibles pour le GaAs à basse température. Cependant, la dépendance en fréquence de l'indice est faible pour des fréquences inférieures au *Re-*



**FIG. 8.19:** Dépendance en température de la fréquence d'émission d'un laser PC de période égale à  $38.2 \mu\text{m}$  (courbe rouge). Une accordabilité de 8 GHz est obtenue entre 8 et 130 K. À basse température, la courbe n'est plus linéaire, cela s'explique en utilisant les variations statiques de l'indice optique du GaAs en fonction de la température. La courbe continue noire représente la fréquence d'émission calculée en utilisant la dépendance en température de l'indice du GaAs, dans une simulation 3D d'une cellule élémentaire avec les conditions de Bloch périodiques.

*strahlen band* (bande d'absorption des phonons), ce qui permet d'utiliser les valeurs statiques de l'indice optique. Celles-ci sont reportés dans l'article de G. A. Samara [135]. On peut alors calculer la fréquence des bords de bande en fonction de l'indice du GaAs en utilisant les simulations 3D avec les conditions de Bloch périodique, en utilisant les différentes valeurs de l'indice optique du GaAs en fonction de la température. Dans la figure 8.19 la ligne continue correspond à ces simulations. La tendance générale de la variation de la fréquence d'émission laser en fonction de la température est en bon accord avec les simulations. Toutefois, il y a un décalage entre les mesures expérimentales et la théorie, qui peut être dû à la légère variation de l'indice optique du GaAs entre les valeurs statiques et celles correspondant aux fréquences THz.

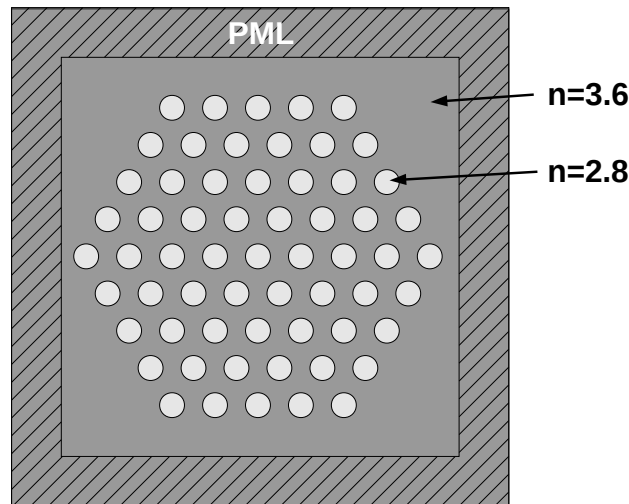
La température maximale de fonctionnement est de 136 K.

### 8.3.4 Identification des modes en utilisant les propriétés du champ lointain

#### Quelques détails sur les simulations numériques utilisées

Afin de calculer le profil de champ lointain nous avons utilisé le formalisme développé dans le chapitre 7 et les articles [113, 136]. Les champs proches des différents modes de bord de bande du CP de dimension finie sont obtenus en utilisant une simulation FDTD [137] 2D, en utilisant le programme libre MEEP [84]. La structure tridimensionnelle a été simplifiée en utilisant une approximation d'indice effectif, c'est à dire que nous avons remplacé la structure verticale par l'indice effectif correspondant, en utilisant  $n = 3.6$  pour les régions métallisées et  $n = 2.8$  pour les trous. Ces valeurs correspondent à la partie réelle des indices effectifs calculés avec une simulation unidimensionnelle de la structure verticale.  $n = 3.6$  correspond au mode fondamental d'un guide métal-métal de  $10 \mu\text{m}$  d'épaisseur. La valeur  $n = 2.8$  correspond à celle du guide air-GaAs-métal (le GaAs fait encore  $10 \mu\text{m}$  d'épaisseur). Le domaine de simulation est typiquement carré. Les conditions absorbantes sont intégrées dans la simulation en entourant le CP d'une couche d'indice 3.6 se terminant sur des PMLs (*Perfectly Matched Layer*). Cette procédure garantit que l'énergie qui arrive sur le bord du CP va continuer sans réflexion dans la couche d'indice  $n = 3.6$ , et sera à la fin absorbée dans les PML [130] (cf fig. 8.20).

Afin de calculer le champ lointain, nous utilisons ensuite le champ magnétique transverse uniquement dans les trous, comme décrit dans le chapitre 7.



**Fig. 8.20:** Géométrie utilisée pour la simulation FDTD 2D du CP. Par souci de clarté, dans le schéma seulement 4 périodes depuis le centre sont représentées. Dans la simulation, comme dans l'échantillon, 10 périodes sont utilisées.

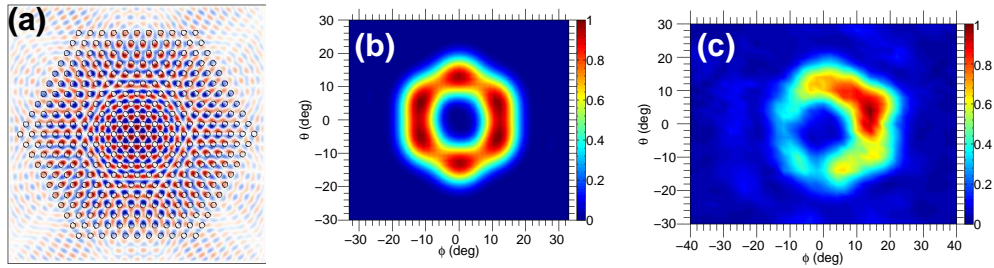
### 8.3.5 Identification de l'hexapole

Les profils de champ lointain ont été mesurés en déplaçant le détecteur (cellule de Golay) sur une sphère de 6 cm de rayon, l'échantillon étant placé au centre de celle-ci. La direction angulaire  $(\theta, \phi) = (0, 0)$  correspond à la direction normale à la surface du CP. La figure 8.21 (a) montre le champ proche théorique du mode hexapolaire du PC (mode C). Le champ électrique normal  $E_z$  est représenté en couleur. Le champ lointain calculé pour ce champ proche est représenté dans le panneau (b) de la figure 8.21. Dans le panneau (c), le champ lointain expérimental est représenté (pour un CP avec une période de  $a = 36.1 \mu\text{m}$ ).

L'accord entre la théorie et la pratique est bonne, nous pouvons ainsi confirmer que l'émission provient bien du bord de bande hexapolaire. La symétrie et les valeurs angulaires sont correctement reproduites, même si le champ lointain expérimental a un profil d'intensité non symétrique. L'émission pour les énergies réduites  $a/\lambda = 0.315$  est ainsi identifiée.

### 8.3.6 Identification du monopole

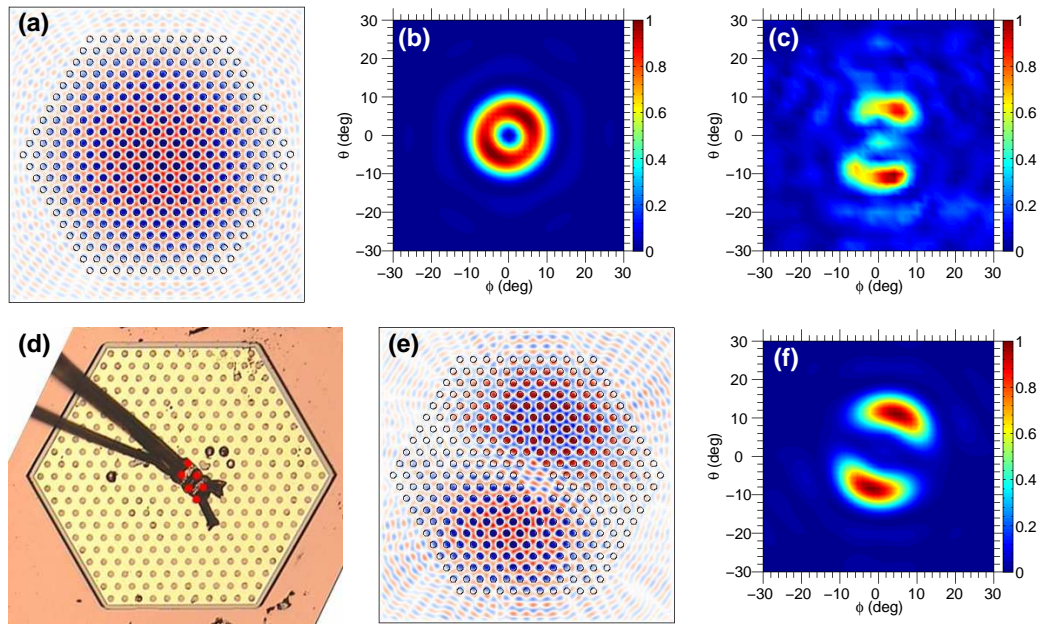
Pour l'émission à  $a/\lambda = 0.36$  en énergie réduite, que nous avons décrit comme étant le mode monopolaire, nous pouvons comme pour le mode hexapolaire comparer le champ lointain expérimental et théorique.



**FIG. 8.21:** (a) Distribution du champ électrique (composante normale au CP) obtenue en utilisant une simulation FDTD bidimensionnelle pour le bord de bande hexapolaire (mode C). La simulation fait  $800 \mu\text{m}$  par  $800 \mu\text{m}$  et englobe toute la surface du PC. Des PMLs sont placées sur les bords de la simulations. (b) Profil du champ lointain calculé pour le mode représenté dans le panneau (a). Le champ lointain a été calculé en utilisant seulement le champ magnétique transverse dans les trous. Le champ en dehors des trous, c'est à dire sous le métal a été annulé avant de faire la transformation champ proche champ lointain. (c) Profil expérimental du champ lointain, pour le mode  $a/\lambda = 0.315$ . La mesure a été faite à  $78 \text{ K}$  en balayant le détecteur (cellule de Golay) à distance constante du laser.

Le champ proche théorique pour le monopole est représenté dans la figure 8.22(a), et le champ lointain correspondant dans la figure 8.22(b). Toutefois le profil du champ lointain expérimental 8.22(c) n'est pas en bon accord avec la simulation. Pour comprendre ce résultat, il est important de prendre en compte la position de la micro-soudure qui couvre quelques trous du CP 8.22(d). La présence de la micro-soudure peut être intégrée dans la simulation en supposant simplement qu'elle remplit de métal quelques trous : un trou couvert aura un indice de 3.6 dans la simulation au lieu de 2.8. La figure 8.22(e) représente le champ électrique normal au CP ( $E_z$ ) comme pour la figure 8.22(a), mais en présence de la micro-soudure. Le champ représenté correspond au mode qui a le plus grand facteur de qualité. Le champ lointain théorique pour ce mode qui tient compte de la micro-soudure est représenté dans la figure 8.22(f). Il est en très bon accord avec la mesure expérimentale. Cela confirme que le mode  $a/\lambda = 0.36$  correspond bien au bord de bande monopolaire (mode D).

Le champ proche est composé d'une composante qui varie rapidement spatialement (de l'ordre de la période du CP), et d'une composante lente,



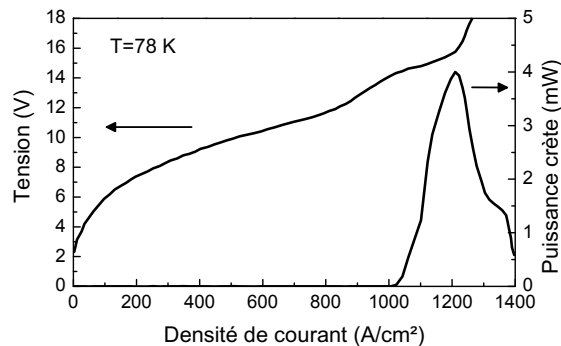
**FIG. 8.22:** (a) Distribution du champ électrique (composante  $E_z$ ), obtenue avec une simulation FDTD 2D, pour le bord de bande monopolaire (mode D). Le mode avec le facteur de qualité le plus grand est représenté. (b) Champ lointain calculé à partir du profil du mode tracé en (a). (c) Profil expérimental du champ lointain pour le mode  $a/\lambda = 0.36$ . (d) Photo du dispositif mesuré. Les cercles rouges indiquent les trous qui sont masqués par la micro-soudure. (e)  $E_z$  obtenu en FDTD 2D, pour le monopole en présence de la micro-soudure. À l'inverse de (a), l'enveloppe du champ proche a maintenant une ligne nodale. (f) Champ lointain calculé pour le mode représenté en (e). Le champ lointain expérimental (c) est en excellent accord avec celui théorique, lorsque la micro-soudure est prise en compte.



qui peut être vue comme une fonction enveloppe. Cette dernière est celle qui va être altérée par la présence de la micro-soudure. En particulier, le dispositif fonctionnant sur le bord de bande D, en l'absence de micro-soudure (fig 8.22(a)), sa fonction enveloppe ne présente pas de point nodal, alors que quand la micro-soudure centrale est prise en compte, une ligne nodale apparaît (fig 8.22(e)). Ce phénomène explique les caractéristiques du profil de champ lointain expérimental pour le bord de bande monopolaire. Pour le bord de bande hexapolaire, l'effet de la micro-soudure n'est pas pertinent : d'après les simulations la prise en compte de la micro-soudure ne change pas le profil du champ lointain.

Il est important de remarquer que le fait de pouvoir laser sur le bord de bande monopolaire est une particularité du système, puisque les trous ne sont pas gravés, mais définis uniquement par la géométrie de la métallisation. Il y a donc présence de gain dans les pseudo-trous.

### 8.3.7 Puissance crête



**FIG. 8.23:** Caractéristique LIV à 78 K d'un CP de période égale à  $36.1 \mu\text{m}$ . La puissance maximale est de 4 mW à 78 K, et de 7 mW à 10 K. Les mesures ont été faites en mode pulsé (67 kHz, 450 ns), et en utilisant un puissance-mètre (modèle Ophir) comme détecteur.

La figure 8.23 montre les caractéristiques LIV typique à la température de l'azote liquide. La puissance crête atteint 4 mW (7 mW à 10 K) en mode pulsé. En comparaison, en guide ruban, la puissance typique pour cette région active est de l'ordre d'un mW par facette, voire moins.

### 8.3.8 Mesures de polarisation

Afin d'identifier sans aucun doute possible les modes actifs dans le laser, il est utile de mesurer la polarisation du champ lointain. Le champ lointain des bords de bande du point  $\Gamma$  ont typiquement un profil d'anneau. La distinction sans ambiguïté est obtenue en mesurant la polarisation du champ lointain car celle-ci va refléter la symétrie du mode, plutôt que la forme du champ lointain.

Il y a différentes manières de calculer à partir de mesures expérimentales la polarisation du champ lointain. En chaque point du champ lointain, la polarisation est différente. En un point, et en fonction de l'angle d'un polariseur  $\theta$  l'intensité est donnée par :

$$I(\theta) = a + b \cos(2\theta + \phi) \quad (8.29)$$

$\phi$  est la direction de polarisation, et  $a$  et  $b$  deux autres paramètres à déterminer, avec  $a > b$ .

La première méthode pour mesurer la polarisation du champ lointain consiste à mesurer le champ lointain, avec un polariseur devant le détecteur pour 3 angles différents, à 0, 60 et 120 degré. On peut alors caractériser la polarisation en chaque point du champ lointain en utilisant les relations suivantes.

$$a = \frac{I_1 + I_2 + I_3}{3} \quad (8.30)$$

ou  $I_1$ ,  $I_2$ , et  $I_3$  sont les intensités mesurés pour le polariseur à 0, 60 et 120 degré. Cette relation s'obtient en notant que  $\cos(\phi) + \cos(2\pi/3 + \phi) + \cos(4\pi/3 + \phi) = 0$ . Ensuite en utilisant que  $[\cos(\phi) - \cos(2\pi/3 + \phi)]^2/3 + \cos(4\pi/3 + \phi)^2 = 1$ , on obtient :

$$b^2 = \frac{(I_1 - I_2)^2}{3} + (I_3 - a)^2 \quad (8.31)$$

et ainsi

$$\phi = \cos^{-1} \left( \frac{I_1 - a}{b} \right) \quad (8.32)$$

Ainsi en mesurant le champ lointain pour trois polarisations différentes, on peut caractériser le profil de polarisation en utilisant les relations 8.30, 8.31 et 8.32. Cette technique est pratique expérimentalement car elle nécessite seulement de répéter la mesure de champ lointain qui peut se faire de manière automatique, pour trois polarisations différentes. Néanmoins elle a un point faible : elle nécessite que les propriétés du laser reste stable

dans le temps, ainsi que la transmission de l'atmosphère. Or dans le THz, la transmittance est très sensible aux variations d'humidité, ce qui rend les valeurs de polarisation obtenues beaucoup moins précises. Nous avons donc choisi une autre méthode pour la caractériser :

Les mesures ont été faites de la manière suivante : nous avons déplacé un détecteur (le bolomètre) suivant un plan parallèle au CP, à une distance de 12 cm de celui-ci. Nous avons divisé le champ lointain en une centaine de points, et pour chacun, nous avons tourné le polariseur, placé devant le détecteur, pour trouver le signal maximum et le signal minimum. Cette méthode nous permet de connaître la direction de polarisation, ainsi que le ratio entre le minimum du signal polarisé et le maximum. De cette façon cette technique de mesure permet l'obtention des paramètres de polarisation, indépendamment de la réponse angulaire du système, ainsi que les variations dans le temps du taux d'humidité de l'air ou de la puissance du laser.

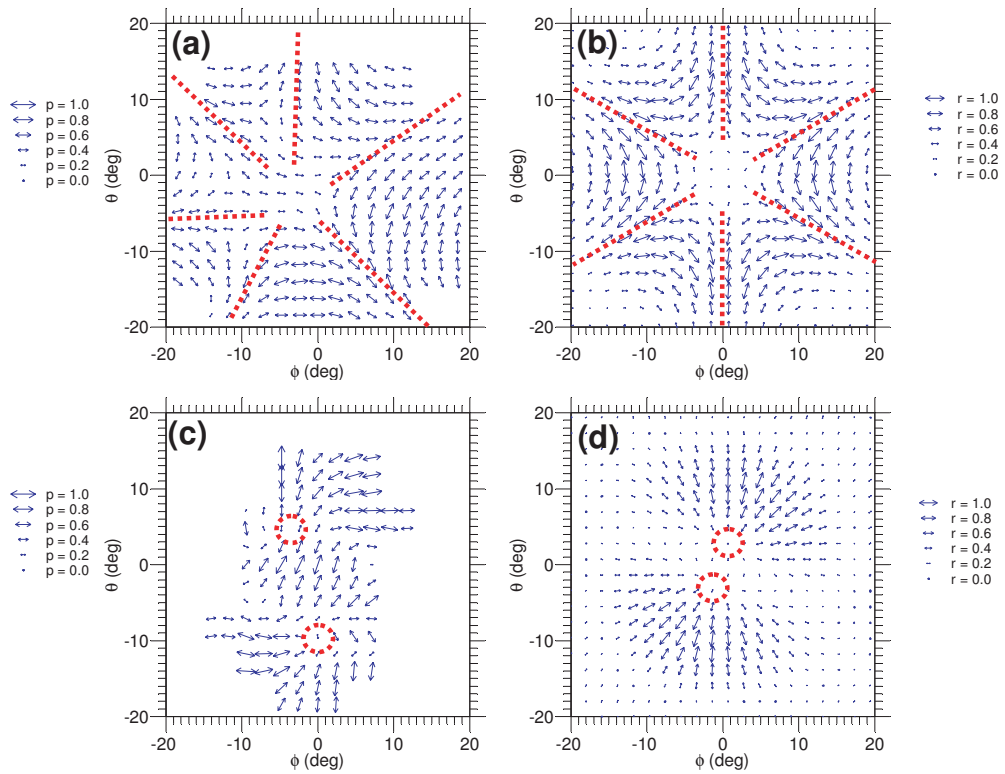
La figure 8.24 montre les résultats des mesures de polarisation du champ lointain comparées avec les calculs théoriques. Pour représenter la polarisation, nous avons utilisé des flèches indiquant la direction de la polarisation du champ électrique, et dont sa longueur correspond à :

$$p = \frac{I(\theta_{max}) - I(\theta_{min})}{I(\theta_{max}) + I(\theta_{min})} \quad (8.33)$$

où  $I(\theta)$  est l'intensité mesurée en fonction de l'angle  $\theta$  du polariseur,  $\theta_{min}$  et  $\theta_{max}$  sont respectivement les angles du polariseur pour le minimum et le maximum de l'intensité (ils sont à  $90^\circ$  l'un de l'autre). C'est à dire que les flèches les plus longues correspondent à une polarisation linéaire.

La polarisation des champs lointains expérimentaux est représentée dans les panneaux (a) (mode  $a/\lambda = 0.315$ ) et (c) (mode  $a/\lambda = 0.36$ ) de la figure 8.24. Les panneaux (b) et (d) correspondent aux calculs numériques pour le mode hexapolaire et le mode monopolaire ( en tenant compte de la micro-soudure). Pour le mode hexapolaire, une symétrie d'ordre 6 peut être identifiée. Les directions radiales de la polarisation sont indiquées par des lignes rouges pointillées, et sont présentes dans les mesures expérimentales ainsi que théorique. Pour le mode monopolaire, la comparaison est un peu plus difficile, mais deux points attractifs (entouré en rouge) peuvent être identifiés dans l'expérience et la simulation. L'accord qualitatif entre les mesures et l'expérience confirme l'identification de l'hexapole ainsi que celle du monopole.

### 8.3 . IDENTIFICATION ET PRÉDICTION DU CHAMP LOINTAIN



**FIG. 8.24:** Comparaison de la polarisation du champ lointain expérimentale et théorique. Les flèches représentent la direction du champ électrique. **(a)** et **(c)** sont les mesures expérimentales, pour les dispositifs fonctionnant sur l'hexapole (mode C) et le monopole (mode D). Un point sur deux a été mesuré et l'autre a été obtenu par une interpolation. La direction des flèches correspond au maxima de la polarisation du champ électrique. La longueur des flèches représentent le ratio  $p = \frac{I(\theta_{max}) - I(\theta_{min})}{I(\theta_{max}) + I(\theta_{min})}$ . Plus les flèches sont longues plus la polarisation est proche d'une polarisation linéaire. Les lignes rouges hachurées sont des guides visuels. **(b)** et **(d)** sont les simulations du champ lointain pour l'hexapole et le monopole (en prenant en compte l'effet de la micro-soudure). La longueur de la flèche représente l'intensité du champ lointain calculé (valeur de r sur l'échelle à droite) normalisée à 1.

### 8.3.9 Conclusion

Nous avons ainsi pu identifier précisément les deux modes de bords de bande qui lasent pour les CP étudiés. Nous avons aussi obtenu un très bon accord entre les profils théoriques des champs lointains expérimentaux et théoriques, ce qui valide l'approche 2D pour calculer le champ lointain. Cela va être très utile par la suite, car nous savons maintenant que le problème a priori 3D (et donc difficile à simuler) peut être simplifié en un problème 2D, et ainsi accessible par les simulations sans trop de difficulté.

Nous avons maintenant tous les éléments pour exploiter la puissance des cristaux photoniques et prédire le champ lointain afin d'obtenir un seul lobe étroit angulairement, ainsi qu'une optimisation du facteur de qualité pour essayer d'augmenter encore la température maximale de fonctionnement.

## 8.4 Ingénierie du champ lointain et du facteur de qualité

### 8.4.1 Introduction

Nous avons vu que les calculs du champ lointain sont en très bon accord avec l'expérience. Nous pouvons donc prédire le profil spatial de l'émission du CP, et ainsi chercher avec l'aide des simulations le moyen d'obtenir un champ lointain ne contenant qu'un seul lobe étroit.

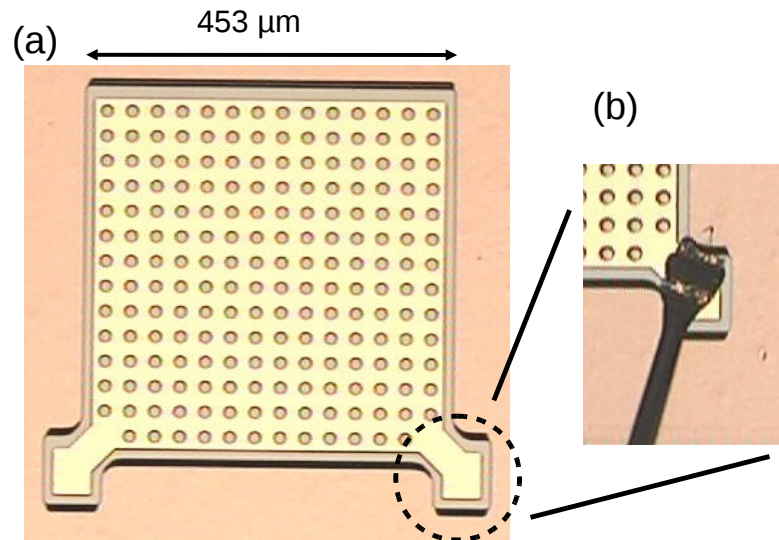
En même temps, nous allons montrer comment augmenter le facteur de qualité des CPs en variant le rayon des trous le long du CP. Il est très utile d'augmenter le facteur de qualité puisque cela permet de diminuer la densité de courant de seuil laser, ainsi que d'augmenter la température maximale de fonctionnement ( $T_{max}$ ). En outre cela permet de réduire la surface des dispositifs et donc de diminuer le courant de seuil laser.

### Utilisation du réseau carré

Une technique pour obtenir un champ lointain ne contenant qu'un seul lobe consiste à introduire un déphasage de  $\pi$  au centre du cristal photonique. Nous verrons plus loin que pour pouvoir l'utiliser avec des CPs il faut utiliser un réseau carré [138]. L'utilisation de réseau carré a néanmoins un désavantage : pour des surfaces égales un réseau carré aura un facteur de qualité plus faible qu'un réseau trigonal. Cela provient du fait que la densité de trou dans un réseau trigonal est plus importante. Ce problème sera résolu par l'utilisation de CP graduel, où le rayon des trous varie le long du CP, ce qui permet d'augmenter le facteur de qualité.

### Géométrie des cristaux photoniques

Comme précédemment nous utiliserons des CPs définis seulement par la géométrie du métal, et nous utiliserons les conditions aux bords absorbantes.



**FIG. 8.25:** Géométrie des cristaux photoniques avec un réseau carré de trous. Le CP est défini uniquement par la géométrie du métal supérieur. La partie entourée est introduite pour appliquer la micro-soudure. Tout le CP, est entouré d'un bord absorbant. **(b)** Zoom du bord du dispositif avec la micro-soudure.

Une photo des dispositifs est présentée dans la figure 8.25. La surface des dispositifs a été réduite d'environ 30 % par rapport aux cristaux photoniques précédents.

Nous avons montré dans les paragraphes précédents que la micro-soudure perturbe le champ lointain, ainsi nous avons ajouté deux excroissances au CP (*pads*) (entourées par un cercle en pointillés dans la figure 8.25) afin de pouvoir contacter électriquement le CP, en perturbant le moins possible le mode optique. Par simplicité de fabrication, nous avons laissé la région active en dessous du *pad* pour la soudure. Cette région est alors pompée électriquement. Pour que cela n'augmente pas trop fortement le courant de seuil laser, nous avons réduit ses dimensions au minimum, laissant juste la surface nécessaire pour pouvoir faire la micro-soudure (cf fig. 8.25 panneau (b)). Il est important de remarquer que ce *pad* pourrait éventuellement être une cavité laser. Néanmoins, puisqu'il

est entouré de bord absorbant, sa taille est trop petite pour qu'il puisse permettre un mode laser. Sa taille est en effet similaire aux microcavités étudiées dans le chapitre 5, et celles-ci ne sont pas fonctionnelles lorsque le bord absorbant est présent.

La région active utilisée est la structure phonon résonant à trois puits quantiques, de fréquence centrale 2.7 THz. Cette structure nécessite des densités de courant importantes, nous avons donc dû utiliser deux *pads*. En n'en utilisant qu'un seul, le courant est trop important et le dispositif grille là où la densité de courant est maximale, c'est à dire dans les zones les plus étroites. Pour la même raison, nous avons retiré un trou à coté du *pad*.

#### 8.4.2 Identification du mode de bord de bande en réseau carré

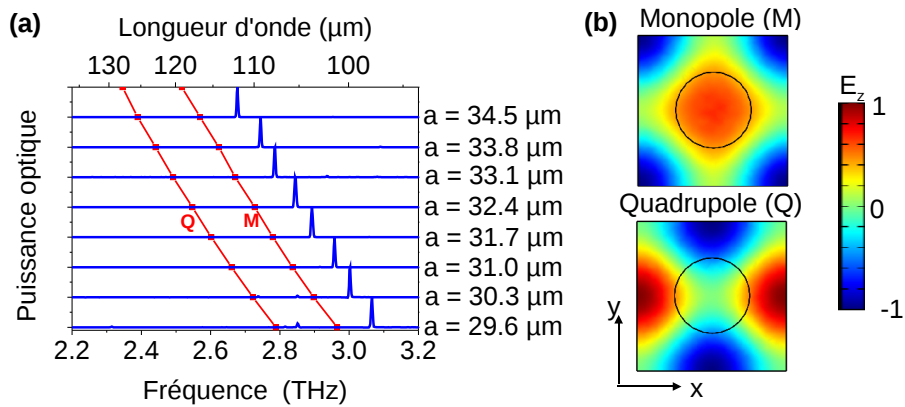
Avant d'améliorer les performances des lasers CP, nous devons au préalable identifier le mode laser pour ce réseau carré. Cette identification a été faite avec des CPs en réseau carré, comme présenté dans la figure 8.25, mais en utilisant un réseau légèrement plus grand (9 périodes depuis le centre, alors que les dispositifs présentés dans la figure 8.25 n'en contiennent que 7).

Afin d'identifier le bord de bande correspondant au mode laser, nous avons effectué deux séries de mesures. La première concerne les variations du spectre d'émission en fonction de la période, et la seconde en fonction du rayon des trous.

#### Variation de la période du CP

La figure 8.26 présente les spectres d'émission en fonction de la période du cristal photonique pour des périodes comprises entre 29.6  $\mu\text{m}$  et 34.5  $\mu\text{m}$  (le pas est de 0.7  $\mu\text{m}$ , et le ratio du rayon sur la période est égal à  $r/a = 0.25$ ). Les périodes du CP ont été choisies afin de pouvoir observer l'émission des deux bords de bande susceptibles de laser pour ce réseau carré. Ces deux bords de bande sont le monopole ainsi que le quadrupole (ils sont représentés dans la fig. 8.26(b)), le quadrupole étant l'équivalent de l'hexapole du réseau triangulaire.

Les mesures expérimentales montrent (cf fig. 8.26) qu'un seul bord de bande lase. En comparant les fréquences expérimentales en fonction des simulations il est probable que l'émission provient du bord de bande monopolaire. Même pour des fréquences éloignées du maximum du gain (il est centré autour de 2.7 THz), seul un bord de bande lase.

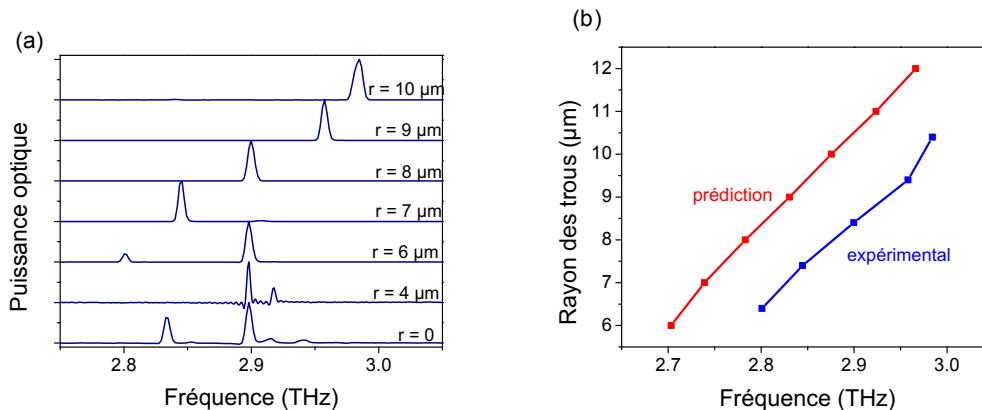


**FIG. 8.26:** (a) Spectres d'émission des cristaux photoniques utilisant un réseau carré de trous. Les différents spectres correspondent à différentes périodes. Les mesures ont été acquises en mode pulsé (20 kHz, 300 ns), en utilisant un spectromètre à transformée de Fourier, dont la résolution est égale à  $0.125 \text{ cm}^{-1}$ . Le détecteur utilisé est le *DTGS Far-IR*. Les mesures ont été acquises à la température de 78 K, et pour le courant correspondant à la puissance d'émission maximale des dispositifs. Les deux lignes rouges correspondent aux simulations obtenues par un calcul 3D de la cellule élémentaire, pour les bord de bande quadrupolaire (Q) et monopolaire (M). (b) Distribution du champ électrique  $E_z$  dans la cellule élémentaire pour ces deux bords de bande (les images correspondent à des coupes au centre de la région active).



### Variation du rayon des trous du CP

Afin de confirmer que le bord de bande est le monopole, nous pouvons comparer les fréquences lasers en fonction du rayon des trous. Le comportement en fonction du rayon des trous est différent pour le monopole et le quadrupole. À l'inverse du quadrupole, l'énergie du monopole est localisée dans le "pseudo-trou", ainsi sa fréquence de résonance est sensible aux dimensions des "pseudo-trous".



**FIG. 8.27:** (a) Spectres d'émission en fonction du rayon des trous du CP. Les mesures ont été acquises avec les mêmes paramètres que pour la figure 8.26. (b) La figure représente la fréquence (axe horizontal) du monopole en fonction du rayon des trous (axe vertical). Les fréquences expérimentales sont représentées en bleues et les simulations en rouges.

La figure 8.27 (a) présente les spectres expérimentaux en fonction du rayon des trous (la période est de 31.7  $\mu\text{m}$ , et les rayons sont de 0, 4, 6, 7, 8, 9, 10  $\mu\text{m}$ ). Pour des trous dont le rayon est inférieur ou égal à 6  $\mu\text{m}$ , on observe une émission multimode et insensible à la taille des trous. L'émission laser provient très probablement de modes de type *whispering gallery* (la position des pics est similaire à celle du CP sans trou ( $r = 0$ ), c'est à dire une cavité carré.). Pour les trous plus large, le spectre devient monomode, et la position des pics varie avec la taille des trous. Cette courbe est très intéressante car on observe la transition entre les modes de type *whispering gallery* vers l'émission du bord de bande du CP.

Pour des rayons plus grand que 6  $\mu\text{m}$ , lorsque l'émission provient du bord de bande, on peut comparer la fréquence d'émission à la fréquence

du bord de bande calculée en utilisant une cellule élémentaire 3D. La figure 8.27 (b) présente ces simulations en comparaison avec les fréquences expérimentales. Même si la fréquence d'émission n'est pas prédite correctement, la variation avec le rayon des trous est identique entre la simulation et les mesures expérimentales. La fréquence expérimentale du monopole est plus grande que celle théorique, comme observé pour le réseau trigonal (cf fig. 8.18). Cela confirme que pour le réseau carré, seul le bord de bande monopolaire lase. Il est probable que le quadrupole ne lase pas car son facteur de qualité est plus faible <sup>13</sup>. Ainsi nous chercherons à optimiser seulement les performances du mode monopolaire.

### 8.4.3 Cristaux photoniques graduels

Nous avons vu qu'en réseau carré, le mode laser correspond au mode monopolaire. Nous allons montrer comment on peut augmenter le facteur de qualité en variant progressivement le rayon des trous du CP.

Le facteur de qualité des cavités à CP peut être séparé en trois parties :

$$\frac{1}{Q_{tot}} \simeq \frac{1}{Q_{mat}} + \frac{1}{Q_{\parallel}} + \frac{1}{Q_{out}} \quad (8.34)$$

où  $Q_{tot}$  est le facteur de qualité total,  $Q_{mat}$  correspond au facteur de qualité lié aux pertes dans le matériau,  $Q_{\parallel}$  correspond aux photons qui s'échappent par les bords du CP (cf fig. 8.28) et  $Q_{out}$  correspond à l'émission verticale. On rappelle que le facteur de qualité est lié aux pertes par unités de longueur ( $= \alpha$ ) par la relation suivante :

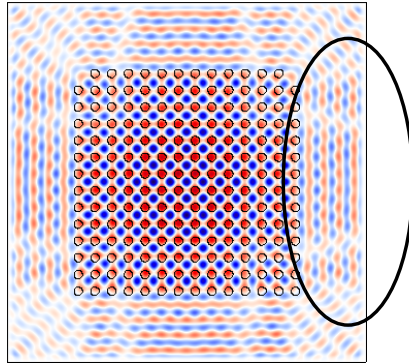
$$Q = \frac{2\pi n_{eff}}{\lambda \alpha} \quad (8.35)$$

où  $n_{eff}$  est l'indice effectif du mode considéré.

Afin de pouvoir augmenter le facteur de qualité, nous allons tout d'abord donner une estimation de chacun des trois termes le composant. Le premier  $Q_{mat}$  correspond approximativement aux pertes dans un guide métal métal. Pour des pertes de  $15 \text{ cm}^{-1}$  et pour une longueur d'onde de  $\lambda = 110 \text{ }\mu\text{m}$ , on obtient en utilisant la relation 8.35 :

$$Q_{mat} \approx 140 \quad (8.36)$$

<sup>13</sup>Nous pouvons comparer le facteur de qualité parallèle  $Q_{\parallel}$ , qui sera défini un peu plus loin. Nous le calculons en utilisant la structure complète (toutes les périodes) avec une simulation FDTD 2D. Pour un CP de 7 périodes depuis le centre, nous obtenons un facteur de qualité de 64.9 pour le monopole et de 23.4 pour le quadrupole.



**FIG. 8.28:** Simulations du mode monopolaire sur tout le CP. La partie encerclée correspond aux photons s'échappant du bord du CP, et seront la cause du facteur de qualité parallèle  $Q_{//}$ .

$Q_{//}$  est estimé en utilisant des simulations de cristal photonique 2D, ne contenant aucune pertes, sauf les PMLs (cf chapitre 7), et on obtient (le mode est représenté dans la fig 8.28) :

$$Q_{//} \approx 60 \quad (8.37)$$

Nous allons estimer les pertes par émission de manière très grossière, afin d'avoir un ordre de grandeur de  $Q_{out}$ . Pour un ruban métal-métal, les pertes par émission correspondent aux pertes des facettes, qui sont de  $1.6 \text{ cm}^{-1}$  pour un ruban de 2 mm de long (la réflectivité des facettes est supposée être de 72 % en énergie). Pour des rubans de même surface que le CP, la puissance crête typique des rubans est de l'ordre d'environ 1 mW par facette. La puissance des PC est légèrement plus importante, de l'ordre de quelques mW, supposons 5 mW par exemple, c'est à dire 2.5 fois plus importante que pour les rubans. Les pertes par émission des cristaux photoniques sont alors de l'ordre de  $2.5 * 1.6 = 4 \text{ cm}^{-1}$  ce qui correspond à un facteur de qualité :

$$Q_{out} \sim 500 \quad (8.38)$$

Cette valeur est très approximative, mais reste néanmoins largement supérieure aux autres parties constituant le facteur de qualité total. Ce ne sera donc pas le facteur limitant.

D'après les valeurs des composantes du facteur de qualité (eq. 8.36, 8.37 et 8.38), les facteurs limitant le facteur de qualité vont être les pertes du matériau et les photons s'échappant du bord du CP. Les pertes du matériau sont difficile à améliorer. Nous chercherons donc à optimiser le  $Q_{//}$ , en modifiant la conception du résonateur optique.

### Optimisation du $Q_{\parallel}$

Dans un CP, le mode de bord de bande est délocalisé sur toute la surface du CP, et sa fonction enveloppe est quasiment constante sur tout le cristal photonique. Pour augmenter le  $Q_{\parallel}$ , il faut arriver à confiner légèrement le bord de bande afin qu'il y ait moins d'énergie sur le bord du CP. Néanmoins cette localisation ne doit pas être trop forte, car si le mode est trop localisé, le champ lointain sera plus étendu.

Notre structure se prête bien à une optimisation de ce type : nous pouvons briser légèrement l'invariance par translation du CP, en modifiant le rayon des trous le long du CP. En faisant cela, on ne risque pas de confiner trop fortement le mode optique, car ce réseau ne présente pas de bande interdite.

Il est important de remarquer que l'augmentation du  $Q_{\parallel}$  est intrinsèquement très différente de l'utilisation de bords réfléchissants. Pour ces derniers, le  $Q_{\parallel}$  de tous les modes possibles est plus grand que celui obtenu avec un bord absorbant. L'optimisation en changeant la taille des trous est radicalement différente : nous allons chercher à optimiser seulement un mode particulier (le monopole dans notre cas), et cette optimisation n'augmentera pas le  $Q_{\parallel}$  des autres modes de type *whispering gallery* par exemple. Ce faisant, on gardera les pertes assez différentes entre les différents modes possibles, ce qui permettra la compétition entre les modes et ainsi l'émission mono mode spectrale, condition nécessaire pour contrôler le mode optique du CP.

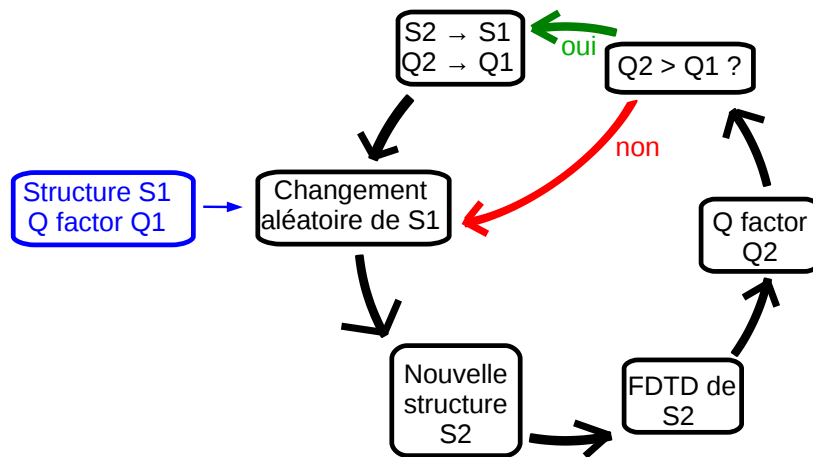
L'optimisation du facteur de qualité est inspirée de l'utilisation de CP graduel, où le rayon des trous varie le long du CP [139]. Ce concept a été développé pour les modes de microcavité d'un CP [140], typiquement en présence d'un gap photonique complet. Nous démontrons ici, son extension pour les lasers fonctionnant sur les modes de bord de bande de la structure photonique.

### Automatisation de l'optimisation

Pour optimiser le  $Q_{\parallel}$ , nous utiliserons un CP de sept périodes depuis le centre, et dont la période est de  $32.4 \mu\text{m}$ . Cette optimisation concerne uniquement la variation des rayons des trous, la période étant fixe.

Pour calculer le  $Q_{\parallel}$ , nous avons utilisé une simulation FDTD 2D (en utilisant MEEP) tel que défini dans le chapitre 7. Afin d'accroître le  $Q_{\parallel}$  nous avons utilisé une approche numérique en procédant par itération.

Le schéma 8.29 représente la boucle numérique utilisée pour augmenter le facteur de qualité. L'initialisation de la boucle consiste à calculer le

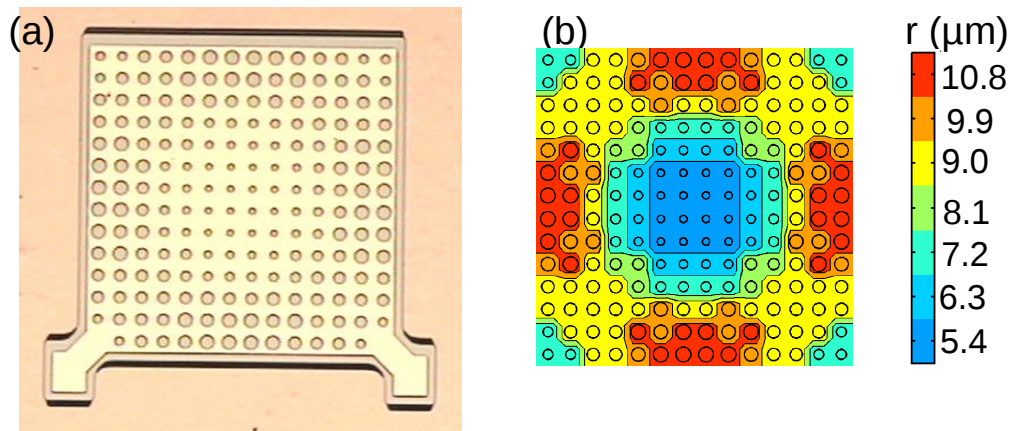


**FIG. 8.29:** Principe de l'optimisation numérique du  $Q_{//}$  des cristaux photoniques.

$Q_{//}$  d'un CP dont tous les trous ont la même dimension. Ensuite aléatoirement on change le rayon d'un trou (choisi parmi les 7 valeurs de rayons suivantes 5.4 / 6.3 / 7.2 / 8.1 / 9.0 / 9.9 et 10.8  $\mu\text{m}$ ). On calcule le  $Q_{//}$  de ce nouveau CP. Si le facteur de qualité augmente, ce sera alors la nouvelle structure initiale pour la prochaine boucle. S'il n'augmente pas, on revient en arrière pour essayer un autre changement aléatoire.

Pour réduire le temps de calcul de chaque boucle nous avons utilisé les symétries verticale et horizontale, afin de n'avoir à calculer qu'un seul quart de la structure. Le calcul du  $Q_{//}$  de chaque structure dure alors environ 1 minute. Après quelques milliers de boucles la structure converge. Ce n'est pas a priori la meilleure structure possible, néanmoins il est très probable qu'elle en soit proche, cela pour deux raisons : tout d'abord les variations du rayon des trous dans la structure finale sont assez graduelles, ce qui n'est pas le cas pour les CP intermédiaires. En outre, le facteur de qualité dépend du rayon de chaque trou, c'est à dire qu'il dépend de  $N$  paramètres indépendants ( $N$  étant le nombre de trous du CP). Il est alors peu probable qu'il existe un maximum local de  $Q_{//}$  dans cet espace à  $N$  dimensions. Cela implique que si on trouve une structure, dont la modification du rayon de chaque trou va diminuer le  $Q_{//}$ , il y a de fortes chances que ce soit la structure optimale.

En outre, le fait de trouver le même résultat final, en faisant deux optimisations séparées, confirme le caractère optimal de la structure finale, puisque les optimisations utilisent une amélioration aléatoire.



**FIG. 8.30:** (a) Photos du CP optimisé. La période du CP est de  $32.4 \mu\text{m}$ . (b) Détails des différents rayons de chaque trous en code couleur. En bleu foncé sont représentés les trous les plus petits (de  $5.4 \mu\text{m}$  de rayon) et en rouge les plus grands ( $r=10.8 \mu\text{m}$ ).

Pour un CP en réseau carré de sept périodes depuis le centre, l'optimisation augmente le  $Q_{\parallel}$  d'un facteur 2 en passant de 63.5 à 126.5.

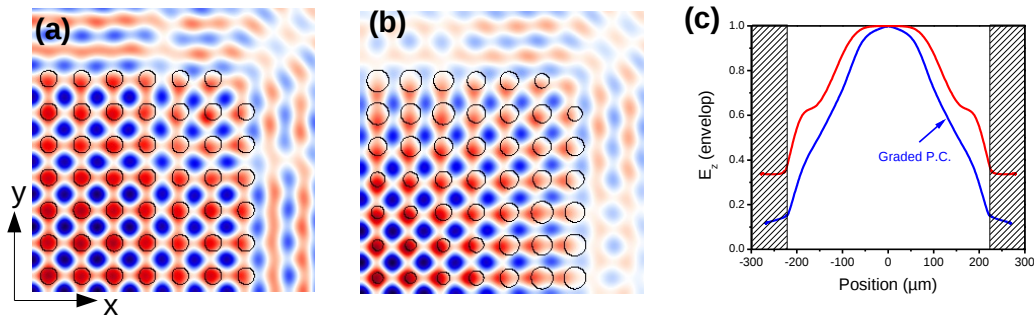
La figure 8.30 représente le résultat de l'optimisation. Au centre du CP, les trous sont plus petits, de tailles moyennes dans les coins, et les plus grands au centre de chaque coté. Le détail des dimensions de chaque trous est indiqué dans le panneau (b) de la figure 8.30.

### Profil de champ du PC graduel : pourquoi le facteur de qualité est élevé

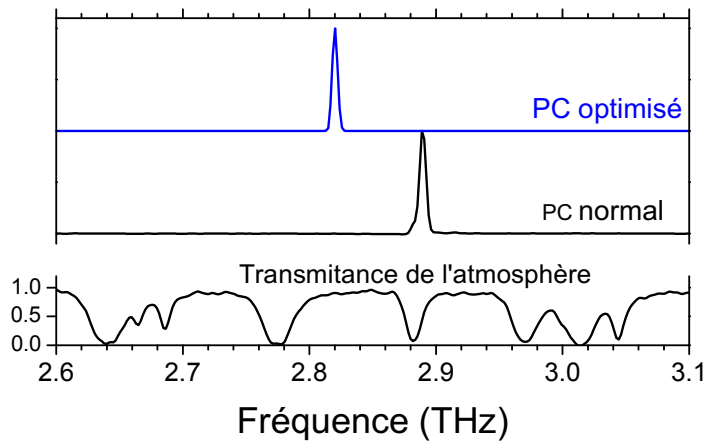
La figure 8.31 montre le profil du champ pour le CP de référence (panneau (a)) et le CP graduel (panneau (b)). En particulier la distribution de la fonction enveloppe du champ électrique reste spatialement délocalisée (condition nécessaire pour un champ lointain angulairement étroit), mais la fuite d'énergie du bord du CP est réduite (partie grisée dans fig. 8.31 (c)). Cela explique pourquoi le facteur de qualité est augmenté d'un facteur 2 pour le PC graduel.

### Résultats expérimentaux du PC graduel

Le cristal photonique optimisé lase et son spectre d'émission est mono mode (cf fig. 8.32). La fréquence d'émission est différente de celle du CP de référence. Nous ne pouvons pas prédire cette fréquence car nous ne

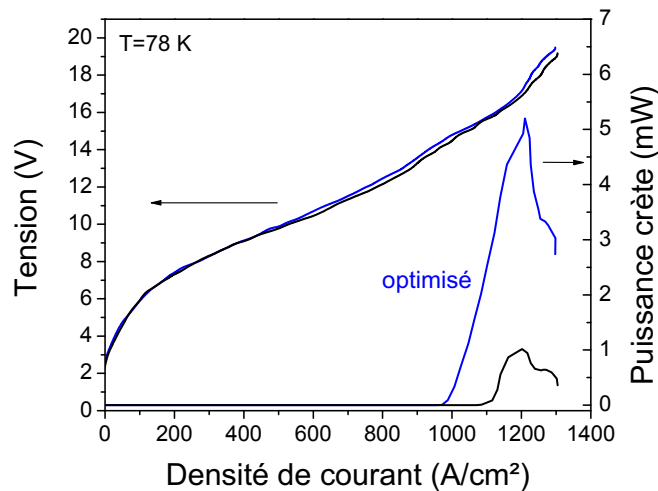


**FIG. 8.31:** Simulation de l'amplitude du champ proche de la composante du champ électrique normal au CP ( $E_z$ ). Les panneaux (a) et (b) correspondent à un quart du CP, respectivement sans et avec l'optimisation. Dans le panneau (c), est représentée la fonction enveloppe de  $E_z$ . La coupe a été prise selon la direction  $\vec{x}$  au centre du CP. Le mode du PC graduel est légèrement plus confiné que le PC uniforme. En outre, la quantité d'énergie s'échappant du CP est moindre pour le CP graduel, expliquant pourquoi son facteur de qualité est plus élevé.



**FIG. 8.32:** Spectres d'émission du CP non optimisé (en noir) et du CP optimisé (en bleu). Les deux dispositifs ont une émission spectralement mono mode. Les mesures ont été acquises à 78 K, en mode pulsé et pour le courant correspondant aux maximum de la puissance d'émission. Le spectromètre utilisé est un *FTIR* dont la résolution est de  $0.125 \text{ cm}^{-1}$ .

pouvons réussir à simuler le CP complet en 3D. Cette variation s'explique par le fait que la fréquence du mode monopolaire dépend du rayon des trous. Pour le CP graduel, tous les trous sont différents, il n'y a alors pas de raison pour que la fréquence de résonance soit la même que le CP de référence.



**Fig. 8.33:** Caractéristiques LIV. Les courbes bleues correspondent au PC optimisé, et celle en noires au PC de référence, non optimisé. Les mesures ont été acquises à 78 K. Un détecteur *DTGS FAR IR* a été utilisé pour obtenir l'allure de la courbe LI en unité arbitraire. Ensuite nous avons placé le cryostat dans une boîte purgée à l'azote afin de mesurer la puissance crête maximale (en mode pulsé 20 kHz, 500 ns), en utilisant un puissance-mètre (modèle Ophir).

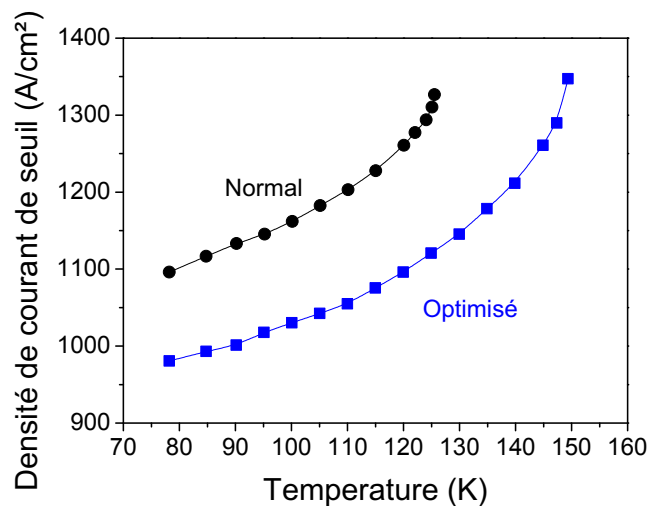
La figure 8.33 présente les caractéristiques LIV à la température de l'azote liquide. La puissance crête du PC optimisé est de 5 mW à 78 K, ce qui est 5 fois plus important que celle du dispositif de référence. Il est important de mentionner que même si les mesures de puissance ont été faites dans une boîte purgée à l'azote (afin de limiter l'absorption de la vapeur d'eau), l'humidité dans la boîte était de 5 %. Or la fréquence d'émission du dispositif de référence est exactement sur une raie d'absorption de l'eau (cf fig 8.32) alors que la fréquence du dispositif optimisé correspond à une plage où l'atmosphère est relativement transparente. Malgré les précautions utilisées pour s'affranchir de l'absorption de l'eau, nous devons mentionner que l'augmentation de la puissance du dispositif optimisée est



peut être surestimée.

L'augmentation de la puissance émise semble être principalement due à la réduction de la densité de courant de seuil d'environ 10 % pour le CP graduel, car pour les deux dispositifs la *slope efficiency* (valeur de l'augmentation de la puissance optique en fonction du courant injecté en W/A). Cela conforte que la mesure de puissance a été effectuée de manière correcte.

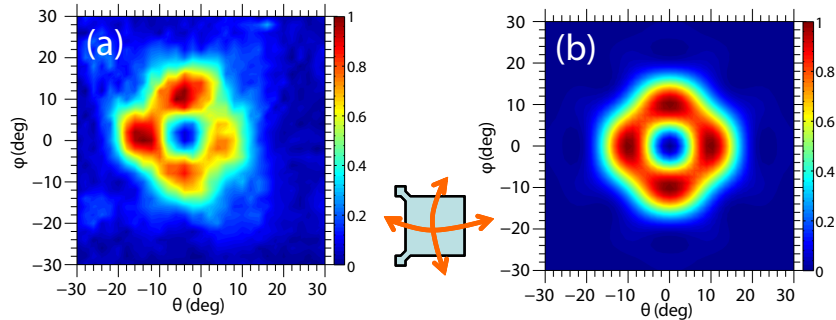
La principale amélioration concerne la dépendance en température. La figure 8.34 représente la densité de courant de seuil en fonction de la température pour le CP de référence, ainsi que pour le CP graduel.



**FIG. 8.34:** Densité de courant de seuil en fonction de la température pour le CP de référence (courbe noire) et pour le CP graduel (courbe bleue). Les températures maximales de fonctionnement sont de 124 K pour la référence et 149 K pour le CP optimisé.

L'optimisation du  $Q_{//}$  a permis d'augmenter la température maximale de fonctionnement ( $T_{max}$ ) de 25 K, en passant de 124 K à 149 K (la  $T_{max}$  de cette structure en ruban métal métal est de 165 K). Afin de vérifier que les résultats sont reproductibles, nous avons mesuré des dispositifs similaires, et nous avons trouvé des variations de la température maximale de l'ordre de 2 degrés. L'optimisation du  $Q_{//}$  est donc très utile pour les performances des PCs. Nous pouvons maintenant étudier le champ lointain de ce PC optimisé.

### Champ lointain du PC graduel



**FIG. 8.35:** Profil de champ lointain des CPs graduels. Une cellule de Golay a été utilisée pour la mesure expérimentale. Le panneau (a) correspond à la mesure expérimentale, et le panneau (b) à la simulation théorique du champ lointain.

La figure 8.35 présente le champ lointain expérimental ainsi que le champ lointain calculé. Le profil en forme d’anneau est typique des structures à CP avec émission par la surface. La théorie est en très bon accord avec l’expérience, et reproduit dans les détails le profil du champ lointain. On note néanmoins qu’à la différence de la simulation, le profil expérimental n’est pas centré en  $(\theta, \phi) = (0, 0)$  mais plutôt en  $(\theta, \phi) = (-4^\circ, 0^\circ)$ . Cette petite variation est due au banc de mesure expérimental qui n’est pas parfaitement aligné. Pour cette mesure, le cryostat est maintenu par le haut par un bras fixe, et à cause du poids du cryostat il penche légèrement (de l’ordre de  $5^\circ$ ). Cela permet d’expliquer le décalage du champ lointain expérimental.

On note que le profil expérimental du champ lointain, est beaucoup plus propre et symétrique que ceux présentés dans les paragraphes précédents. Cela est probablement dû à l’introduction du *pad* pour la microsoudure, qui réduit la perturbation du mode optique liée au contact électrique.

#### 8.4.4 Le $\pi$ shift

Afin de pouvoir obtenir un champ lointain ne contenant qu’un seul lobe, nous allons au préalable donner une vision intuitive du profil de champ lointain. Avant d’étudier les CPs, nous commencerons par étudier leurs semblables unidimensionnels, c’est à dire les lasers à contre-réaction distribuée du second ordre (*2<sup>nd</sup> order DFB*).

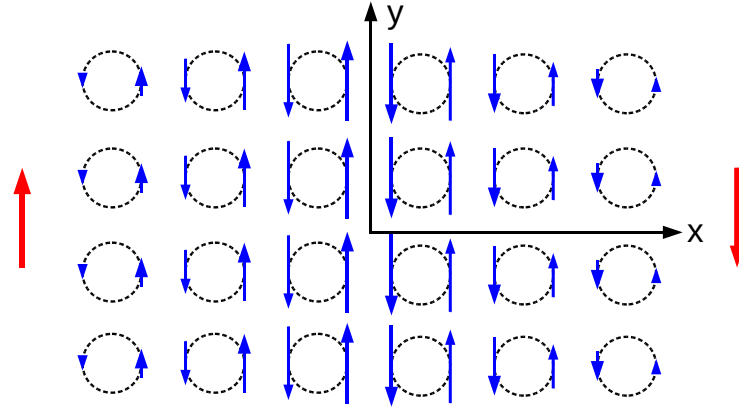
Le profil de champ lointain d'un laser DFB du second ordre, présente deux lobes dans la direction du réseau, symétriques par rapport à la direction verticale. C'est la conséquence directe de la symétrie du mode laser.

La symétrie concerne deux aspects : la symétrie au niveau de la cellule élémentaire, et la symétrie globale de la fonction enveloppe du CP, la fonction enveloppe étant les variations lentes du champ.

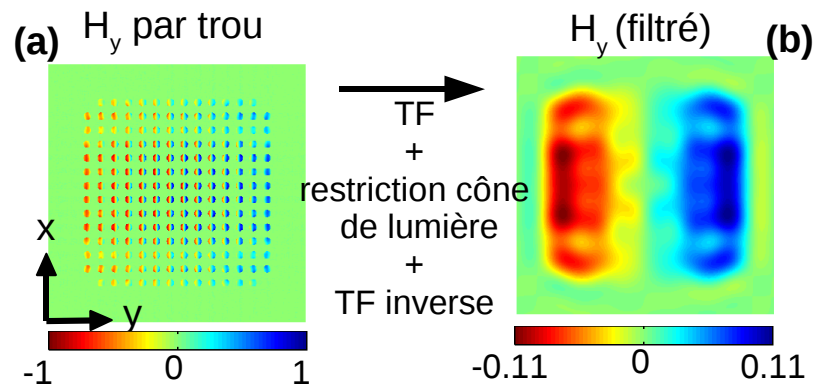
Commençons par étudier une structure infinie et périodique. Au niveau de la cellule élémentaire les modes sont soit symétriques soit antisymétriques (la symétrie concerne le champ transverse). Les modes antisymétriques ne se couplent pas avec l'émission verticale à cause d'interférences destructives. Ils n'ont alors pas de pertes par émission. Les modes symétriques se couplent avec l'émission verticale, et engendrent des pertes par radiation qui peuvent être très importantes (des valeurs d'environ  $50 \text{ cm}^{-1}$  ont été calculées pour des lasers à cascade THz [81]). La compétition entre les modes va alors favoriser les modes antisymétriques pour l'émission laser.

Ce sont les modes antisymétriques au niveau de la cellule élémentaire qui vont laser, car leurs pertes par émission sont nulles lorsque l'on considère une structure infinie. Les échantillons ont une dimension finie, ainsi les interférences destructives ne seront que partielles, et ces modes antisymétriques se coupleront à l'émission verticale. L'antisymétrie de la cellule élémentaire va se retrouver sur les variations lentes du champ transverse qui présentera aussi une antisymétrie. Les variations lentes (fonctions enveloppes) peuvent être obtenues par exemple en prenant la moyenne du champ transverse par trou. Cela implique que pour un DFB du second ordre, comme pour un CP bidimensionnel, que l'émission dans la direction purement verticale est nulle.

Le schéma 8.36 décrit ce principe de manière intuitive : pour une structure infinie, pour chaque cellule élémentaire le mode est antisymétrique, mais lorsque l'on considère une structure finie, le mode n'est pas tout à fait antisymétrique, et une composante va dominer. Il est important de rappeler que pour le profil de champ lointain seules les composantes à l'intérieur du cône de lumière ont un effet, c'est à dire les composantes spatiales lentes. Les variations rapides au niveau de la cellule élémentaire ne vont pas contribuer, puisque ces variations s'effectuent à des longueurs plus petite que la longueur d'onde, et ainsi sont en dehors du cône de lumière en espace de Fourier. La figure 8.37 illustre ce phénomène. Si on filtre le champ pour ne laisser que les composantes qui sont à l'intérieur du cône de lumière, on n'observe plus les variations rapides au niveau de chaque période du CP.



**FIG. 8.36:** Schéma de la forme du champ magnétique transverse  $H_y$  pour un CP fini. Le mode est presque antisymétrique pour chaque période, mais à cause de la taille finie du CP, l'antisymétrie de la cellule élémentaire est brisée, et cela entraîne que deux zones se forment, de part et d'autre de l'axe Oy, où la composante moyenne du champ magnétique par trou va être de même signe.



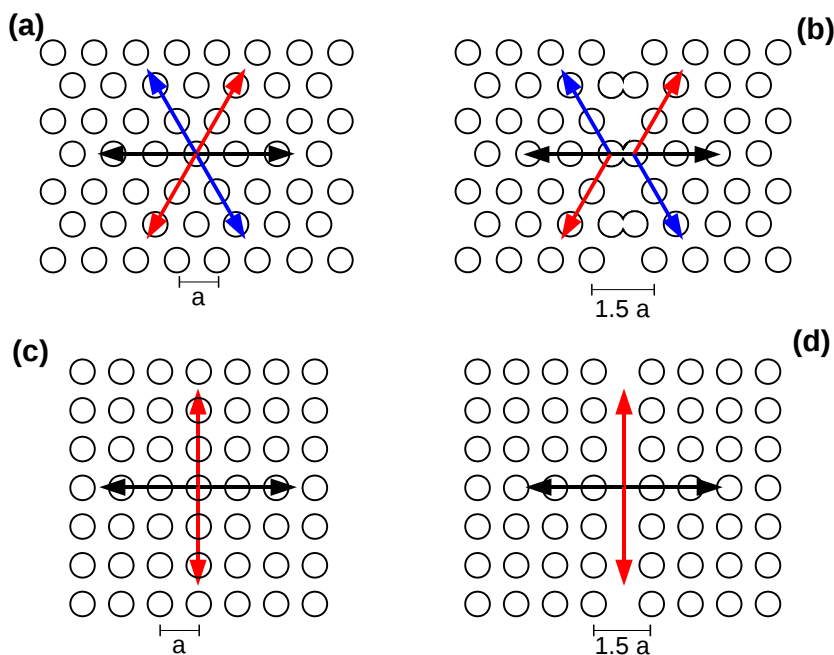
**FIG. 8.37:** (a) Champ transverse  $H_y$  dans les trous. Le panneau (b) représente le même champ, après avoir utilisé un filtre, qui ne laisse que les composantes qui sont dans le cône de lumière en espace de Fourier.

### Le pi shift

Ainsi à cause de l'antisymétrie de la fonction enveloppe le champ lointain aura un noeud dans la direction normale, c'est à dire que le champ lointain aura un profil en anneau.

Pour obtenir un champ lointain ne contenant qu'un seul lobe, il faut donc réussir à obtenir une fonction enveloppe symétrique. Pour cela une technique démontrée dans le groupe de Dan Botez [141, 142, 143] consiste à ajouter un décalage de  $\pi$  au centre du CP, c'est à dire que la phase des champs d'une moitié du CP va être inversée, et ainsi on obtiendra un mode antisymétrique au niveau de la cellule élémentaire, mais dont sa fonction enveloppe sera symétrique.

Pour les CPs bidimensionnel, l'introduction d'un  $\pi$  shift est un peu plus compliqué. Il faut en effet que celui-ci ne perturbe pas la géométrie du CP.



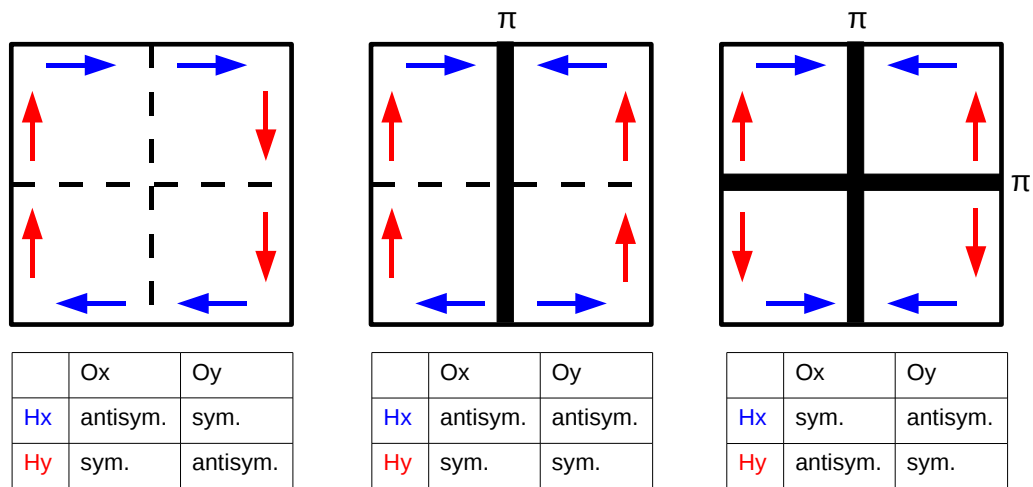
**FIG. 8.38:** Effet d'un  $\pi$  shift (vertical) pour un réseau trigonal (b) et carré (d). Il agit sur la direction horizontale en changeant sa phase de  $180^\circ$ . Dans le cas du réseau carré, à l'inverse du réseau trigonal, le  $\pi$  shift n'a pas d'effet sur les autres directions équivalentes (en couleur sur les schémas).

Comme montré dans la figure 8.38, pour un CP en réseau trigonal l'introduction d'un  $\pi$  shift, par exemple dans la direction verticale, va avoir

un effet sur la propagation des ondes horizontalement, en introduisant le déphasage voulu lorsqu'elles franchissent le centre du CP. Mais les deux autres directions à  $60^\circ$ , vont elles aussi être modifiées, selon ces directions le déphasage sera de  $= \pi / \cos(60^\circ) = 2\pi$ , c'est à dire qu'il n'y aura pas de déphasage, ce qui est désirable, néanmoins, les trous ne seront plus alignés de part et d'autre du  $\pi$  *shift*, et donc la symétrie de translation selon ces directions à  $60^\circ$  sera brisée.

Pour le réseau carré, puisque les directions équivalentes sont orthogonales, l'introduction d'un déphasage selon un direction ne perturbera pas l'autre direction.

Ainsi pour rendre la fonction enveloppe symétrique, nous utiliserons un réseau carré en ajoutant un  $\pi$  *shift*. Cependant comme on dispose d'une structure bidimensionnelle, et donc d'une fonction enveloppe doublement antisymétrique, il semble intuitif de devoir utiliser deux  $\pi$  *shift*, mais c'est une erreur. Pour le comprendre nous pouvons utiliser l'approche de la figure 8.36, en calculant la valeur moyenne du champ magnétique transverse  $H_x$  et  $H_y$ . Étudions la symétrie de ceux ci pour une structure standard, une structure avec un  $\pi$  et une structure avec un double  $\pi$  (cf fig. 8.39).

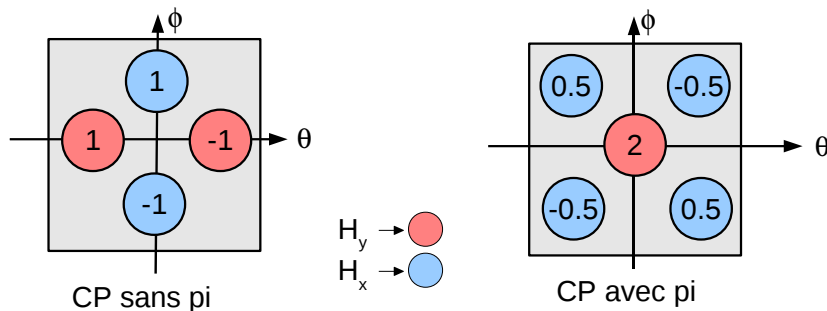


**FIG. 8.39:** Les flèches rouges (respectivement bleues) représente la moyenne du champ magnétique transverse  $H_y$  (respectivement  $H_x$ ) par quart du CP.

Nous allons décomposer le CP en quatre quarts. Pour un CP standard le champ transverse  $H_y$  est antisymétrique (par rapport à la fonction enveloppe) par rapport à la direction  $Oy$ , mais il est symétrique par rap-

port à la direction  $Ox$ . L'introduction d'un  $\pi$  *shift* selon la direction  $Oy$  va donc rendre le champ  $H_y$  doublement symétrique. Néanmoins le champ selon l'autre direction  $H_x$  va devenir doublement antisymétrique. Ainsi la symétrie d'une composante d'un champ est gagnée au détriment de la composante dans l'autre direction. L'introduction d'un deuxième  $\pi$  *shift* ne sera pas utile, et sera néfaste car aucune des deux composantes ne sera doublement symétrique comme pour  $H_y$  dans le cas d'un seul  $\pi$  *shift*.

Expérimentalement il a été démontré que l'utilisation d'un double  $\pi$  *shift* est effectivement néfaste pour les propriétés du champ lointain [138]. Dans cet article [138], le CP est pompé optiquement, et la polarisation est TE. Néanmoins, les règles de symétrie sont équivalentes, et le résultat peut être applicable à notre cas, où la polarisation est TM, et le CP pompé électriquement. L'utilisation d'un seul  $\pi$  *shift* est rapporté dans plusieurs articles pour des CPs bidimensionnels afin d'améliorer les propriétés du champ lointain [144, 145].



**FIG. 8.40:** Forme intuitive du champ lointain. Les lobes du champ lointain provenant de  $H_x$  sont indiqués en bleus et en rouges ceux provenant de  $H_y$ . Ce résultat est la conséquence directe des symétries décrites dans la figure 8.39. Les chiffres indiqués dans chaque lobe correspondent à l'intensité relative de chaque lobe (obtenue de manière intuitive).

En utilisant la symétrie des champs transverses  $H_x$  et  $H_y$ , on peut prédire de manière intuitive la forme du champ lointain comme décrit dans la figure 8.40. Par exemple la composante  $H_y$  est symétrique par rapport à la direction  $Ox$ , elle ne présentera alors pas de noeud dans la direction  $Ox$ , et un noeud dans la direction  $Oy$  ou elle est antisymétrique. Ainsi le champ  $H_y$  engendrera deux lobes dans le champ lointain.

Par ce raisonnement intuitif on peut aussi avoir une idée de l'intensité relative de chaque lobe, en supposant que l'émission provenant de  $H_x$  et  $H_y$  soit égales. Pour un CP avec un  $\pi$  *shift*, le champ  $H_y$  est doublement

symétrique, et ne présentera donc qu'un lobe dans le champ lointain, et le champ  $H_x$  est doublement antisymétrique, et présentera 4 lobes dans le champ lointain. Ainsi on obtient qu'en utilisant un  $\pi$  *shift*, le champ lointain comporte 5 lobes, dont un est quatre fois plus intense que les autres.

L'utilisation de déphasage de  $\pi$  dans un CP utilisant un réseau carré, n'engendre pas un champ lointain ne contenant qu'un seul lobe. Néanmoins, des 5 lobes, 4 lobes ont une certaine polarisation et le lobe central une polarisation orthogonale. Il serait donc possible, en utilisant un polariseur de se limiter au lobe central.

Nous verrons maintenant comment choisir le  $\pi$  *shift* afin d'augmenter éventuellement ce facteur 4 entre le lobe central et les lobes périphériques. Pour cela, nous allons utiliser les simulations de champ lointain, qui ont déjà prouvé leur très bon accord avec l'expérience.

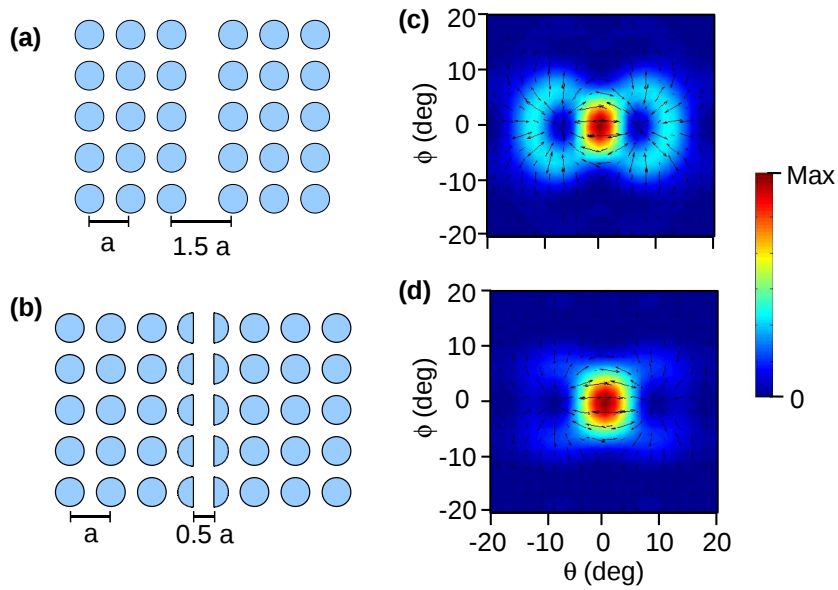
La vision intuitive de la forme du champ lointain sera confirmée un peu plus loin, dans la figure 8.43, où sont présentées des simulations plus complètes.

### 8.4.5 Choix du $\pi$ *shift*

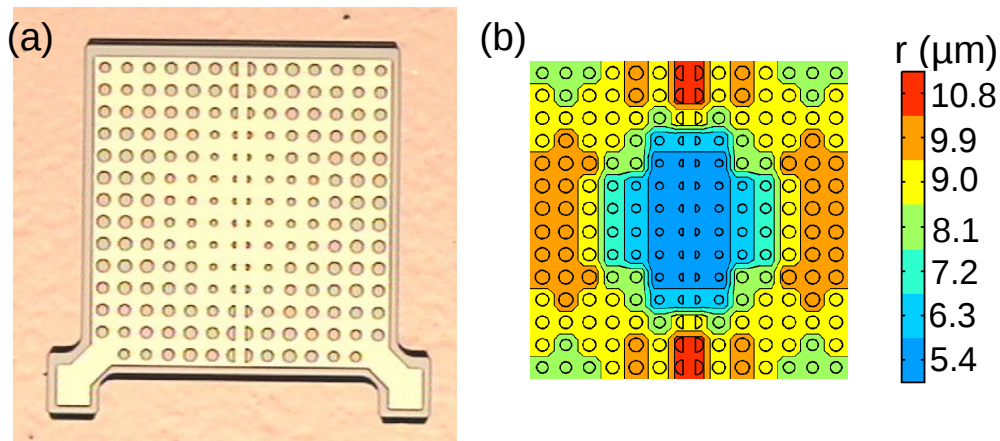
Pour la description du principe du  $\pi$  *shift*, nous avons utilisé la forme de celui-ci la plus souvent utilisée [144, 138, 145], c'est à dire qu'il est défini par une ligne centrale où la distance entre les trous est augmentée d'une demi période. Ce n'est pas forcément le choix optimal dans notre situation. Nous avons donc exploré différents types de  $\pi$  *shift*, par exemple en rapprochant les trous d'une demi période au lieu de les éloigner, ou bien en changeant la forme des trous pour les rendre elliptiques etc... Le choix pour notre structure, c'est à dire constituée de 7 périodes depuis le centre, et dont le mode laser correspond au monopole, semble optimal lorsque les trous sont divisées en deux parties et éloignées d'une demi période (cf fig. 8.41).

L'introduction du  $\pi$  *shift* peut être combinée avec l'optimisation du facteur de qualité. La figure 8.42 présente la photo d'un dispositif avec un  $\pi$  *shift* ainsi que l'optimisation. Celle-ci a été effectuée indépendamment de celle concernant les CPs sans  $\pi$  *shift*. Pour les deux optimisations le résultat est similaire : des petits trous dans le centre, des trous de tailles moyennes dans les coins, et des trous de tailles maximales au centre de chaque côté.



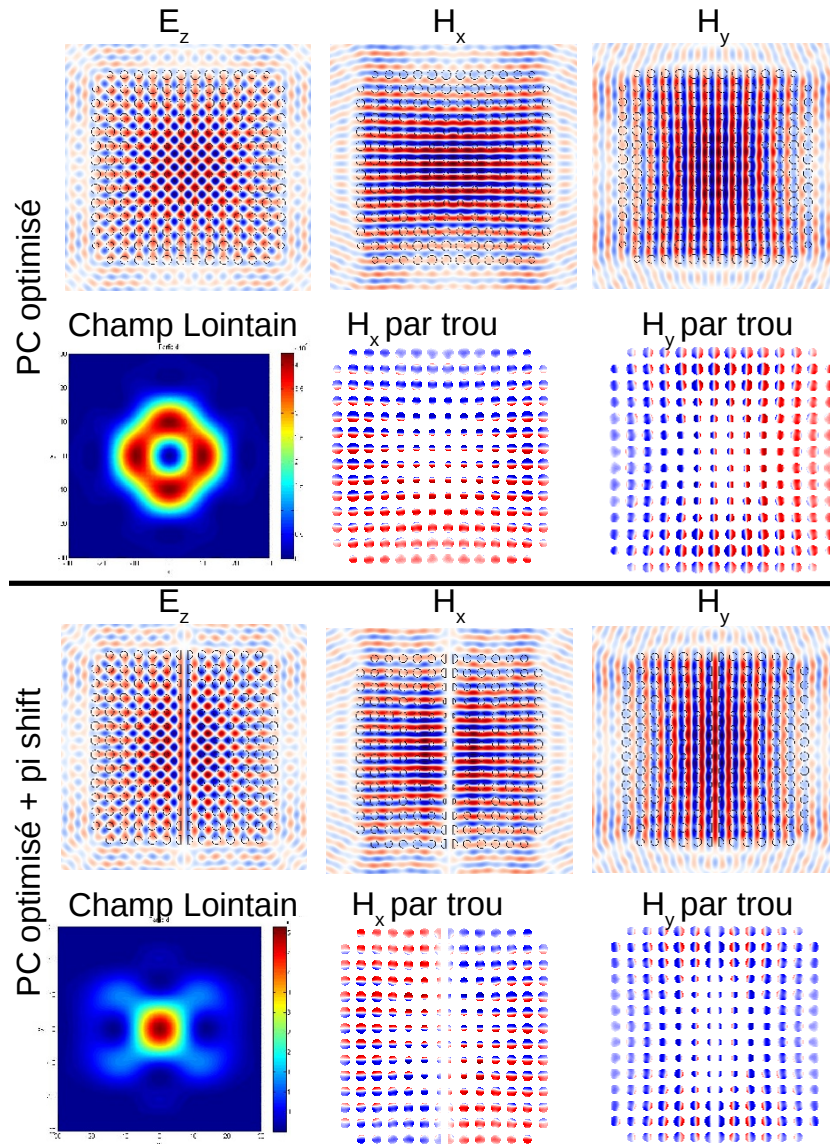


**FIG. 8.41:** Deux différents types de  $\pi$  *shift* ( la structure a 7 périodes depuis le centre). Les panneaux (c) et (d) correspondent au champ lointain calculé pour le mode monopolaire sur les structures en (a) et (b). Le champ lointain pour le  $\pi$  *shift* consistant à diviser les trous en deux parties éloignées d'une demi période, est le plus proche d'un profil ne contenant qu'un seul lobe.



**FIG. 8.42:** (a) Photo du dispositif avec un  $\pi$  *shift* ainsi qu'une optimisation. Le panneau (b) donne le rayon de chaque trous en fonction d'un code couleur.

## 8.4 . INGÉNIERIE DU CHAMP LOINTAIN ET DU FACTEUR DE QUALITÉ

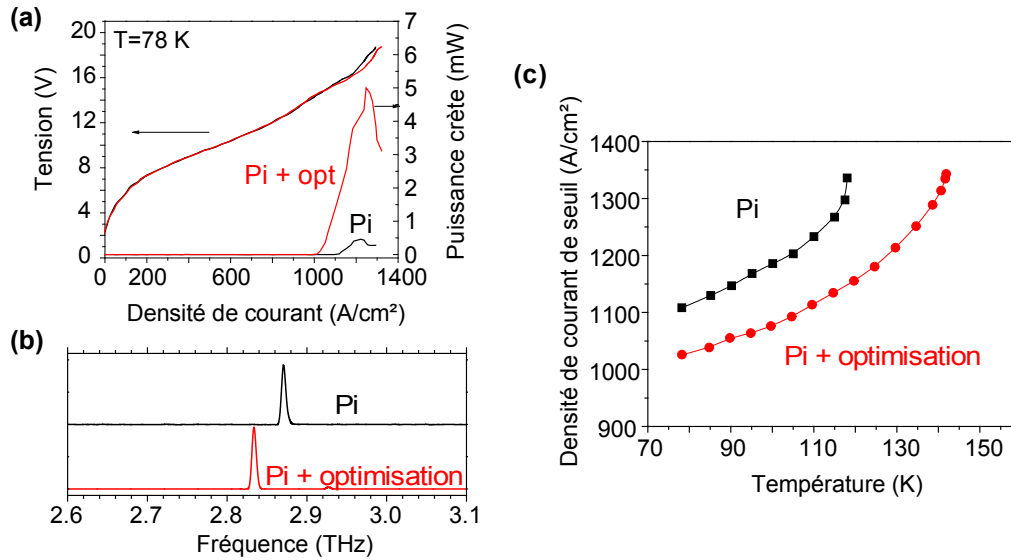


**FIG. 8.43:** Simulation des champs proches des CPs optimisés avec ou sans  $\pi$  *shift*. En étudiant le champ transverse par trou, on retrouve bien les symétries obtenues de manière intuitive.

### Performance des dispositifs avec un $\pi$ *shift*

Avant d'étudier le profil de champ lointain des dispositifs avec un  $\pi$  *shift*, nous pouvons mesurer les caractéristiques de ces dispositifs.

La figure 8.44(a) présente les caractéristiques LIVs à 78 K des dispositifs incluant un  $\pi$  *shift* avec ou sans optimisation. Les résultats sont assez similaires à ceux obtenus sans le  $\pi$  *shift* : la puissance émise du dispositif incluant le  $\pi$  est plus importante (environ 5 mW) que sans le  $\pi$ . Les spectres d'émission sont quasiment mono mode (cf figure 8.44 (b)) et la température maximale de fonctionnement plus élevée en incluant l'optimisation. La température maximale passe de 117 K à 142 K.

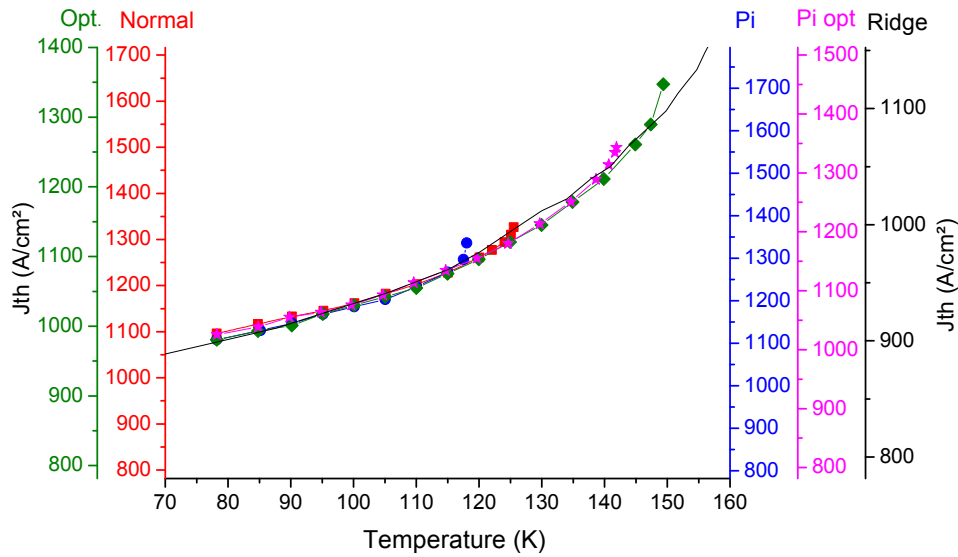


**FIG. 8.44:** Performances des CPs incluant un  $\pi$  *shift*, et avec (courbes rouges) ou sans (courbes noires) optimisation. L'optimisation augmente le  $Q_{\parallel}$  d'un facteur 2 (en passant de 53.3 à 113.6). Le panneau (a) montre les caractéristiques LIVs, le panneau (b) les spectres d'émission. En (c) sont présentés les  $J_{th}$  en fonction de la température. L'optimisation a augmenté la température maximale de fonctionnement de 25 K, en passant de 117 K à 142 K.

### Interprétation des $J_{th}$ en fonction des pertes

Nous disposons de quatre CPs, de taille similaire, avec ou sans le  $\pi$  *shift*, et avec ou sans l'optimisation. Chacun des dispositifs a un facteur de qualité différent, nous allons chercher quel est le lien entre leur seuils

laser, et si nous pouvons obtenir par les mesures une estimation de leur facteur de qualité. Pour cela nous allons utiliser l'évolution du seuil en fonction de la température présentée dans les figures 8.34 et 8.44(c). En traçant chaque courbe sur un axe vertical différent (cf fig. 8.45), on peut les superposer.



**FIG. 8.45:**  $J_{th}$  en fonction de la température pour les dispositifs sans  $\pi$  shift (échelles à gauches) ou avec (échelles de droites). En comparaison le  $J_{th}$  en guide ruban est représenté par la ligne continue. L'origine de toutes les échelles verticales est de  $781.5 \text{ A} \cdot \text{cm}^{-2}$ . Le ratio  $r$  entre chaque échelle est donné dans le tableau 8.1.

En prenant le seuil laser d'un ruban comme référence, les seuils des CPs sont donnés par la relation suivante :

$$r * \left( J_{th,CP}(T) - J_0 \right) = \left( J_{th,ridge}(T) - J_0 \right) \quad (8.39)$$

où  $J_{th,CP}$ , et  $J_{th,ridge}$  sont les densités de courant de seuils des CPs et du laser en guide ruban.  $J_0$  est un décalage qui vaut  $781.5 \text{ A} \cdot \text{cm}^{-2}$ , et  $r$  est le ratio entre les échelles verticales, les valeurs de ce paramètre sont données dans le tableau 8.1.

Pour obtenir ces valeurs j'ai procédé de la manière suivante : j'ai tout d'abord cherché pour chaque CP, quelles sont les valeurs de  $J_0$  et de  $r$  qui

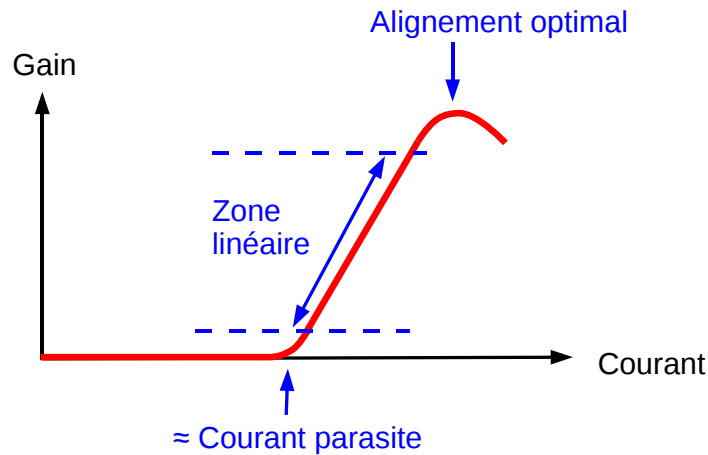
Normal	$\pi$	Optimisé	optimisé + $\pi$
r=0.3969	r=0.3658	r=0.6032	r=0.5075

**TAB. 8.1:** Valeur du paramètre  $r$  de l'équation 8.39, pour les différents CPs.

minimisent l'écart avec les densités de courant de seuil en guide ruban en fonction de la température. Ensuite j'ai pris la moyenne sur les valeurs de  $J_0$  des quatres CPs différents, égale à  $781.5 \text{ A} \cdot \text{cm}^{-2}$ , et j'ai ensuite cherché quel est le meilleur paramètre  $r$  pour chacun des CPs. Ce sont les valeurs de  $r$  correspondant à  $J_0 = 781.5 \text{ A} \cdot \text{cm}^{-2}$  qui sont données dans le tableau 8.1. En fixant la valeur de  $J_0$ , je peux ainsi comparer les différentes valeurs de ce paramètre  $r$ .

La forme de la relation linéaire entre les seuils laser semble impliquer que le gain en fonction du courant a la forme décrite dans le schéma 8.46. Pour des courants inférieurs au courant parasite, c'est à dire quand la tension correspond à un alignement parasite, il n'y a pas de gain a priori. Ensuite quand le courant est suffisant pour passer à l'alignement désiré, le gain augmente probablement de manière linéaire (les  $J_{th}$  en fonction de la température se superpose parfaitement). Un peu avant l'alignement optimal, le gain n'est plus linéaire, cela s'observe dans la figure 8.45, juste avant la température maximale, les courbes ne se superposent plus très bien, ce qui signifie que la relation linéaire entre le gain et le courant n'est plus vérifiée. Il est important de noter que la forme du gain ainsi décrite est différente de la forme habituellement utilisée dans l'infrarouge moyen, où l'on peut assez bien décrire le gain comme proportionnel au courant (jusqu'à un courant de désalignement). Il semble que dans le THz, il y ait un décalage en plus. Cela peut s'expliquer à partir des caractéristiques électriques différentes dans les deux cas. Dans l'infrarouge moyen, les lasers à cascade ont un comportement électrique proche d'une diode idéale : la tension est fixe et ne varie pas avec le courant injecté. Dans le THz, la tension varie avec le courant. Or l'efficacité d'injection dans le niveau excité de la transition optique dépend de la tension, ainsi en variant le courant, l'efficacité d'injection varie aussi. La relation entre le gain et le courant, est a priori assez compliquée, mais il semble, d'après les mesures expérimentales que ce lien s'exprime par une relation linéaire.

En supposant que le gain en fonction du courant a la forme décrite dans la figure 8.46, alors le paramètre  $r$  (cf 8.39 et tableau 8.1) doit correspondre au ratio entre les pertes en guide ruban et les pertes du CP,



**FIG. 8.46:** Forme probable du gain en fonction du courant pour une structure 3 puits quantiques.

	r	$Q_{\parallel} (J_{th}(T))$	$Q_{\parallel} (\text{MEEP})$
CP Normal	0.3969	92.13	63.5
CP + $\pi$	0.3658	80.75	53.3
CP + opt.	0.6032	212.82	126.5
CP + $\pi$ + opt	0.5075	144.26	113.6

**TAB. 8.2:** facteur de qualité parallèle  $Q_{\parallel}$  obtenue en fonction des densités de courants de seuil laser, ou en utilisant les simulations FDTD (avec MEEP).

c'est à dire en fonction des facteurs de qualité :

$$r = \frac{(Q_{ruban})^{-1}}{(Q_{CP})^{-1}} = \frac{(Q_{mat})^{-1}}{(Q_{mat})^{-1} + (Q_{\parallel})^{-1}} \quad (8.40)$$

Où  $Q_{ruban}$  et  $Q_{CP}$  sont les facteurs de qualité totaux en guide ruban et pour un CP, qui sont décomposés en  $Q_{mat}$  et  $Q_{\parallel}$ , Dans la décomposition nous avons négligé les pertes par radiation (pour le ruban et pour les CPs).

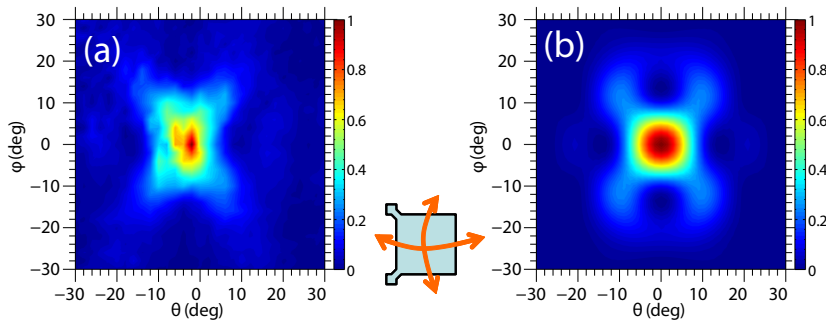
En utilisant le paramètre  $r$  obtenu dans la figure 8.45, on peut alors estimer le  $Q_{\parallel}$  des CPs. Pour l'estimation du  $Q_{\parallel}$  nous avons besoin du  $Q_{mat}$ , qui est égal à 140 pour des pertes de  $15 \text{ cm}^{-1}$  (cf paragraphe 8.4.3)

Le tableau 8.2 résume les valeurs de  $Q_{\parallel}$  obtenue à partir des mesures expérimentales  $J_{th}$  en fonction de  $T$ . Ces valeurs peuvent être comparée aux simulations faites en FDTD (en utilisant MEEP). L'accord entre les

simulations et l'expérience est raisonnable, les ordres de grandeurs sont obtenus correctement. Il semble néanmoins que expérimentalement la variation du facteur de qualité entre les dispositifs graduels, avec ou sans le  $\pi$  *shift*, est plus marqué que dans les simulations. Il est possible que cela provienne de la simplification des simulations en 2D.

#### 8.4.6 Champ lointain des dispositifs avec un $\pi$ *shift*

La figure 8.47 présente le champ lointain expérimental et théorique du dispositif avec un  $\pi$  *shift* ainsi que l'optimisation. L'accord entre l'expérience et la théorie est très bon, on peut même identifier des détails fins prévus dans la simulation.



**FIG. 8.47:** (a) Champ lointain du dispositif avec  $\pi$  *shift* ainsi que l'optimisation. Les mesures ont été effectuées à la température de l'azote liquide, en mode pulsé, et pour le courant correspondant au maximum de la puissance émise. (b) Champ lointain calculé pour le même dispositif. Le petit schéma central indique le positionnement du dispositif, c'est à dire que le  $\pi$  *shift* est horizontal.

Ce dispositif avec  $\pi$  *shift* et l'optimisation, a un champ lointain ne contenant quasiment qu'un seul lobe, son spectre d'émission est mono mode, et le dispositif fonctionne jusqu'à 142 K. Ce dispositif est constitué de 7 périodes depuis le centre. En utilisant une structure un peu plus grande on peut augmenter la température de fonctionnement jusqu'à 151 K. La figure 8.48 présente les performances expérimentales d'un dispositif constitué de 9 périodes depuis le centre, contenant un  $\pi$  *shift* ainsi qu'une optimisation. Le facteur de qualité de ce dispositif est de  $Q_{\parallel} = 330$  (calculé par FDTD). L'émission est comme pour le dispositif un peu plus petit spectralement mono mode et dont le champ lointain est fortement directif. Il est important de remarquer que la puissance émise est plus faible que pour

les dispositifs plus petit. Cela est assez surprenant, mais il est probable, que puisque la structure est plus grande, la forme du mode se rapproche plus de la structure infinie, qui comme on l'a vu n'a pas d'émission verticale.

### Directivité

Afin de pouvoir quantifier la qualité du champ lointain, nous pouvons utiliser une figure de mérite récemment utilisée pour les lasers à cascade infrarouge moyen [146, 147], et souvent utilisée pour les antennes : la directivité. Elle est définie par la relation suivante :

$$D = 10 \log_{10} \left( 2\pi I_{max}/I_{tot} \right) \quad (8.41)$$

C'est le rapport de l'intensité maximale ( $I_{max}$  en W/sr) du champ lointain par l'intensité totale ( $I_{tot}$  en W) émise dans un demi espace. Pour une source dont le rayonnement est isotrope dans un demi espace la directivité est égale à  $D = 0$  dB. Nous avons mesuré une directivité de  $D = 16.5$  dB pour le CP optimisé ( contenant 7 périodes depuis le centre), et  $D = 19.5$  dB pour le dispositif avec le  $\pi$  shift. Pour le CP un peu plus large ( 9 périodes depuis le centre) avec  $\pi$  shift et optimisation, la directivité est de  $D = 20.1$  dB. En comparaison, pour un laser cascade THz utilisant un guide "single plasmon", et en géométrie ruban, la directivité est de  $D = 14$ dB (ce résultat non publié provient de mesures effectuées par W. Mainault, S. Barbieri et collaborateurs à l'université Paris 7). Dans l'infrarouge moyen, des lasers à cascade avec un collimateur plasmonique [147] ont une directivité de 26.9 dB.

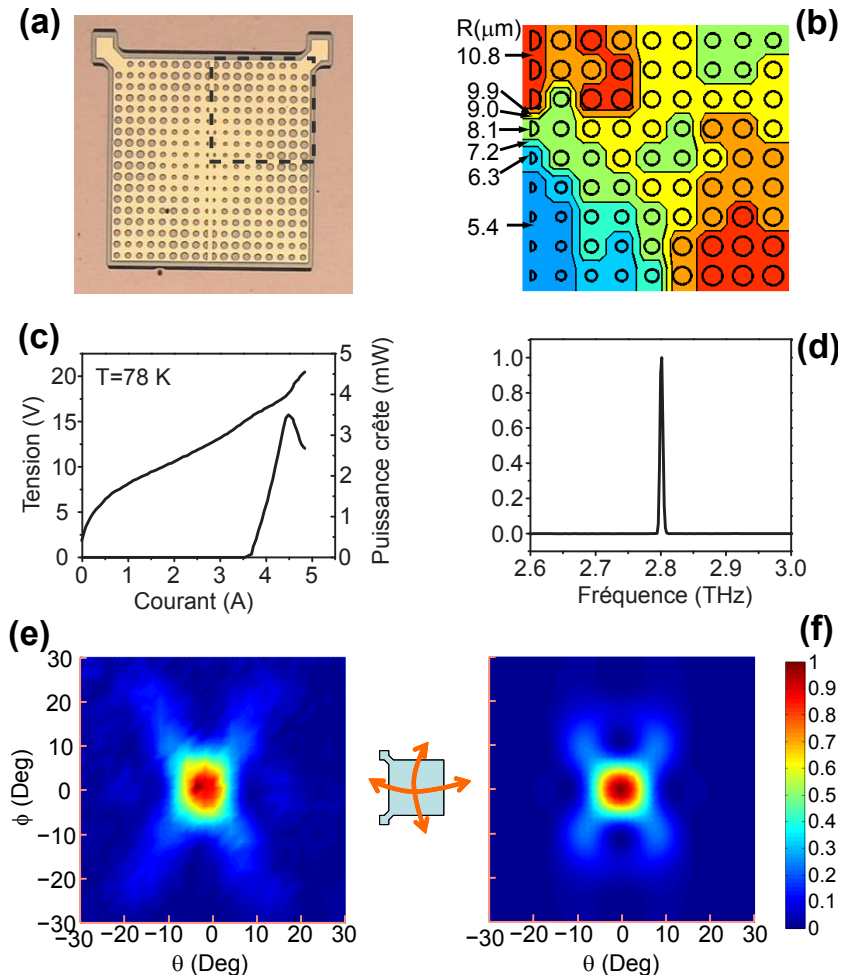
#### 8.4.7 Conclusion

Ainsi, nous avons démontré une méthode puissante pour optimiser simultanément le facteur de qualité des CPs ainsi que la qualité spatiale du faisceau laser. Cette stratégie est générale, et peut être utile, non pas seulement pour les lasers à cascade THz, mais aussi pour d'autres régions du spectre électromagnétique.

## 8.5 Conclusion des CPS

Dans ce chapitre nous avons vu que les cristaux photoniques permettent de contrôler le mode optique du laser. Une fois les conditions aux bords identifiées et contrôlées, nous avons pu décrire en très bon accord





**FIG. 8.48:** Dispositif de 9 périodes depuis le centre contenant un  $\pi$  *shift* ainsi qu'une optimisation. **(a)** Photo du dispositif. **(b)** détails de la dimension de chaque trou pour le quart encadré en **(a)**. **(c)** Caractéristiques LIV à 78 K en mode pulsé. **(d)** Spectre d'émission à 78 K et pour le maximum de puissance optique. Champs lointains expérimental **(e)** et théorique **(e)**.

avec les simulations les caractéristiques du laser à CP. L'avantage des CPs par rapport aux autres dispositifs photoniques, est qu'ils permettent d'avoir des degrés de libertés supplémentaires, pour introduire des fonctionnalités supplémentaires, comme le  $\pi$  *shift* ou l'optimisation du facteur de qualité, qui augmentent nettement les performances des dispositifs.

# Conclusions et perspectives

Mon travail de thèse présenté dans ce manuscrit a été dédié à l'étude des lasers à cascade quantique dans le THz, et plus particulièrement au développement d'une structure à haute température maximale de fonctionnement ainsi qu'à l'étude de différentes structures photoniques.

L'étude comparative en fonction de la fréquence d'émission de la région active de type "trois puits quantique", a permis de confirmer que deux phénomènes limitent la température de fonctionnement : le courant parasite, ainsi que l'émission de phonons activés thermiquement.

La démonstration expérimentale que la réduction de l'épaisseur de la région active ne s'accompagne pas d'une forte dégradation des performances, est un travail préliminaire pour de nombreuses études, entre autres la réalisation de cristaux photoniques ayant une bande interdite complète, obtenue par la seule structuration du métal, travail qui sera poursuivi dans le groupe de recherche à l'IEF.

Le chapitre concernant les microcavités laser a montré avec succès que la géométrie du métal permet de guider le mode optique, et ainsi de réaliser simplement des structures photoniques. En outre nous avons montré, pour la première fois, qu'en guide métal métal, l'intégration d'un absorbeur optique se réalise très simplement en utilisant la couche dopée naturellement présente.

L'étude des cristaux photoniques (CPs) a ouvert de nombreuses voies de recherche. Tout d'abord j'ai démontré que les conditions aux bords sont un élément essentiel pour profiter des propriétés des cavités à CP, i.e. contrôler la longueur d'onde et le profil de champ lointain. D'autre part, cela pourrait permettre éventuellement la miniaturisation des CPs pour d'autres longueurs d'onde. Une fois les conditions aux bords identifiées, le potentiel des CPs a été utilisé pour obtenir une émission spectralement mono mode, et accordable par lithographie optique, ouvrant la possibilité d'une matrice de CP, sur le même échantillon, et dont l'émission se fait par la surface. Le très bon accord entre les simulations et l'expérience a permis de pouvoir optimiser les CPs, en introduisant un  $\pi$  *shift*, afin d'obtenir un profil de champ lointain ne contenant qu'un seul lobe. Cela a aussi permis d'inventer un nouveau type de CP, les CP à bord de bande graduel, qui permettent d'augmenter nettement les performances en température des dispositifs, tout en maintenant une émission mono mode spectralement,

et mono lobe spatialement.

À la différence de la majorité des études concernant les lasers à CP, nos dispositifs fonctionnent sous pompage électrique.

L'étude sur les CPs a été faite en utilisant des lasers à cascade quantique THz, mais les résultats sont généraux, et peuvent être transposés à d'autre longueur d'ondes. Par exemple des structures similaires sont étudiées dans l'infrarouge moyen [148].

Dans le THz, les perspectives sont nombreuses. On peut citer par exemple la poursuite de l'étude visant à améliorer les performances des lasers (principalement augmenter la puissance optique émise en maintenant une émission mono mode spectral et mono lobe spatial, ainsi qu'une température maximale de fonctionnement élevée). La combinaison d'une région active fine et de cristaux photoniques peut permettre aussi d'obtenir un gap complet, ou le CP est simplement défini par la géométrie du métal.

De manière moins directe, le travail sur les CPs peut aussi permettre de faciliter l'étude des polaritons inter-sous-bandes dans le THz, en utilisant les techniques acquises au cours de cette thèse pour développer des cavités photoniques, en utilisant des volumes effectifs réduit, et simultanément des facteurs de qualité élevés.

# Annexes

## A.1 Procédés de fabrication

### A.1.1 Introduction

Dans cette annexe nous présenterons brièvement les principales étapes de fabrication en salle blanche des dispositifs que j'ai utilisées durant cette thèse. Mis à part le report de substrat, et l'épitaxie des échantillons, toutes les étapes de fabrication ont été effectuées à la centrale technologique de l'IEF : MINERVE.

### A.1.2 Lithographie optique

La lithographie consiste à reproduire une image d'un masque sur un échantillon. Pour la lithographie optique, le masque est un support de verre, sur lequel l'image est "imprimée" avec du chrome. Les parties chromées seront alors opaques aux rayonnements UV, et le reste du masque sera transparent. Afin de transférer l'image sur l'échantillon, celui-ci est préalablement recouvert d'une résine photosensible, dont la solubilité dans un développeur adéquat dépend de l'exposition aux UVs.

Il existe différents types de résine, et selon la recette utilisée, elles peuvent être positives ou négatives. Pour une résine positive, la forme de la résine sur l'échantillon sera la même que celle du masque, c'est à dire que les parties de l'échantillon correspondant à celles chromées sur le masque, seront recouvert de résine.

Pour les résines négatives, ou inversibles, la résine sur l'échantillon aura la forme complémentaire de la figure chromée sur le masque.

### A.1.3 Gravure humide

J'ai utilisé plusieurs types de gravure humide (solutions acides)

- 1) Solution à base d'acide sulfurique. La composition de la solution est  $(H_2SO_4)_1 (H_2O_2)_8 (H_2O)_X$ . Cette solution attaque le matériau *GaAlAs*,

quels que soit la concentration en aluminium. Selon la dilution  $X$ , l'attaque est plus ou moins rapide [149].

2) Acide citrique. La composition est de la solution est  $(C_6H_8O_7)_3 (H_2O_2)_1 (H_2O)_1$ .

La gravure est sélective : elle attaque le GaAlAs pour des concentrations en Al inférieures à 50 %. Le GaAs gravé présente des structures de formes pyramidales.

3) Acide Fluoridrique. Il est utilisé pur, et grave le GaAlAs pour des proportions en Al de 50% ou plus.

Les solutions d'acide sulfurique seront utilisées pour graver la région active, l'acide citrique pour graver complètement un substrat, et l'acide sulfurique pour enlever la couche d'arrêt lors de la gravure du substrat.

#### A.1.4 Métallisation

La métallisation consiste à déposer sous vide du métal sur l'échantillon. J'ai utilisé deux types de métallisation :

1) Ti/Au. Le but est de déposer une couche d'or. Le titane sert comme couche d'accroche. Afin de limiter au maximum les pertes optiques, l'épaisseur de titane est de 5 à 8 nm.

2) Ni/Ge/Au/Ni/Au. Ce type de métallisation est utilisé pour obtenir un contact ohmique en le combinant à un recuit, afin d'éviter la barrière Schottky. Les épaisseurs typiques sont (en nm) 10/20/40/10/200.

#### A.1.5 Lift off

Le but du *Lift off* est de déposer du métal à des endroits choisis sur l'échantillon. Pour cela, on reproduit le schéma voulu sur l'échantillon avec de la résine en utilisant la lithographie optique. Ensuite on dépose le métal sur toute la surface. Sur certaines parties de l'échantillon le métal se retrouvera directement en contact avec l'échantillon, et sur d'autre partie il sera sur la résine. En plongeant l'échantillon dans l'acétone, la résine va se dissoudre, et entraîner avec elle le métal qui est au dessus.

#### A.1.6 Report de substrat (*wafer bonding*)

Le report de substrat consiste à souder un échantillon sur un autre substrat. Pour cela ils sont tous les deux métallisés (Ti/Au, 8/500 nm), ensuite en appliquant un pression et en chauffant, l'or va partiellement fondre, et ainsi coller les deux parties. Cette étape est faite par une compagnie anglaise *Applied Microengineering LTD (AML)*.

### **A.1.7 Laser à guide plasmonique**

Les étapes de fabrication d'un laser en guide plasmonique sont décrites de manière succincte dans la figure A.1.

### **A.1.8 Laser à guide métal métal**

La fabrication en salle blanche pour ce type de résonateur est décrite dans les figures A.2 et A.3.

### **A.1.9 Montage des échantillons**

Une fois que la fabrication des dispositifs en salle blanche est achevée, les échantillons sont clivés puis montés sur une embase de cuivre, recouverte d'indium. En chauffant l'indium fond et produit un alliage avec l'or présent sur la face arrière, qui permet de coller durablement l'échantillon à l'indium. Il faut monter les échantillons avec de l'indium, et non pas de la colle, afin de permettre une bonne évacuation de la chaleur, ainsi qu'un contact électrique.

Une fois monté les échantillons sont micro-soudés avec des fils d'or (*wire bonding*).

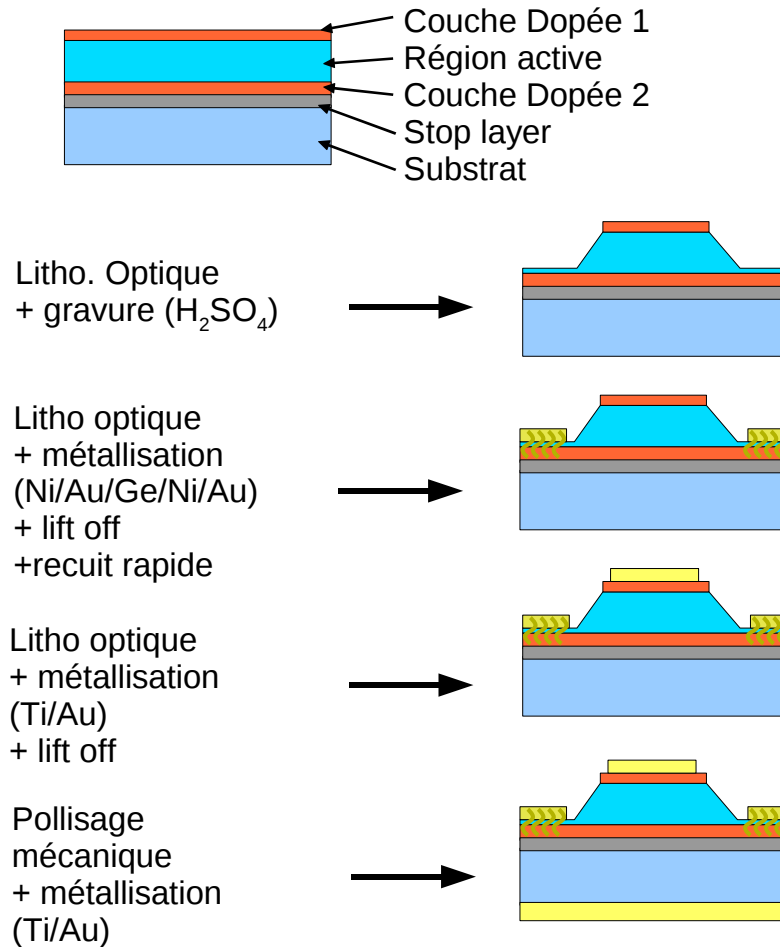
## **A.2 Banc de mesure optique**

Pour obtenir les caractérisations électro-optiques nous utilisons le banc de mesure décrit dans la figure A.4.

L'échantillon est placé dans un cryostat, où il est refroidit à l'azote liquide ou à l'hélium liquide. L'échantillon est placé dans le foyer d'un miroir parabolique, le faisceau en sortant sera ainsi parallèle. Grâce à un deuxième miroir parabolique, le faisceau se focalise en un point situé quelques centimètres avant le spectromètre. Il est nécessaire d'entrer de manière divergente dans le spectromètre à cause des spécificités de celui-ci (Bruker IFS66).

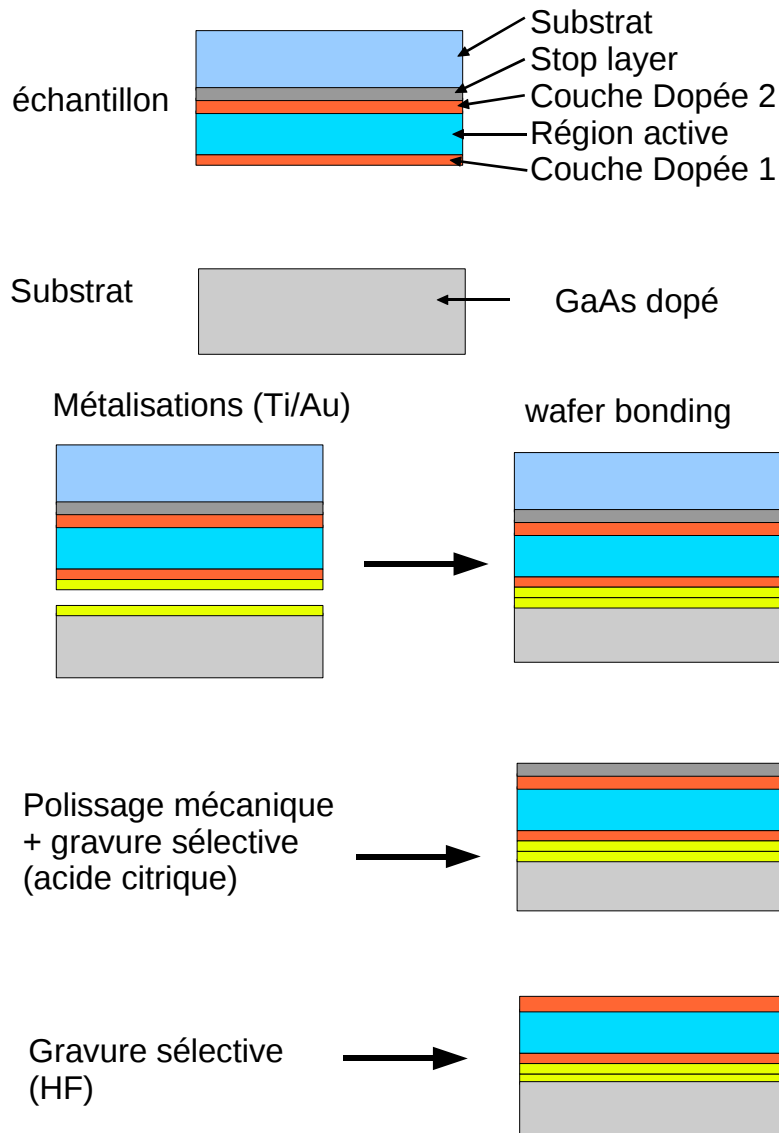
Le spectromètre consiste en un interféromètre de Michelson, dont un des bras a une longueur variable. Le signal optique obtenu en fonction de la position du miroir amovible sera alors la transformée de Fourier du spectre optique.

Afin de mesurer le signal optique, deux détecteurs sont utilisés, soit le détecteur interne du spectromètre (*DTGS FAR-IR*), soit un bolomètre Si refroidit à 4 K.

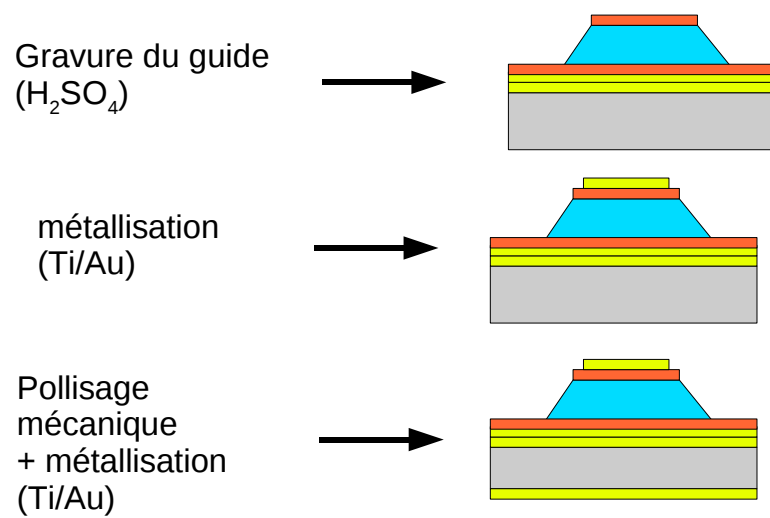


**FIG. A.1:** Étapes de fabrication pour un dispositif en guide plasmonique. La première étape consiste à graver le semiconducteur, ensuite on dépose du métal pour le contact inférieur, qui grâce à un recuit va diffuser jusqu'à la couche dopée pour faire un contact ohmique. Ensuite le métal est déposé sur le dessus du ruban. Enfin le substrat est aminci, et il est métallisé.

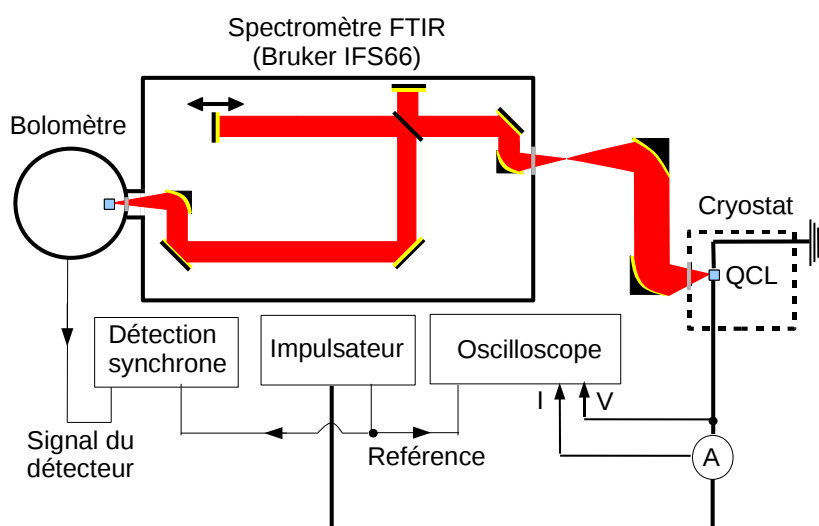




**FIG. A.2:** Étapes de fabrication pour un dispositif en guide métal métal (partie 1). La première étape de la fabrication consiste à métalliser l'échantillon, ainsi qu'un substrat. Ensuite grâce à la thermocompression, les deux parties sont soudées l'une sur l'autre. Le substrat de l'échantillon initial est alors retiré en deux temps : on commence par l'amincir par un polissage mécanique, et ensuite avec une solution d'acide citrique, on va graver le reste du substrat. La gravure s'arrête sur le *stop layer*. Celui-ci est ensuite retiré avec de l'acide fluorhydrique. L'échantillon est alors prêt pour la construction des dispositifs.



**FIG. A.3:** Étapes de fabrication pour un dispositif en guide métal métal (partie 2). Une fois le report de substrat effectué (cf fig. A.2), nous définissons la géométrie du guide, en utilisant une gravure humide (acide sulfurique), jusqu'au métal enterré. On dépose alors du métal (Ti/Au) sur la surface de l'échantillon, afin de construire le guide métal métal. Afin de pouvoir monter les échantillons, nous polissons la face arrière, puis nous la métallisons.



**FIG. A.4:** Banc de mesure optique. L'échantillon est placé dans un cryostat, grâce à deux miroirs paraboliques le signal optique entre de manière divergente dans le spectromètre. Le signal optique est mesuré grâce à un bolomètre Si (*QMC instrument*).

# Publications et distinctions relatives à cette thèse

1. **Y. Chassagneux**, R. Colombelli, W. Maineult, S. Barbieri, S. P. Khanna, E. H. Linfield, A. G. Davies, “Graded Photonic crystal lasers”, soumis (2009).
2. A. Bousseksou, **Y. Chassagneux**, J. R. Coudeville, R. Colombelli, C. Sirtori, G. Patriarche, G. Beaudoin, I. Sagnes, “Surface-plasmon distributed-feedback quantum cascade lasers operating pulsed, room-temperature”, *Appl. Phys. Lett.*, soumis (2009).
3. G. Xu, V. Moreau, **Y. Chassagneux**, A. Bousseksou, R. Colombelli, G. Patriarche, G. Beaudoin, I. Sagnes, “Surface emitting quantum cascade lasers with metallic photonic-crystal resonators”, *Appl. Phys. Lett.* **94**, 221101 (2009).
4. **Y. Chassagneux**, R. Colombelli, W. Maineult, S. Barbieri, S. P. Khanna, E. H. Linfield, A. G. Davies, “Predictable surface emission patterns in terahertz photonic-crystal quantum cascade lasers”, *Optics Express* **17**, 9491 (2009).
5. A. Bousseksou, R. Colombelli, A. Babuty, Y. De Wilde, **Y. Chassagneux**, C. Sirtori, G. Patriarche, G. Beaudoin, I. Sagnes, “A semiconductor laser device for the generation of surface-plasmons upon electrical injection”, *Optics Express* **17**, 9391 (2009).
6. **Y. Chassagneux**, R. Colombelli, W. Maineult, S. Barbieri, H. E. Beere, D. A. Ritchie, S. P. Khanna, E. H. Linfield, A. G. Davies, “Electrically pumped photonic-crystal terahertz lasers controlled by boundary conditions”, *Nature* **457**, 174 (2009).
7. P. Gellie, W. Maineult, A. Andronico, G. Leo, C. Sirtori, S. Barbieri, **Y. Chassagneux**, J. R. Coudeville, R. Colombelli, S. P. Khanna, E. H. Linfield, A. G. Davies, “Effect of transverse mode structure on the far field patterns of metal-metal terahertz quantum cascade lasers”, *J. Appl. Phys.* **104**, 124513 (2008).
8. M. Martin, J. Mangenet, P. Crozat, **Y. Chassagneux**, R. Colombelli, N. Zerounian, L. Vivien, K. Blary, “Gigahertz modulation of tunable terahertz radiation from photomixers driven at telecom wavelengths”, *Appl. Phys. Lett.* **93**, 131112 (2008).

9. L. Sapienza, A. Vasanelli, R. Colombelli, C. Ciuti, **Y. Chassagneux**, C. Manquest, U. Gennser, C. Sirtori, "Emission of cavity polaritons under electrical injection", *Phys. Rev. Lett.* **100**, 136806 (2008).
10. **Y. Chassagneux**, J. Palomo, R. Colombelli, S. Dhillon, C. Sirtori, H. Beere, J. Alton, D. Ritchie, "THz microcavity lasers with sub-wavelength mode volumes and thresholds in the milli-Ampere range", *Appl. Phys. Lett.* **90**, 091113 (2007).
11. **Y. Chassagneux**, J. Palomo, R. Colombelli, S. Barbieri, S. Dhillon, C. Sirtori, H. Beere, J. Alton, D. Ritchie, "Low threshold THz QC lasers with thin active regions", *El. Lett.* **43**, 285 (2007).
12. R. Colombelli, C. Ciuti, **Y. Chassagneux**, C. Sirtori, "Quantum cascade intersubband polariton light emitters", *Semicond. Sci. Technol.* **20**, 985 (2005).

## Distinctions

Le premier prix *Photonics 21 Student Innovation Award 2009* m'a été décerné pour mon travail de thèse concernant les cristaux photoniques.

# Références

- [1] R.Kohler, A. Tredicucci, F. Beltram, H. E. Beere, E. H. Linfield, A. G. Davies, D. A. Ritchie, R. C. Iotti, and F. Rossi. “THz semiconductor-heterostructure laser”. *Nature (London)* **417**, 156 (2002).
- [2] J. Faist, F. Capasso, D. L. Sivco, C. Sirtori, A. L. Hutchinson, and A. Y. Cho. “Quantum cascade laser”. *Science* **264**(5158), 553–556 (1994).
- [3] D. T. Leisawitz, W. C. Danchi, M. J. DiPirro, L. D. Feinberg, D. Y. Gezari, M. Hagopian, W.D. Langer, J. C. Mather, S. H. Moseley, M. Shao, R. F. Silverberg, J. Staguhn, M. R. Swain, H. W. Yorke, and X. Zhang. “Scientific motivation and technology requirements for the spirit and specs far-infrared/submillimeter space interferometers”. *SPIE proceedings* **4013**, 36–46 (2000).
- [4] T. T. Takeuchi, H. Shibai, and T. T. Ishii. “Simulations of the infrared galaxy number counts and the cosmic infrared background”. *Adv. Space Res.* **30**(9), 2021–2026 (2002).
- [5] T. G. Phillips and J. Keene. “Submillimeter astrology”. *IEEE Proceedings* **80**(11), 1662–1678 (1992).
- [6] G. J. Melnick, J. R. Stauffer, M. L. N. Ashby, E. Bergin, S. Kleiner, B. Patten, R. Plume, V. Tolls, Z. Wang, Y. Zhang, N. Erickson, J. Howe, R. Snell, P. Goldsmith, M. Harwit, D. G. Koch, D. Neufeld, R. Schieder, G. Winnewisser, F. Bensch, and G. Chin. “The submillimeter wave astronomy satellite (swas) : Results from the first six months of operations”. *Poster Papers Presented At American Astronomical Society Meetings* (1999).
- [7] A. G. Davies, A. D. Burnett, W. Fan, E. H. Linfield, and J. E. Cunningham. “Terahertz spectroscopy of explosives and drugs”. *Mat. Today* **11**(3), 18–26 (2008).
- [8] W. L. Chan, J. Deibel, and D. M. Mittleman. “Imaging with terahertz radiation”. *Rep. Prog. Phys.* **70**, 1325–1379 (2007).
- [9] X. C. Zhang. “THz wave technology and application”. *SPIE* (2007).
- [10] J. B. Jackson, M. R. Mourou, J. F. Whitaker, I. N. Duling, S. L. Williamson, M. Menu, and G.A. Mourou. “Terahertz time-domain

## RÉFÉRENCES

---

- reflectometry applied to the investigation of hidden mural paintings”. *CLEO/QELS 2008. Conference on 4-9 mai (2008)*.
- [11] D. Clery. “Sensing : Terahertz on a chip”. *Science* **297**(5582), 763 (2002).
- [12] B. B. Hu and M. C. Nuss. “Imaging with terahertz waves”. *Opt. Lett.* **20**(16), 1716–1719 (1995).
- [13] E. Pickwell and V.P. Wallace. “Biomedical applications of terahertz technology”. *J. Phys. D* **39**, R301–R310 (2006).
- [14] P. H. Siegel. “Terahertz technology”. *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.* **50**(3), 910–928 (2002).
- [15] W. Knap, J. Lusakowski, T. Parenty, S. Bollaert, A. Cappy, V. V. Popov, and M. S. Shur. “Terahertz emission by plasma waves in 60 nm gate high electron mobility transistors”. *Appl. Phys. Lett.* **84**(13), 2331–2333 (2004).
- [16] Michael Dyakonov and Michael Shur. “Shallow water analogy for a ballistic field effect transistor : New mechanism of plasma wave generation by dc current”. *Phys. Rev. Lett.* **71**(15), 2465–2468 Oct (1993).
- [17] M. Martin, J. Mangeney, P. Crozat, Y. Chassagneux, R. Colombelli, N. Zerounian, L. Vivien, and K. Blary. “Gigahertz modulation of tunable terahertz radiation from photomixers driven at telecom wavelengths”. *Applied Physics Letters* **93**(13), 131112 (2008).
- [18] K. Sakai. “Terahertz optoelectronics”. *Topics in Applied Physics* **97** (2005).
- [19] L. Esaki and R. Tsu. “superlattice and negative differential conductivity in semiconductors”. *IBM J. Res. Dev.* **14**, 61 (1970).
- [20] R. F. Kazarinov and R. A. Suris. “Possibility of the amplification of electromagnetic waves in a semiconductor with a superlattice”. *Soviet Physics - Semiconductors* **5**, 707–709 (1971).
- [21] L. C. West and S. J. Eglash. “First observation of an extremely large-dipole infrared transition within the conduction band of a gas quantum well”. *Appl. Phys. Lett.* **46**, 1156–1158 (1985).
- [22] F. Capasso, K. Mohammed, and A. Y. Cho. “Sequential resonant tunneling through a multiquantum-well superlattice”. *Appl. Phys. Lett.* **48**, 478–480 (1986).

- [23] B. F. Levine, K. K. Choi, C. G. Bethea, J. Walker, and R.J. Malik. “New 10  $\mu\text{m}$  infrared detector using intersubband absorption in resonant tunneling gaalas superlattices”. *Appl. Phys. Lett.* **50**, 1092–1094 (1987).
- [24] B. F. Levine. “Quantum-well infrared photodetectors”. *J. Appl. Phys.* **74**(8), R1–R81 (1993).
- [25] J. Devenson, O. Cathabard, R. Tessier, and A.N. Baranov. “InAs/AlSb quantum cascade lasers emittina at 2.75-2.97  $\mu\text{m}$ ”. *Appl. Phys. Lett.* **91**, 251102 (2007).
- [26] R. Colombelli, F. Capasso, C. Gmachl, A. L. Hutchinson, D. L. Sivco, A. Tredicucci, M. C. Wanke, A. M. Sergent, and A. Y. Cho. “Far-infrared surface-plasmon quantum-cascade lasers at 21.5  $\mu\text{m}$  and 24  $\mu\text{m}$  wavelengths”. *Appl. Phys. Lett.* **78**, 2620–2622 (2001).
- [27] C. Walther, M. Fischer, G. Scalari, R. Terazzi, N. Hoyler, and J. Faist. “Quantum cascade lasers operating from 1.2 to 1.6 THz”. *Appl. Phys. Lett.* **91**, 131122 (2007).
- [28] A. W. M. Lee, Q. Qin, S. Kumar, B. S. Williams, and Q. Hu. “Real-time terahertz imaging over a standoff distance (>25 meters)”. *Appl. Phys. Lett.* **89**, 141125 (2006).
- [29] S. Kumar, Q. Hu, and J. L. Reno. “186 k operation of terahertz quantum-cascade lasers based on a diagonal design”. *Appl. Phys. Lett.* **94**, 131105 (2009).
- [30] B. S. Williams, S. Kumar, Q. Hu, and J. L. Reno. “High-power terahertz quantum-cascade lasers”. *IEE Elec. Lett.* **42**(2), 89–91 (2006).
- [31] W. N. Ashcroft and D. N. Mermin. *Physique des solides*. EDP sciences, (2002).
- [32] R. Colombelli, C. Ciuti, Y. Chassagneux, and C. Sirtori. “Quantum cascade polariton light emitters”. *Semicond. Sci. Technol.* **20**, 985–990 (2005).
- [33] C. Ciuti, G. Bastard, and I. Carusotto. “Quantum vacuum properties of the intersubband cavity polariton field”. *Phys. Rev. B* **72**, 115303 (2005).
- [34] P. K. Basu. *Theory of optical processes in semiconductors. Bulk and microstructure*. Oxford science publications, (1997).
- [35] E. M. Purcell. “Spontaneous emission probabilities at radio frequencies”. *Phys. Rev.* **69**, 681 (1946).



## RÉFÉRENCES

---

- [36] P. Y. Yu and M. Cardona. *Fundamentals of semiconductors. Physics and materials properties*. Springer, (2005).
- [37] J. H. Smet, C. G. Fonstad, and Q. Hu. “Intrawell and interwell inter-subband transitions in multiple quantum wells for far-infrared sources”. *J. Appl. Phys.* **79**(12), 9305–9319 (1995).
- [38] J. N. Heyman, K. Unterrainer, K. Craig, B. Galdrikian, M. S. Sherwin, K. Campman, P. F. Hopkins, and A. C. Gossard. “Temperature and intensity dependence of intersubband relaxation rates from photovoltage and absorption”. *Phys. Rev. Lett.* **74**, 2682–2685 (1995).
- [39] J. N. Heyman, K. Unterrainer, K. Craig, J. Williams, M. S. Sherwin, K. Campman, P. F. Hopkins, A. C. Gossard, B. N. Murdin, and C. J. G. M. Langerak. “Far-infrared pump-probe measurements of the intersubband lifetime in an AlGaAs/GaAs coupled-quantum well”. *Appl. Phys. Lett.* **68**, 3019–3021 (1996).
- [40] K. Luo, H. Zheng, Z. Lu, J. Xu, T. Zhang, C. Li, X. Yang, and J. Tian. “Subband separation energy dependence of intersubband relaxation time in wide quantum wells”. *Appl. Phys. Lett.* **70**, 1155–1157 (1997).
- [41] M. Hartig, S. Haacke, P. E. Selbmann, B. Deveaux, R. A. Taylor, and L. Rota. “Efficient intersubband scattering via carrier-carrier interaction in quantum wells”. *Phys. Rev. Lett.* **80**(9), 1940–1943 (1998).
- [42] M. Hartig, J. D. Geniere, P. E. Selbmann, B. Deveaux, and L. Rota. “Density dependence of carrier-carrier-induced intersubband scattering in GaAs/AlGaAs quantum wells”. *Phys. Rev. B* **60**(3), 1500–1503 (1999).
- [43] M. Dur, S. M. Goodnick, P. Luigi, and B. Deveaud. “Effect of intercarrier scattering on intersubband transitions in GaAs/AlGaAs quantum well systems”. *Physica B* **272**, 230–233 (1999).
- [44] C. Cohen-Tannoudji, B. Diu, and F. Laloe. *Mécanique quantique (Tome 1)*. Hermann, (1997).
- [45] C. Cohen-Tannoudji, B. Diu, and F. Laloe. *Mécanique quantique (Tome 2)*. Hermann, (1997).
- [46] M. O. Scully and M. S. Zubairy. *Quantum optics*. Cambridge University Press, (1997).
- [47] H. C. Liu and F. Capasso. *Intersubband transitions in quantum wells. Physics and device Applications II*. Academic Press, (2000).

- [48] C. Sirtori, F. Capasso, J. Faist, A. L. Hutchinson, D. L. Sivco, and A. Y. Cho. “Resonant tunneling in quantum cascade lasers”. *IEEE J. Quantum Elec.* **34**(9), 1722–1729 (1998).
- [49] A. Yariv. *Quantum electronics*. J. Wiley and sons, (1988).
- [50] B. Cagnac and J. P. Faroux. *Lasers. Interaction lumière-atomes*. EDP sciences, (2002).
- [51] R. Paiella. *Intersubband transitions in quantum structures*. McGraw-Hill, (2006).
- [52] C. Gmachl, F. Capasso, D. L. Sivco, and A. Y. Cho. “Recent progress in quantum cascade lasers and applications”. *Reports on Progress in Physics* **64**, 1533–1601 November (2001).
- [53] S. Barbieri, J. Alton, H. E. Beere, J. Fowler, E. H. Linfield, and D. A. Ritchie. “2.9 thz quantum cascade lasers operating up to 70 k in continuous wave”. *Appl. Phys. Lett.* **85**(10), 1674–1676 (2006).
- [54] H. Luo, S. R. Laframboise, Z. R. Wasilewski, G. C. Aers, H. C. Liu, and J. C. Cao. “Terahertz quantum-cascade lasers based on a three-well active module”. *Appl. Phys. Lett.* **90**, 041112 (2007).
- [55] P. Yeh. *Optical Waves in Layered Media*. John Wiley and Sons, (2005).
- [56] A. W. Snyder and J. D. Love. *Optical waveguide theory*. Springer, (1984).
- [57] R. J. Glauber and M. Lewenstein. “Quantum optics of dielectric media”. *Phys. Rev. A* **43**(1), 467–491 (1991).
- [58] J. Haes, B. Demeulenaere, R. Baets, D. Lenstra, T. D. Visser, and H. Blok. “Difference between te and tm modal gain in amplifying waveguides : analysis and assessment of two perturbation approaches”. *Optical and Quantum El.* **29**(2), 263–273 (1997).
- [59] H. E. Beere, J. C. Fowler, J. Alton, E. H. Linfield, D. A. Ritchie, R. Köhler, A. Tredicucci, G. Scalari, L. Ajili, J. Faist, and S. Barbieri. “MBE growth of terahertz quantum cascade lasers”. *Journal of Crystal Growth* **278**, 756–764 May (2005).
- [60] Heinz Raether. *Surface Plasmons*, volume 111 of *Springer-Verlag Tracts in Modern Physics*. Springer-Verlag, New York, (1988).
- [61] M.A. Ordal, L.L. Long, R.J. Bell, S. E. Bell, R. R. Bell, R.W. Alexander, and C. A. Ward. “Optical properties of the metals al, co, cu, au, fe, pb, ni, pd, pt, ag, ti, and w in the infrared and far infrared”. *Applied Optics* **22**, 1099–1119 (1983).

## RÉFÉRENCES

---

- [62] E. D. Palik. *Handbook of optical constants of solids*. Academic Press, (1997).
- [63] M. Bahriz. “Lasers à cascade quantique à plasmon de surface et leurs applications aux cristaux photoniques”. *PhD* (2008).
- [64] V. Moreau. “Etude du confinement optique dans les lasers à cascade quantique et leurs applications à la détection”. *PhD* (2008).
- [65] C. Sirtori, C. Gmachl, F. Capasso, J. Faist, D. L. Sivco, A. L. Hutchinson, and A. Y. Cho. “Long-wavelength ( $\lambda \approx 8 - 11.5 \mu\text{m}$ ) semiconductor lasers with waveguides based on surface plasmons”. *Opt. Lett.* **23**, 1366 (1998).
- [66] M. Bahriz, V. Moreau, J. Palomo, R. Colombelli, D. Austin, J. Cockburn, L. Wilson, A. Krysa, and J. Roberts. “Room-temperature operation of  $\lambda = 7.5 \mu\text{m}$  surface-plasmon quantum cascade lasers”. *Appl. Phys. Lett.* **88**, 181103 (2006).
- [67] H. Poth, H. Bruch, M. Heyen, and P. Balk. “Electron mobility in vapor-grown gaas films”. *J. Appl. Phys.* **49**, 285–288 (1978).
- [68] P. G. Huggard, J. A. Cluff, G. P. Moore, C. J. Shaw, S. R. Andrews, S. R. Keiding, E. H. Linfield, and D.A. Ritchie. “Drude conductivity of highly doped gaas at terahertz frequencies”. *J. Appl. Phys.* **87**, 2382–2385 (2000).
- [69] C. Walther, G. Scalari, J. Faist, H. Beere, and D. Ritchie. “Low frequency terahertz quantum cascade laser operating from 1.6 to 1.8 thz”. *Appl. Phys. Lett.* **89**, 231121 (2006).
- [70] K. Unterrainer, R. Colombelli, C. Gmachl, F. Capasso, H. Y. Hwang, A. M. Sergent, D. L. Sivco, and A. Y. Cho. “Quantum cascade lasers with double metal-semiconductor waveguide resonators”. *Appl. Phys. Lett.* **80**(17), 3060–3062 April (2002).
- [71] Jose A Encimar and J. M. Rebollar. “Convergence of numerical solutions of open-ended waveguide by modal analysis and hybrid modal - spectral techniques”. *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.* **34**(7), 809–814 (1986).
- [72] M. A. Belkin, J. A. Fan, S. Hormoz, F. Capasso, S.P. Khanna, M. Lachab, A. G. Davies, and E. H. Linfield. “Terahertz quantum cascade lasers with copper metal-metal waveguides operating up to 178 K”. *Optics Express* **16**, 3242 (2008).
- [73] B. J. Williams. “Terahertz quantum cascade lasers”. *PhD* (2003).

- [74] M. S. Vitiello, G. Scamarcio, V. Spagnolo, B. S. Williams, S. Kumar, and Q. Hu. "Measurement of subband electronic temperatures and population inversion in thz quantum-cascade lasers". *Appl. Phys. Lett.* **86**, 111115 (2005).
- [75] M. S. Vitiello, G. Scamarcio, V. Spagnolo, T. Losco, R. Green, A. Tredicucci, H. E. Beere, and D. A. Ritchie. "Electron-lattice coupling in bound-to-continuum thz quantum-cascade lasers". *Appl. Phys. Lett.* **88**, 241109 (2006).
- [76] G. Scalari, M. I. Amanti, M. Fischer, R. Terazzi, C. Walther, M. Beck, and J. Faist. "Step well quantum cascade laser emitting at 3 THz". *Appl. Phys. Lett.* **94**, 041114 (2009).
- [77] B. S. Williams. "Terahertz quantum cascade lasers". *Nat. Photon.* **1**, 517–525 (2007).
- [78] L. Sirigu, A. Rudra, E. Kapon, M. I. Amanti, G. Scalari, and J. Faist. "A terahertz quantum cascade laser grown by low-pressure metalorganic vapor phase epitaxy". *Applied Physics Letters* **92**(18), 181111 May (2008).
- [79] M. Bahriz, V. Moreau, R. Colombelli, O. Crisafulli, and O. Painter. "Design of mid-IR and THz quantum cascade laser cavities with complete TM photonic bandgap". *Optics Express* **15**, 5948 (2007).
- [80] C. A. Balanis. *Antenna theory : analysis and design*. J. Wiley and sons, (2005).
- [81] S. Kumar, B. S. Williams, Q. Qin, A. W. Lee, Q. Hu, and J. L. Reno. "Surface-emitting distributed feedback terahertz quantum-cascade lasers in metal-metal waveguides". *Optics Express* **15**, 113–128 January (2007).
- [82] J. A. Fan, M. A. Belkin, F. Capasso, S. Khanna, M. Lachab, A. G. Davies, and E. H. Linfield. "Surface emitting terahertz quantum cascade laser with a double-metal waveguide". *Optics Express* **14**, 11672–11680 November (2006).
- [83] J. D. Jackson. *Classical electrodynamics*. J. Wiley and sons, (1998).
- [84] A. Farjadpour, D. Roundy, A. Rodriguez, M. Ibanescu, P. Bermel, J. D. Joannopoulos, S. G. Johnson, and G. Burr. "Improving accuracy by subpixel smoothing in fdtd". *Opt. Lett.* **31**, 2972–2974 (2006).
- [85] L. A. Dunbar, V. Moreau, R. Ferrini, R. Houdré, L. Sirigu, G. Scalari, M. Giovannini, N. Hoyler, and J. Faist. "Design, fabrication and

## RÉFÉRENCES

---

- optical characterisation of quantum cascade lasers at terahertz frequencies using photonic crystal reflectors”. *Optics Express* **13**(22), 8960–8968 (2005).
- [86] O. Painter, J. Vučković, and A. Scherer. “Defect Modes of a Two-Dimensional Photonic Crystal in an Optically Thin Dielectric Slab”. *J. Opt. Soc. Am. B* **16**(2), 275–285 February (1999).
- [87] A. Benz, G. Fasching, Ch. Deutsch, A. M. Andrews, K. Unterrainer, P. Klang, W. Schrenk, and G. Strasser. “Terahertz photonic crystal resonators in double-metal waveguides”. *Optics Express* **15**(19), 12418–12424 (2007).
- [88] F. Gadot, A. Chelnokov, A. de Lustrac, P. Crozat, J.-M. Lourtioz, D. Cassagne, and C. Jouanin. “Experimental demonstration of complete photonic band gap in graphite structure”. *Applied Physics Letters* **71**, 1780–1782 September (1997).
- [89] C. Gmachl, F. Capasso, A. Tredicucci, D. L. Sivco, R. Kohler, A. L. Hutchinson, and A. Y. Cho. “Dependence of the device performance on the number of stages in quantum cascade lasers”. *IEEE J. Sel. Top. Quan. Elec.* **5**(3), 808–816 (1999).
- [90] J. Alton, S. Barbieri, C. Worrall, M. Houghton, H. E. Beere, E. L. Linfield, and D. A. Ritchie. “Optimum resonant tunnelling injection and influence of doping density on the performance of thz bound-to-continuum cascade lasers”. *Proc SPIE* **5727**, 65–73 (2005).
- [91] B.S. Williams, S. Kumar, H. Callebaut, Q. Hu, and J.L. Reno. “Terahertz quantum-cascade laser at  $\lambda \approx 100 \mu\text{m}$  using metal waveguide for mode confinement”. *Appl. Phys. Lett.* **83**(11), 2124–2126 September (2003).
- [92] C. Gmachl, F. Capasso, E. E. Narimanov, J. U. Nockel, A. D. Stone, J. Faist, D. L. Sivco, and A. Y. Cho. “High-power directional emission from microlasers with chaotic resonators”. *Science* **280**, 1556–1564 (1998).
- [93] L. A. Dunbar, R. Houdré, G. Scalari, L. Sirigu, M. Giovannini, and J. Faist. “Small optical volume terahertz emitting microdisk quantum cascade lasers”. *Appl. Phys. Lett.* **90**, 141114 (2007).
- [94] G. Fasching, A. Benz, K. Unterrainer, R. Zobl, A. M. Andrews, T. Roch, W. Schrenk, and G. Strasser. “Terahertz microcavity quantum-cascade lasers”. *Applied Physics Letters* **87**(21), 211112 November (2005).

- [95] G. Fasching, A. Benz, C. Deutsch, A. M. Andrews, R. Zobl, P. Klang, W. Schrenk, G. Strasser, V. Tamošiūnas, and K. Unterrainer. “Dynamical frequency pulling of degenerated and nondegenerated modes in small mode volume whispering-gallery terahertz quantum-cascade lasers”. *Physica E Low-Dimensional Systems and Nanostructures* **40**, 1840–1843 April (2008).
- [96] M. Oxborrow. “Ex house 2d finite element simulation of the whispering gallery modes of axisymmetric electromagnetic resonators”. *e-print quant-ph*, 0607156 (2006).
- [97] Y. Todorov, I. Sagnes, I. Abram, and C. Minot. “Purcell Enhancement of Spontaneous Emission from Quantum Cascades inside Mirror-Grating Metal Cavities at THz Frequencies”. *Physical Review Letters* **99**(22), 223603 November (2007).
- [98] J. A. Fan, M. A. Belkin, F. Capasso, S. P. Khanna, M. Lachab, A. G. Davies, and E. H. Linfield. “Wide-ridge metal-metal terahertz quantum cascade lasers with high-order lateral mode suppression”. *Applied Physics Letters* **92**(3), 031106 January (2008).
- [99] P. Gellie, W. Mainault, A. Andronico, G. Leo, C. Sirtori, S. Barbieri, Y. Chassagneux, J. R. Coudeville, R. Colombelli, S. P. Khanna, E. H. Linfield, and A. G. Davies. “Effect of transverse mode structure on the far field pattern of metal-metal Terahertz quantum cascade lasers”. *J. Appl. Phys.* **104**, 124513 (2008).
- [100] E. Yablonovitch. “Inhibited spontaneous emission in solid-state physics and electronics”. *Phys. Rev. Lett.* **58**(20), 2059–2061 (1987).
- [101] F. Abelès. “Sur la propagation des ondes électromagnétiques dans les milieux stratifiés”. *Ann. de Phys.* **12**, 504–520 (1948).
- [102] H. Kogelnik and C. V. Shank. “Coupled-Wave Theory of Distributed Feedback Lasers”. *Journal of Applied Physics* **43**, 2327–2335 May (1972).
- [103] K. Aiki, M. Nakamura, J. Umeda, A. Yariv, A. Katzir, and H. W. Yen. “GaAs-GaAlAs distributed-feedback diode lasers with separate optical and carrier confinement”. *Appl. Phys. Lett.* **27**(3), 145–146 (1975).
- [104] V. P. Bykov. “Spontaneous Emission in a Periodic Structure”. *Soviet Journal of Experimental and Theoretical Physics* **35**, 269 (1972).
- [105] J. D. Joannopoulos, R. D. Meade, , and J. N. Winn. *Photonic crystals*. Princeton University Press, Princeton, (1995).

## RÉFÉRENCES

---

- [106] M. Plihal and A. A. Maradudin. “Photonic band structure of two-dimensional systems : The triangular lattice”. *Phys. Rev. B* **44**, 8565–8571 October (1991).
- [107] O. Painter, R. K. Lee, A. Scherer, A. Yariv, J. D. O’Brien, P. D. Dapkus, and I. Kim. “Two-dimensional photonic band-gap defect mode laser”. *Science* **284**(5421), 1819–1821 (1999).
- [108] O. Painter and K. Srinivasan. “Localized defect states in two-dimensional photonic crystal slab waveguides : A simple model based upon symmetry analysis”. *Phys. Rev. B* **68**, 035110 (2003).
- [109] O. Painter, et al. “Room Temperature Photonic Crystal Defect Lasers at Near-Infrared Wavelengths in InGaAsP”. *J. Lightwave Tech.* **17**, 2082–2088 (1999).
- [110] J. P. Dowling, M. Scalora, M. J. Bloemer, and C. M. Bowden. “The photonic band edge laser : A new approach to gain enhancement”. *J. Appl. Phys.* **75**(4), 1896–1899 (1994).
- [111] J. P. Dowling and C. M. Bowden. “Atomic emission rates in inhomogeneous media with applications to photonic band structures”. *Phys. Rev. A* **46**(1), 612–621 (1992).
- [112] L. Florescu, K. Busch, and S. John. “Semiclassical theory of lasing in photonic crystals”. *J. Opt. Soc. Am. B* **19**(9), 2215–2223 (2002).
- [113] J. Vučković, M. Loncar, H. Mabchi, and A. Scherer. “Optimization of the Q factor in photonic crystal Microcavities”. *IEEE J. Quantum Elec.* **38**, 850 (2002).
- [114] B.S. Williams, S. Kumar, Q. Hu, and J.L. Reno. “Operation of terahertz quantum-cascade lasers at 164 K in pulsed mode and at 117 K in continuous-wave mode”. *Optics Express* **13**, 3331 (2005).
- [115] W. Maineult, P. Gellie, A. Andronico, P. Filloux, G. Leo, C. Sirtori, S. Barbieri, E. Peytavit, T. Akalin, J.-F. Lampin, H. E. Beere, and D. A. Ritchie. “Metal-metal terahertz quantum cascade laser with micro-transverse-electromagnetic-horn antenna”. *Applied Physics Letters* **93**(18), 183508 November (2008).
- [116] R. Colombelli, K. Srinivasan, M. Troccoli, O. Painter, C. Gmachl, F. Capasso, D. M. Tennant, A. M. Sergent, D. L. Sivco, , and A. Y. Cho. “Quantum cascade photonic-crystal surface-emitting laser”. *Science* **302**, 1374 (2004).
- [117] S. Schartner, S. Golka, C. Pflügl, W. Schrenk, A. M. Andrews, T. Roch, and G. Strasser. “Band structure mapping of photonic crystal intersubband detectors”. *Applied Physics Letters* **89**(15), 151107 October (2006).

- [118] H. Zhang, L. A. Dunbar, G. Scalari, R. Houdré, and J. Faist. “Terahertz photonic crystal quantum cascade lasers”. *Optics Express* **15**, 16818 (2007).
- [119] O. P. Marshall, V. Apostolopoulos, J. R. Freeman, R. Rungsawang, H. E. Beere, and D. A. Ritchie. “Surface-emitting photonic crystal terahertz quantum cascade lasers”. *Appl. Phys. Lett.* **93**, 171112 (2008).
- [120] L. Mahler, A. Tredicucci, R. Köhler, F. Beltram, H. E. Beere, E. H. Linfield, and D. A. Ritchie. “High-performance operation of single-mode terahertz quantum cascade lasers with metallic gratings”. *Applied Physics Letters* **87**(18), 181101 October (2005).
- [121] B. Williams, S. Kumar, Q. Hu, and J. L. Reno. “Distributed-feedback terahertz quantum cascade lasers with laterally corrugated metal waveguides”. *Optics Express* **30**, 2909–2911 (2005).
- [122] Y. Chassagneux, J. Palomo, R. Colombelli, S. Dhillon, C. Sirtori, H. E. Beere, J. Alton, and D. A. Ritchie. “Terahertz microcavity lasers with subwavelength mode volumes and thresholds in the milliampere range”. *Appl. Phys. Lett.* **90**, 091113 (2007).
- [123] L. Mahler, A. Tredicucci, F. Beltram, C. Walther, J. Faist, B. Witzigmann, H. E. Beere, and D. A. Ritchie. “Vertically emitting microdisk lasers”. *Nature Photonics* **3**, 46–49 January (2009).
- [124] L. Mahler, M. I. Amanti, C. Walther, A. Tredicucci, F. Beltram, J. Faist, H. E. Beere, and D. A. Ritchie. “Distributed feedback ring resonators for vertically emitting terahertz quantum cascade lasers”. *Opt. Express* **17**(15), 13031–13039 (2009).
- [125] E. Mujagić, C. Deutsch, H. Detz, P. Klang, M. Nobile, A. M. Andrexw, W. Schrenk, K. Unterrainer, and G. Strasser. “Vertically emitting terahertz quantum cascade ring lasers”. *Appl. Phys. Lett.* **95**, 011120 July (2009).
- [126] M. I. Amanti, M. Fischer, M. Beck, G. Scalari, and J. Faist. “Low divergence single mode edge emitting double metal terahertz quantum cascade laser”. In *Conference on Lasers and Electro-Optics/International Quantum Electronics Conference*, CThH3. Optical Society of America, (2009).
- [127] L. Sirigu, R. Terazzi, M. I. Amanti, M. Giovannini, J. Faist, L. A. Dunbar, and R. Houdré. “Terahertz quantum cascade lasers based on two-dimensional photonic crystal resonators”. *Optics Express* **16**, 5206 April (2008).



## RÉFÉRENCES

---

- [128] K. Sakai, E. Miyai, and S. Noda. “Two-dimensional coupled wave theory for square-lattice photonic-crystal lasers with TM-polarization”. *Optics Express* **15**, 3981–3990 April (2007).
- [129] J. Wiersig. “Hexagonal dielectric resonators and microcrystal lasers”. *Phys. Rev. A* **67**(2), 023807 February (2003).
- [130] M. Imada, A. Chutinan, S. Noda, and M. Mochizuki. “Multidirectionally distributed feedback photonic crystal lasers”. *Phys. Rev. B* **65**(19), 195306 May (2002).
- [131] K. J. Siemsen, A. A. Madej, and J. Reid. “Narrow gain spikes and frequency pulling in the midinfrared ammonia laser”. *IEEE Journal of Quantum Electronics* **27**, 1199–1206 May (1991).
- [132] J. P. Gordon, H. J. Zeiger, and C. H. Townes. “The maser - new type of microwave amplifier, frequency standard, and spectrometer”. *Phys. Rev.* **99**, 1264–1274 (1955).
- [133] H. Greenstein. “Theory of a single-mode gas laser”. *Phys. Rev.* **175**, 438–452 (1968).
- [134] G. Fasching, V. Tamosiunas, A. Benz, A. M. Andrews, K. Unterrainer, R. Zobl, T. Roch, W. Schrenk, and G. Strasser. “Subwavelength Microdisk and Microring Terahertz Quantum-Cascade Lasers”. *IEEE Journal of Quantum Electronics* **43**, 687–697 August (2007).
- [135] G. A. Samara. “Temperature and pressure dependences of the dielectric constants of semiconductors”. *Phys. Rev. B* **27**, 3494–3505 (1983).
- [136] S. H. Kim, S. K Kim, and Y. H Lee. “Vertical beaming of a wavelength-scale photonic crystal resonator”. *Phys. Rev. B* **73**, 235117 (2006).
- [137] A. Taflove and S. C. Hagness. *Computational Electrodynamics : The Finite-Difference Time-Domain Method*. Artech, Norwood, MA, (2000).
- [138] E. Miyai, K. Sakai, T. Okano, W. Kunishi, D. Ohnishi, and S. Noda. “Photonics : Lasers producing tailored beams”. *Nature (London)* **441**, 946 June (2006).
- [139] K. Srinivasan, P. E. Barclay, O. Painter, J. Chen, A. Y. Cho, and C. Gmachl. “Experimental demonstration of a high quality factor photonic crystal microcavity”. *Applied Physics Letters* **83**, 1915 September (2003).

- [140] K. Srinivasan and O. Painter. "Momentum space design of high-Q photonic crystal optical cavities". *Optics Express* **10**, 670 July (2002).
- [141] G. Witjaksono and D. Botez. "Surface-emitting, single-lobe operation from second-order distributed-reflector lasers with central grating phaseshift". *Applied Physics Letters* **78**, 4088 June (2001).
- [142] L. Shuang, G. Witjaksono, S. Macomber, and D. Botez. "Analysis of Surface-Emitting Second-Order Distributed Feedback Lasers With Central Grating Phaseshift". *IEEE J. Quantum Elec.* **9**(5), 1153–1165 (2003).
- [143] G. Witjaksono, S. Li, J. J. Lee, D. Botez, and W. K. Chan. "Single-lobe, surface-normal beam surface emission from second-order distributed feedback lasers with half-wave grating phase shift". *Applied Physics Letters* **83**, 5365 December (2003).
- [144] E. Miyai and S. Noda. "Phase-shift effect on a two-dimensional surface-emitting photonic-crystal laser". *Applied Physics Letters* **86**(11), 111113 March (2005).
- [145] E. Miyai, K. Sakai, T. Okano, W. Kunishi, D. Ohnishi, and S. Noda. "Linearly-Polarized Single-Lobed Beam in a Surface-Emitting Photonic-Crystal Laser". *Applied Physics Express* **1**(6), 062002 June (2008).
- [146] N. Yu, J. Fan, Q. J. Wang, C. Pflügl, L. Diehl, T. Edamura, M. Yamanishi, H. Kan, and F. Capasso. "Small-divergence semiconductor lasers by plasmonic collimation". *Nature Photonics* **2** September (2008).
- [147] N. Yu, R. Blanchard, J. Fan, Q. J. Wang, C. Pflügl, L. Diehl, T. Edamura, M. Yamanishi, H. Kan, and F. Capasso. "Quantum cascade lasers with integrated plasmonic antenna-array collimators". *Optics Express* **16**, 19447 November (2008).
- [148] G. Xu, V. Moreau, Y. Chassagneux, A. Bousseksou, R. Colombelli, G. Patriarche, G. Beaudoin, and I. Sagnes. "Surface-emitting quantum cascade lasers with metallic photonic-crystal resonators". *Applied Physics Letters* **94**(22), 221101 June (2009).
- [149] R. E. Williams. *Modern GaAs processing methods*. Artech house inc, (1990).



## Résumé

Situées entre l'infrarouge et les micro-ondes, les ondes dites "terahertz" (THz) ont les propriétés de passer aussi bien à travers la peau et les vêtements que les papiers, le bois, le carton ou encore le plastique. Autant d'atouts qui permettent d'envisager de multiples applications dans les secteurs de l'imagerie médicale, de la spectroscopie, de la sécurité et de l'environnement. D'où l'intérêt que suscitent les lasers à cascade quantique terahertz, une récente famille de lasers semi-conducteurs qui émettent à des fréquences de l'ordre du terahertz. Pourtant, s'ils sont aujourd'hui les seules sources compactes fonctionnant dans cette gamme de fréquences, ils présentent deux inconvénients :

Premièrement, ils ne fonctionnent qu'à des températures cryogéniques. En vue d'une augmentation future de la température maximale de fonctionnement ( $T_{max}$ ), nous avons développé une étude comparative en fonction de la fréquence d'émission, ce qui a permis de déterminer les mécanismes principaux limitant la  $T_{max}$  (courant parasite ainsi que l'émission de phonons optiques longitudinaux activés thermiquement).

Deuxièmement, afin d'obtenir les meilleures  $T_{max}$ , l'utilisation d'un guide métal-métal est nécessaire. Néanmoins, dans un tel guide, l'émission obtenue est fortement divergente, ce qui s'avère rédhibitoire pour une utilisation généralisée. Pour résoudre ce point, nous avons intégrés des cristaux photoniques bidimensionnels définis uniquement par la géométrie du métal supérieur, ce qui a permis l'obtention d'une émission directive par la surface, spectralement mono-mode, tout en maintenant des températures de fonctionnement assez élevées.

## Abstract

So-called "terahertz" waves, which lie between infrared and microwaves, have the property of penetrating skin, clothing, paper, wood, cardboard or plastic. These advantages offer numerous applications in medical imaging, spectroscopy, security, and the environment. This is why terahertz quantum cascade lasers - a new family of semiconductor lasers that emit in the frequency range of the terahertz - raise such interest. However, although they are now almost the only compact sources operating within this frequency range, they have two major drawbacks :

First, they operate only at cryogenic temperatures. In order to develop strategies to their maximum operating temperature ( $T_{max}$ ), we have developed a comparative study, as a function of the laser emission frequency, which allowed us to elucidate the main factors which limit the devices  $T_{max}$  (parasitic channel and emission of activated longitudinal-optical phonons).

Secondly, the best  $T_{max}$  are obtained to date by using metal-metal waveguides. However in such waveguides, the resulting emission is strongly divergent, a drawback which prevents their widespread use. We have overcome this issue by using 2D photonic crystals, defined by the sole metal patterning. This approach yields an angularly narrow surface emission, which is also spectrally single mode, with reasonably high maximum operating temperatures.